

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
Katedra elektroenergetiky

Optimalizace zářivého přenosu tepla v elektrotepelné technice

disertační práce

vypracoval: Ing. Jiří Krumphanzl
školitel: Doc. Dr. Ing. Jan Kyncl

studijní obor: Elektroenergetika
zaměření: Tepelná technika

Praha 4. května 2005

Prohlášení:

Na přípravě dizertační práce jsem pracoval samostatně za použití uvedených zdrojů.

V Praze dne 4. května 2005

podpis: *Jiří Krumphanzl*

Obsah

Seznam obrázků	ii
Seznam tabulek	iii
Seznam symbolů	iv
Úvod	1
1 Současný stav řešené problematiky	4
1.1 Rozbor literatury	4
1.2 Aplikace elektrotepelné techniky	5
1.2.1 Příklady elektrotepelných zařízení využívajících přenos tepla záření	5
1.2.1.1 Nepřímý odporový ohřev - elektrické infrazářiče	5
1.2.1.2 Přímotopné vytápění	8
1.2.1.3 Zpracování skla	8
1.2.1.4 Zařízení a snímače pro měření teplot	8
1.3 Metodologie návrhu optimálního řešení elektrotepelných zařízení	9
1.3.1 Definice optimalizační úlohy	11
1.3.1.1 Identifikace problému	11
1.3.1.2 Geometrická reprezentace modelu	12
1.3.1.3 Analýza modelu	12
1.3.2 Vytvoření matematického modelu	15
1.3.2.1 Řídící rovnice matematického modelu	15
1.3.2.2 Počáteční podmínka	17
1.3.2.3 Okrajové podmínky	18
1.3.2.4 Metody řešení	18
1.3.3 Vyhodnocení modelu	25
1.3.4 Optimalizační modul	25
1.3.4.1 Simulované ochlazování	26
1.3.4.2 Zakázané prohledávání	26
1.3.4.3 Genetické algoritmy	26
1.3.5 Ukončovací modul	30
2 Globální optimalizace zářivých tepelných zdrojů	32
2.1 Optimalizace tvaru reflektoru tepelného zářiče	32
2.1.1 Motivace	32
2.1.2 Analýza problému	32
2.1.2.1 Tepelný zdroj	34
2.1.2.2 Algoritmus sledování paprsku	34
2.1.2.3 Implementace algoritmu	34
2.1.3 Řešení I	36
2.1.3.1 Optimalizační proměnné	36

2.1.3.2	Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky	36
2.1.4	Řešení II	37
2.1.4.1	Účelová funkce	37
2.1.5	Výsledky	37
2.1.5.1	Asymetrický reflektor	37
2.1.5.2	Symetrický reflektor	38
2.1.6	Závěry	38
2.2	Sluneční koncentrátor	41
2.2.1	Motivace	41
2.2.2	Analýza problému	41
2.2.2.1	Modifikace algoritmu sledování paprsků	42
2.2.2.2	Stanovení úhlu dopadu slunečních paprsků	44
2.2.3	Řešení	45
2.2.3.1	Optimalizační proměnné	45
2.2.3.2	Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky	45
2.2.3.3	Účelová funkce	45
2.2.4	Výsledky	46
2.2.4.1	Koncept 1	46
2.2.4.2	Koncept 2	46
2.2.4.3	Koncept 3	48
2.2.5	Závěry	48
2.3	Optimalizace elektrického sálavého vytápění	51
2.3.1	Motivace	51
2.3.2	Analýza problému	51
2.3.3	Řešení	52
2.3.3.1	Optimalizační proměnné	52
2.3.3.2	Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky	52
2.3.3.3	Účelová funkce	52
2.3.4	Výsledky	54
2.3.5	Závěry	54
2.4	Sušení papíru pomocí tepelného záření	57
2.4.1	Motivace	57
2.4.2	Analýza problému	57
2.4.2.1	Konvektivní přenos tepla	60
2.4.2.2	Konvektivní přenos hmoty	62
2.4.2.3	Sálavý přenos tepla	63
2.4.3	Řešení	65
2.4.3.1	Optimalizační proměnné	65
2.4.3.2	Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky	66
2.4.3.3	Účelová funkce	66
2.4.4	Výsledky	66
2.4.5	Závěry	66
2.5	Sklářská chladicí pec	68
2.5.1	Motivace	68
2.5.2	Analýza problému	68
2.5.2.1	Počáteční a okrajové podmínky	71
2.5.2.2	Aproximace zdroje tepelného záření	74
2.5.3	Řešení	74
2.5.3.1	Optimalizační proměnné	74
2.5.3.2	Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky	75
2.5.3.3	Účelová funkce	75
2.5.4	Výsledky	76
2.5.4.1	Iterace 1	76

2.5.4.2	Iterace 2	76
2.5.5	Závěry	78
Závěr		79
Literatura		80
Seznam publikací autora vztahujících se k disertaci		84
Přílohy		
A	Teorie přenosu tepla zářením	86
A.1	Fyzikální představa tepelného záření	86
A.2	Základní pojmy tepelného záření	87
A.2.1	Základní veličiny	87
A.2.1.1	Klasifikace optických prostředí	87
A.2.2	Emisivita	88
A.2.3	Prostorový úhel	88
A.2.4	Průchod záření zeslabujícím prostředím	88
A.3	Zákony popisující přenos tepla zářením	89
A.3.1	Zákony geometrické optiky	89
A.3.1.1	Speciální případy těles	90
A.3.1.2	Odraz a lom paprsků	90
A.3.2	Lambertův zákon	93
A.3.3	Planckův vyzařovací zákon	94
A.3.4	Wienův posunovací zákon	95
A.3.5	Stefanův-Boltzmannův zákon	96
A.3.6	Kirchhoffův zákon vyzařování	97
A.4	Konfigurační faktory	99
A.5	Metody výpočtu konfiguračních faktorů	102
A.5.1	Přenos mezi dvěma plochami	102
A.5.1.1	Vlastnosti konfiguračních faktorů	102
A.5.2	Metody řešení konfiguračních faktorů	104
A.5.3	Analytické řešení konfiguračních faktorů	104
A.5.3.1	Yamautiův princip	104
A.5.3.2	Speciální případy	106
A.5.3.3	Element na konvexní mnohoúhelník	106
A.5.3.4	Obecný mnohoúhelník na mnohoúhelník	107
A.5.4	Numerické řešení konfiguračních faktorů	108
A.5.4.1	Nusseltova geometrická analogie	109
A.5.4.2	Dělení podstavy a vrhání paprsku	109
A.5.4.3	Metoda polokrychle	110
A.5.4.4	Mapování na jednu rovinu	112
B	Optimalizační metody	113
B.1	Nelineární programování	113
B.1.1	Vázané extrémy	113
B.1.2	Karush-Kuhn-Tuckerův teorém	113
B.1.3	Podmínky prvního řádu	114
B.1.4	Podmínky druhého řádu	115
B.1.4.1	Hessova matice	115
B.1.4.2	Vlastní čísla a vlastní vektory matice	115
B.2	Genetické algoritmy	116
B.2.0.3	Operátory křížení	117

B.2.0.4	Operátor výběru	118
B.2.0.5	Operátor mutace	120
B.2.0.6	Grayův kód	120
B.2.0.7	Operátor elitismu	121
B.2.0.8	Pomocné funkce	121
B.2.0.9	Hlavní programová smyčka.	123
C	Tabulky vlastností látek	124
C.1	Tabulka emisivit kovů	124
C.2	Tabulka emisivit nekovů	129
C.3	Tabulka tepelných vodivostí	134
D	Obrazová příloha	135
E	Zdrojový kód metody sledování paprsku a pomocných funkcí	138
E.1	Geometrická optika	138
E.2	Tělo metody sledování paprsku	142
E.3	Pomocné funkce pro generování optických elementů	143
E.3.0.10	Generování optiky konceptu 1	143
E.3.0.11	Generování optiky konceptu 2	143
E.3.0.12	Generování optiky konceptu 3	144
E.4	Zobrazovací funkce	144
	Rejstřík věcný	146
	Rejstřík jmenný	147
	Glosář	148
	Anglicko-český slovník základních pojmů	149

Seznam obrázků

1.1	Aplikace elektrotepelné techniky	6
1.2	Rozdělení typů elektrických infrazářičů	7
1.3	Blokové schéma procesu geometrické optimalizace	10
1.4	Spirálový náhled na proces geometrické optimalizace.	11
1.5	Sledovaná oblast.	16
1.6	Přenos tepla zářením ve sledované oblasti.	17
1.7	Energetické poměry na i -té ploše	19
1.8	Povrchový odpor tepelného záření.	21
1.9	Analogie sálavých povrchů s odporovou sítí.	22
1.10	Elektrotepelná analogie pro tři povrchy.	22
1.11	Směrová diskretizace sférické obálky kolem každého bodu prostorově diskretizované oblasti.	23
1.12	Druhy optimalizačních metod	27
1.13	Algoritmus simulovaného ochlazování	28
1.14	Algoritmus zakázaného prohledávání	29
1.15	Genetický algoritmus.	31
2.1	Schéma zrcadlové pece pro zonální tavbu křemíku.	32
2.2	Schéma zrcadlové pece se čtyřmi reflektory.	32
2.3	Fotografie skutečné zrcadlové pece.	33
2.4	Schéma eliptické zrcadlové pece.	33
2.5	Svařování polymerových součástí pomocí tepelného záření.	33
2.6	Svařování desek a fólií pomocí tepelného záření.	33
2.7	Tepelná lampa	34
2.8	Tepelná lampa s reflektorem	34
2.9	Schéma implementace metody sledování paprsku.	35
2.10	Paralelní paprsky	36
2.11	Soustředění paprsků do jednoho bodu	36
2.12	Geometrické parametry zrcadlového reflektoru	37
2.13	Asymetrický reflektor - spuštění I.	38
2.14	Asymetrický reflektor - spuštění II.	38
2.15	Asymetrický reflektor - spuštění III.	38
2.16	Symetrický reflektor - spuštění I.	39
2.17	Symetrický reflektor - spuštění II.	39
2.18	Symetrický reflektor - spuštění III.	39
2.19	Symetrický reflektor - spuštění IV.	39
2.20	Symetrický reflektor - spuštění V.	39
2.21	Symetrický reflektor - spuštění VI.	39
2.22	Výsledek optimalizace symetrického reflektoru	40
2.23	Sluneční koncentrátor založený na zrcadlové ploše.	41
2.24	Lom paprsku na optickém hranolu.	42
2.25	Sluneční kolektor (různé druhy optiky koncentrátoru).	43
2.26	Úhly sluneční deklinace pro různá roční období.	44

2.27	Výška slunce nad obzorem během roku pro 10:00, 12:00, 15:00	45
2.28	Výška slunce nad obzorem během roku pro 12:00, 15:00 - ryska v 45°	45
2.29	Optimální výsledek jednoduchého koncentrátoru - bez použití GA	46
2.30	Téměř optimální výsledek jednoduchého koncentrátoru (GA)	46
2.31	Optimální výsledek jednoduchého koncentrátoru (GA)	46
2.32	Dvojitá koncentrační čočka - spuštění I.	47
2.33	Dvojitá koncentrační čočka - spuštění II.	47
2.34	Dvojitá koncentrační čočka - spuštění III.	47
2.35	Optimální výsledek dvojité koncentrační čočky s náklonem.	48
2.36	Ohodnocení konfigurace pro různé úhly hranolů v rozsahu . . . pro paprsky dopadající v úhlu 45°	49
2.37	Koncentrační čočka - nejhorší konfigurace.	49
2.38	Koncentrační čočka - optimální konfigurace.	49
2.39	Ohodnocení konfigurace pro různé úhly optických hranolů.	49
2.40	Koncentrační čočka - PMMA.	49
2.41	Zářivý topný panel	51
2.42	Vnitřní struktura topného panelu	51
2.43	Konfigurační faktor panelu na sedícího člověka.	52
2.44	Konfigurace analyzované místnosti.	53
2.45	Výsledek pro 2 topidla.	54
2.46	Výsledek pro 4 topidla.	55
2.47	Výsledek pro 4 topidla a místnost tvaru L.	55
2.48	Sušicí část stroje na výrobu papíru.	58
2.49	Teplotní pole v papíru pro různé hodnoty Biotova čísla	58
2.50	Konfigurační faktor mezi paralelními obdélníky.	64
2.51	Elektrotepelná analogie pro dva povrchy a jeden dokonale izolovaný.	64
2.52	Závislost hodnoty konfiguračního faktoru na různém umístění proužku (ploška S_2 na obr. 2.50) na ose x	65
2.53	Průběh teploty a koncentrace vody v papíru podél pásu.	67
2.54	Sklářská chladicí pec	69
2.55	Závislost součinitele odrazivosti na úhlu dopadu pro rozhraní vzduch-sklo.	71
2.56	Závislost součinitele odrazivosti na úhlu dopadu pro rozhraní sklo-vzduch.	71
2.57	Násobné odrazy ve skleněné desce bez absorpce.	72
2.58	Násobné odrazy ve skleněné desce s absorpcí.	73
2.59	Aproximace hladké funkce.	74
2.60	Aproximace nespojitě funkce.	74
2.61	Průběh teploty zdroje T_1 , průběh rozdílů teplot na okraji a středu desky ΔT , a průběhy teplot na okraji a středu desky T v první iteraci.	76
2.62	Průběh teploty zdroje T_1 , průběh rozdílů teplot na okraji a středu desky ΔT , a průběhy teplot na okraji a středu desky T ve druhé iteraci.	77
A.1	Šíření elektromagnetické vlny	86
A.2	Spektrum elektromagnetických vln	87
A.3	Jevy nastávající při průchodu paprsku pohlcujícím prostředím.	89
A.4	Průchod paprsku pohlcujícím prostředím.	89
A.5	Geometrie odrazu od hrubého zrcadla.	90
A.6	Geometrie difúzního odrazu.	90
A.7	Geometrie odrazu od skutečného povrchu.	90
A.8	E kolmá na rovinu dopadu	91
A.9	E rovnoběžná s rovinou dopadu	91
A.10	Projekce elementu na polokouli.	93
A.11	Planckův zákon v grafické reprezentaci	95
A.12	Výměna tepelných výkonů mezi rovnoběžnými povrchy.	98

A.13	Definice geometrie pro konfigurační faktor.	100
A.14	Oblasti se stejným konfiguračním faktorem	103
A.15	Taxonomie algoritmů konfiguračních faktorů	105
A.16	Příklad Yamautiova principu.	105
A.17	Element na mnohoúhelník.	107
A.18	Geometrie konfiguračního faktoru mezi dvěma povrchy.	107
A.19	Algoritmus výpočtu konfiguračních faktorů.	108
A.20	Adaptivní dělení na hranici stínu	109
A.21	Nusseltova analogie	109
A.22	Diskretizace podstavy a vrhání paprsků.	110
A.23	Polokrychle	110
A.24	Delta konfigurační faktory	111
A.25	Algoritmus jedné roviny	112
A.26	Zvýšení rozlišení blízko středu	112
B.1	Ruletový výběr	119
D.1	Tunelová pec s tepelnými zářiči.	135
D.2	Sálavý topný panel.	136
D.3	Křemíkový tepelný zářič Solac.	136
D.4	Sálavý halogenový zářič AUGUR.	136
D.5	Sklářská pásová chladicí pec.	136
D.6	Zrcadlová pec pro zonální tavbu.	137
D.7	Zrcadlová pec - celkový pohled.	137
D.8	Zrcadlová pec - otevřený stav.	137

Seznam tabulek

1.1	Směrové kosiny a váhové faktory	24
2.1	Úhly sluneční elevace a deklinace pro 21. den v měsíci, 12:00 hod.	44
2.2	Fyzikální parametry suchého vzduchu při tlaku 100 kPa	61
B.1	Srovnání Grayova kódu a binární reprezentace.	120
C.1	Emisivity kovů	129
C.3	Indexy lomu látek při teplotě 20 °C a pro $l = 589,4$ nm	133
C.2	Emisivity nekovů	133
C.4	Tepelné vodivosti	134
C.5	Hustoty materiálů při 20°C	134

Seznam symbolů

symbol jednotka/rozměr veličina

Velká písmena

D	(–)	číslo dne v měsíci
D_a	($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)	součinitel difúze vodní páry ve vzduchu
D_c	($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)	součinitel difúze vody v papíru
E	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	hustota zářivého toku
E_0	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	hustota zářivého toku černého tělesa
E_λ	($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$)	spektrální hustota zářivého toku
$E_{0\lambda}$	($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$)	spektrální hustota zářivého toku černého tělesa
H_i	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	iradiace i -té plochy
I	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$)	intenzita záření
L	(m)	charakteristický rozměr (délka pásu, průměr koule atd.)
M	(–)	číslo měsíce (1-12)
M_e	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	intenzita vyzařování
$M_{e\lambda}$	($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$)	spektrální (monochromatická) intenzita vyzařování
Q_e	(J)	zářivá energie
R_i	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	povrchový odpor proti přenosu tepla zářením
R_{ij}	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	prostorový odpor proti přenosu tepla zářením
S	(m^2)	plocha
T	(K)	absolutní teplota
W_i	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	radiozita i -té plochy

Malá písmena

c	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	rychlost šíření záření v prostředí
c_p	($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku
j	($\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$)	proudová hustota
n	(–)	index lomu
r_0	($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)	měrné výparné teplo
t	(s)	čas
\vec{q}_r	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	vektor plošné hustoty zářivého tepelného toku
\vec{r}	(m)	polohový vektor
\vec{s}	(m)	směrový vektor
\vec{v}	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	rychlost
\vec{s}'	(m)	vektor směru rozptylu

Fyzikální konstanty

c	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	rychlost šíření elektromagnetického záření ve vakuu ($c = 2,997929 \cdot 10^8 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$)
h	(J.s)	Planckova konstanta ($h = 6,6260693 \cdot 10^{-34} (\text{J} \cdot \text{s})$)
k	($\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$)	Boltzmannova konstanta ($k = 1,3806503 \cdot 10^{-23} (\text{J} \cdot \text{K}^{-1})$)
σ	($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)	Stefanova-Boltzmannova konstanta ($\sigma = 5,669236 \cdot 10^{-8} (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4})$)

Řecká písmena

α	(W.m ⁻² .K ⁻¹)	součinitel přestupu tepla
α_r	(-)	součinitel pohltivosti
β_c	(m.s ⁻¹)	součinitel přestupu hmoty
δ	(rad)	sluneční deklinace
η	(Pa.s)	dynamická viskozita
γ_s	(m ⁻¹)	součinitel útlumu
κ_s	(m ⁻¹)	součinitel absorpce
λ	(m)	vlnová délka elektromagnetického záření
λ_c	(W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	tepelná vodivost
μ_r	(-)	relativní permeabilita
ν	(Hz)	frekvence elektromagnetického záření
ϕ	(rad)	úhel sluneční elevace
ψ_i	(-)	váhy jednotlivých členů účelové funkce
ρ	(kg.m ⁻³)	hustota
ρ_e	(Ω.m)	měrný elektrický odpor
ρ_r	(-)	součinitel odrazivosti
ρ_{pA}	(kg.m ⁻³)	hmotnostní koncentrace vodní páry v sušícím vzduchu
ρ_{pS}	(kg.m ⁻³)	hmotnostní koncentrace vodní páry na povrchu sušeného materiálu (papíru)
σ_s	(m ⁻¹)	součinitel rozptylu
τ	(h)	hodina během dne
τ_r	(-)	součinitel propustnosti
θ_i	(rad)	úhel dopadu
θ_r	(rad)	úhel odrazu
θ_t	(rad)	úhel lomu
ε	(-)	emisivita
φ	(-)	konfigurační faktor
ζ	(°)	zeměpisná šířka (pro ČR je to 50°severní šířky)
Ω	(sr)	prostorový úhel
Φ	(-)	fázová funkce
Φ_e	(W)	zářivý tok

Zvláštní symboly

\vec{a}	()	označení vektoru $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$
\mathbb{A}	()	označení množiny $\mathbb{A} = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n)$
\mathcal{A}	()	označení matice $\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2N} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \dots & A_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & A_{N3} & \dots & A_{NN} \end{bmatrix}$

Úvod

Motivace

V roce 1800 fyzik William Herschel při měření tepelných účinků jednotlivých složek spektra elektromagnetického záření objevil existenci infračervených paprsků. V roce 1830 jeho syn, astronom Sir John Herschel, užívá sluneční vařič k vaření jídla při jeho expedici v Jižní Africe. Počátky historie průmyslového využití tepelného záření¹ jsou datovány do první poloviny 20. století. Jako jedna z prvních průmyslových aplikací bylo roku 1930 použito tepelného zářiče k sušení nátěrů.

V dnešní době používá tepelné záření, jako hlavní princip, široké spektrum elektrotepelných zařízení. Každé z těchto zařízení je charakterizováno svou energetickou náročností a náklady, jenž jsou závislé na účelu, technologii zařízení a rovněž na jeho výkonnosti a účinnosti přeměny energie. Pro dosažení optimální kombinace zmíněných faktorů a tím i finálních vlastností je potřeba hledat a patřičně specifikovat a omezit proměnné parametry konstrukce a provozu těchto zařízení. Právě tímto hledáním se zabývá následující práce.

Vymezení a formulace cíle práce

Cílem práce je vytvořit a popsat zobecněný a formalizovaný přístup k řešení a optimalizaci elektrotepelných zařízení (založených, nebo využívajících přenos tepla zářením jako dominantní mechanismus) v návaznosti na použití moderních metod řešení přenosu tepla zářením, a zároveň ověření navrženého přístupu na praktických úlohách. Vybrané úlohy by měly pokrývat co největší rozsah zařízení a metod řešení. Práce by rovněž měla podat přehled metod a poznatků, potřebných v popisovaném metodologickém přístupu, a ve vybraných úlohách implementovat prototypy potřebných algoritmů.

Rozsah a obsah práce

Obsah disertační práce je členěn následujícím způsobem. Na začátku první kapitoly jsou zmíněny aplikace elektrotepelné techniky a blíže popsány ty, u kterých dominuje přes tepla zářením nebo jsou na něm přímo založeny. V této kapitole je dále rozpracována metodologie návrhu optimálního řešení elektrotepelných zařízení, s důrazem na její zobecnění a formalizaci celého procesu. Vycházel jsem ze zkušeností získaných při řešení jednotlivých úloh uvedených v kapitole 2, metodik pro vytváření matematických modelů inženýrských systémů, teorie topologické optimalizace a metodik vývoje softwaru. Metodika si neklade za cíl detailně a souhrnně popisovat teorii optimálního rozhodování a řízení, ale naopak z ní vybrat a upravit pouze ty části, které jsou nejvhodnější k použití v návrzích elektrotepelných zařízení. Podkapitola s popisem metodologie je záměrně součástí kapitoly určené pro popis současného stavu, neboť, ačkoli přináší nové přístupy k řešení, její jednotlivé kroky staví na již publikovaných metodách, postupech a technologiích. V těchto krocích jsou popsány hlavní rovnice, metody řešení a optimalizace a další nezbytné znalosti nutné pro hledání optimálních řešení elektrotepelných zařízení.

Ve druhé kapitole jsou tyto postupy aplikovány na konkrétní úlohy. V první a druhé úloze jsou analyzovány případy, u nichž je cílem najít optimální množinu geometrických parametrů opticky aktivních částí jako jsou odrazné plochy (reflektor), zářič a tvar výsledné hustoty tepelného toku. Jde konkrétně o elektrické svařovací zařízení a sluneční koncentrátor, založené na přesně soustředěných tepelných paprscích. Třetí úloha řeší návrh vytápění místnosti pomocí elektrických deskových tepelných zářičů

¹Tepelné záření se ve velké části spektra překrývá s infračerveným zářením (v obr. A.2 je to jasně viditelné).

z hlediska účinnosti a rovnoměrnosti tepelného pole. Třetí úloha si klade za cíl, najít optimální návrh sušičky papíru s kontinuálním provozem. V této úloze přibývá nová dimenze v podobě hledání nejen geometrických, ale i provozních parametrů, jako např. rychlost posuvu papíru a proudícího vzduchu. Poslední pátá úloha analyzuje a řeší chladicí část kontinuální linky na výrobu skleněných desek. Tato úloha je sice geometricky velice podobná čtvrté úloze, její fyzikální podstata vyžaduje diametrálně odlišný matematický model tepelného záření.

Všechny použité algoritmy jsou zapsány v normovaných (ČSN ISO 5807) symbolických značkách jazyka vývojových diagramů, které názorně a jednoznačně graficky vyjadřují všechny operace a logiku jejich sekvencí.

Velká část teorie tepelného záření není součástí jednotlivých úloh ani teoretické první kapitoly, ale je z nich naopak vytažena a logicky uspořádána v příloze A. Jsou zde uvedeny definice základních pojmů, popisy potřebných zákonů a metody řešení konfiguračních faktorů. V textu jsou uvedeny odkazy na jednotlivé kapitoly a podkapitoly této přílohy. Důvodem tohoto oddělení důležitých souvisejících informací do samostatné části byla snaha usnadnit čitelnost obeznanému čtenáři, a nezdržovat jej základní teorií. Pro neobeznalého čtenáře prvotní přečtení přílohy A usnadní vstup do problémů řešených v ostatních kapitolách.

V příloze B je uvedena matematická teorie optimalizace s vysvětlením základních pojmů. Ve druhé části této přílohy je prezentován detailní popis metody genetických algoritmů, včetně komentovaného výpisu jeho originální implementace v jazyce systému Mathematica.

Pro usnadnění elektrotepelných výpočtů jsou v příloze C uvedeny tabulky některých vlastností látek, vyskytujících se v rovnicích.

Za účelem usnadnění orientace a pro zvýšení užité hodnoty práce je rovněž přiložen rejstřík, rozdělený na věcnou (str. 146) a jmennou část (str. 147).

Součástí práce je anglicko-český terminologický slovník, uvedený na str. 149, který by mohl pomoci při čtení a hledání v anglicky psané odborné literatuře. Vznikl jako vedlejší produkt při mém studiu cizojazyčné literatury.

Předpoklady a omezení

Tato práce se neopírá o žádná vlastní experimentální měření. Rovněž metody a výpočetní postupy vytvořené a implementované nejsou přesně určeny ke konkrétnímu existujícímu zařízení.

Práce se nezabývá anizotropií materiálů vůči tepelnému záření, ve všech úlohách dochází ke zjednodušení pomocí uvažování izotropních materiálů. Kromě tohoto zjednodušení je u každé úlohy uveden podrobnější konkrétní seznam dalších zjednodušujících předpokladů, týkající se právě této konkrétní úlohy.

Většina modelů je ve zjednodušená do jednorozměrných a dvourozměrných (2D). Použití skutečné 3D reprezentace přináší problém zadání konfigurace (ploch scény) a jeho modelování a zápisu do počítačem interpretovatelného standardního formátu. Tento krok může efektivně plnit jen program typu CAD s podporou 3D.

Přestože jsem zpracoval jen vybrané problémy, teoretické části jdou za rámec těchto úloh a snaží se pokrýt co největší část široké množiny problémů.

Práce se nezabývá matematickými důkazy existence řešení.

Použitý software a hardware

Pro výpočty matematických modelů a optimalizaci včetně vizualizace výsledků byl použitý pouze univerzální matematický systém Mathematica verze 5.0. Mathematica v sobě integruje numerické a symbolické výpočetní jádro a plnohodnotný programovací jazyk, ve kterém jsou implementovány veškeré výpočetní metody. V přílohách B a E jsou uvedené komentované výpisy zdrojových kódů, vytvořených v rámci této disertační práce. Informace o programu Mathematica jsem čerpal z [2] a [60]. Obrázky jsou nakreslené většinou ve vektorovém grafickém programu Dia (<http://www.gnome.org/projects/dia/>), nebo jsou použity grafické výstupy programu Mathematica.

Abychom prokázali použitelnost uvedených metod i pro počítače třídy pracovních stanic, výpočty byly provedeny na PC s procesorem Intel® Celeron® 600 MHz vybaveném operační pamětí o velikosti 256 MB RAM.

Text disertační práce byl vytvořen v textovém editoru *GNU Emacs 21.3.1* a vysázen typografickým systémem \TeX .

Kapitola 1

Současný stav řešené problematiky

Tato kapitola si klade za cíl sumarizovat současné poznatky v oblasti výzkumu a návrhu optimálních elektrotepelných zařízení s odkazy na literaturu.

První podkapitola 1.1 podává hodnotící přehled existující literatury přímo i méně přímo související s tématem disertační práce.

Další podkapitola 1.2 obsahuje popis současných aplikací elektrotepelné techniky, které jsou principiálně založeny na přenosu tepla zářením, a u kterých je výhodné tento způsob přenosu tepla analyzovat a následně optimalizovat. Tato podkapitola rovněž definuje rozsah aplikací elektrotepelné techniky, pokrývajících téma disertační práce.

Poslední podkapitola 1.3 se zaměřuje na popis ucelené metodologie návrhu optimálního řešení elektrotepelných zařízení. Nalezneme zde uvedené základní rovnice, sloužící k matematickému popisu dějů ve výše zmíněných aplikacích, metody jejich řešení a přístupy k optimalizaci návrhu ve formě matematických optimalizačních metod a samozřejmě i odkazy na literaturu.

1.1 Rozbor literatury

Literaturu týkající se tématu této disertační práce můžeme rozdělit do několika tříd, podle úrovně relevance této práci.

Titulů, které mají nejbližší tématu disertační práce, a které optimalizují zářivý přenos tepla, jsem i po důkladném dlouhodobém hledání našel pouze několik. Jde o krátkou studii [25], kde autor hledá řešení obrácené úlohy pomocí inverze zonální metody. Práce [8] hledá optimální řešení jednoduchých konfigurací se zrcadlovými povrchy pomocí metody Monte Carlo a následně gradientní Kiefer-Wolfowitzovou metodou model optimalizuje. V práci je naznačena, i když ne použita, možnost počítačové automatizace hledání pomocí více iterací v procesu návrhu.

Další třídou jsou tituly, zabývající se inženýrskou optimalizací průmyslových zařízení obecně, bez souvislosti s přenosem tepla zářením. Práce [5] využívá k hledání optimálního řešení výsledky naměřené na existujícím zařízení a matematickou optimalizační Levenbergovu-Marquardtovu metodu. Studie [54] systematicky rozděluje proces optimálního tvarového návrhu na základní části, které se mohou několikrát opakovat, a jsou vhodné pro plné počítačové zpracování. Matematický model vyhodnocuje pomocí metody konečných prvků.

Třetí třídou publikací, jsou takové, které řeší přenos tepla zářením, zaměřují se však na konkrétní aplikace, a nesnaží se najít optimální řešení. Jde například o práci [57], která detailně rozebírá technologii výroby skleněných výrobků a tepelných jevů s ním spojených. Použití tepelných zářičů při sušení papíru se věnuje práce [39].

Poslední třídou relevantních publikací jsou fundamentální monografie, podrobně popisující zákony tepelného záření a jeho vlastností, bez aplikace na konkrétní zařízení. Jsou to [34], [53], [22] a další. Do této třídy můžeme zahrnout i specializované práce popisující metody řešení speciálních konfigurací přenosů tepla zářením, optimalizační algoritmy a podpůrné metody. Jsou to např. [1], [41] a další. Rovněž

sem patří i katalogy a specifikace výrobců zařízení [20] a [51] atd. Poslední dvě jmenované třídy titulů jsou důležité vstupy pro vytvoření našeho matematického modelu.

Výčet titulů uvedených v této podkapitole není vyčerpávající. Další odkazy na literaturu se vyskytují i ve zbytku práce a dají se rovněž začlenit do výše zmíněných tříd.

1.2 Aplikace elektrotepelné techniky

Elektrotepelná technika se zabývá zařízeními, které užívají elektrickou energii na ohřev nebo chlazení (přeměna elektrické energie v tepelnou). Na obrázku 1.1 je zobrazen výčet aplikací elektrotepelné techniky. V červených rámečcích jsou vyznačeny aplikace, u kterých je klíčovým tepelným jevem přenos tepla zářením oproti konvekci a vedení.

1.2.1 Příklady elektrotepelných zařízení využívajících přenos tepla zářením

Tepelné záření (sálání) představuje transport energie pomocí elektromagnetických vln a probíhá od jednoho tělesa na druhé, přičemž k tomu není zapotřebí žádná teplotně nosná látka, jako např. při konvekci. Při dopadu tepelného záření (sálání, infračervené záření) na povrch pevného nebo kapalného tělesa se elektromagnetické vlny absorbují a přitom se přemění na tepelnou energii. V porovnání s jinými technologiemi má sálavý ohřev výhodnou schopnost přenášet energii přímo ze zdroje (obvykle těleso s vysokou teplotou) na výrobek, se zanedbatelnou ztrátou ve vzduchu. Výběrem patřičné vlnové délky můžeme řídit množství tepla, které výrobek absorbuje. Získáme tím přesné řízení nad procesem ohřevu. Tepelné záření můžeme soustředit na přesné místo, směřovat a odrážet podobně jako elektromagnetické záření o jiné vlnové délce - světlo.

1.2.1.1 Nepřímý odporový ohřev - elektrické infrazářiče

Funkční princip

Elektrické tepelné zářiče¹ patří z hlediska předávání tepla sáláním k neefektivnějším způsobům ohřevu a vytápění. Jejich princip je velmi jednoduchý. Elektrický proud prochází topným tělesem s vysokým elektrickým odporem, Jouleovými ztrátami dochází k ohřevu na vysokou teplotu. Tento ztrátový výkon, je dán následujícím vztahem.

$$P = \int_{(V)} j^2 \rho_e dV \quad (\text{W}) \quad (1.1)$$

j ($\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$) proudová hustota

ρ_e ($\Omega\cdot\text{m}$) měrný elektrický odpor

V (m^3) objem vodiče (integrace se provádí po celém objemu vodiče)

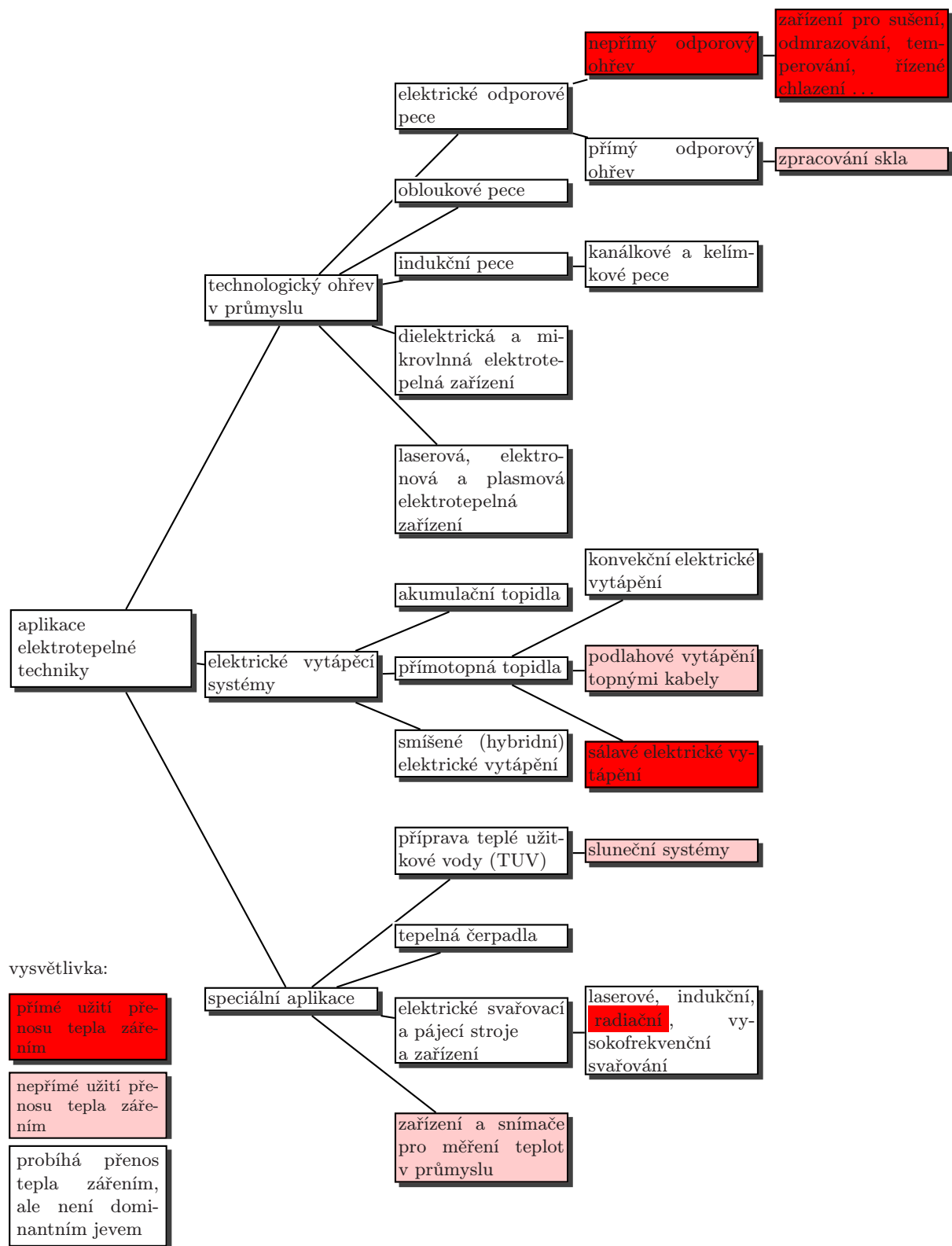
Topné tělísko, v závislosti na jeho tvaru, sálá do všech směrů. Pro zlepšení vlastností, jsou většinou zářiče vybaveny soustavou přesně tvarovaných odrazných ploch - reflektorem. Vzniklé záření se tak cíleně odráží do požadovaného prostoru.

Možnosti použití

Požadovaným prostorem může být výrobek ale i třeba prostoru tribuny fotbalového stadionu. Technologie používající přenos tepla zářením jsou nevýhodnější v procesech, které vyžadují krátký, bezkontaktní a intenzivní ohřev. Na obrázku D.1 v obrazové příloze D je vidět tunelovou pec, ve které dochází k ohřevu výrobků procházejících tunelem obloženým tepelnými zářiči. Průmyslové použití obsahuje:

- vytápění vysokých prostorů, např. průmyslové haly, sklady, sportovní haly, kostely apod.
- vytápění objektů s nepravidelným provozem
- temperování exteriéru, např. tribuny stadiónů, zahradní restaurace, nástupiště apod.

¹V literatuře také pojmenovávané jako infrazářiče.



Obrázek 1.1: Aplikace elektrotepelné techniky

- technologické ohřevy (přehřívání kovových součástí)
- vypalování
- svařování
- pájení
- sušení (povrchu ocelových obrobků, textilu, papíru)
- rozmrazování (sympkých materiálů, železničních vozů)
- vysoušení budov po povodních

Na obrázcích D.3 a D.4 v obrazové příloze jsou dva menší tepelné zářiče s reflektory, k použití v průmyslu a domácnosti.

Výhody infračervených zářičů

- vysoká účinnost soustavy
- čistota provozu bez vzniku spalin
- naprostá bezhlučnost
- snadná montáž a údržba
- nízké provozní náklady

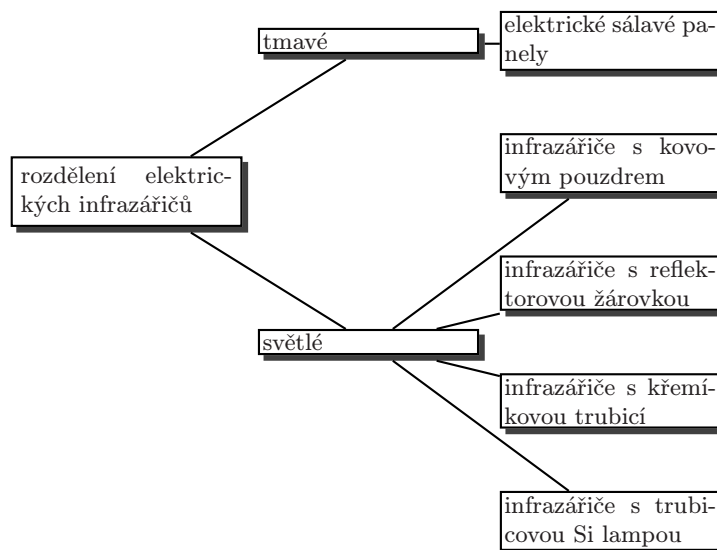
Nevýhody využití infrazářičů

- systém nelze v létě využít k ochlazení vzduchu v hale, jako například u konvektorů
- omezení systému na pouhou funkci vytápění,
- není možné použití infrazářičů v hořlavém prostředí,
- používání sálavého vytápění v halách je kvůli osálení v oblasti hlavy omezeno výškami cca 4 m, neboli intenzitou sálání v pobytové zóně ve výšce hlavy.

Druhy tepelných zářičů se rozlišují podle pracovní povrchové teploty (převládající vlnové délky jejich záření), konstrukce (tvaru a materiálu topného tělíska, konstrukce reflektoru atd.), výkonu a účelu. Rozdělení na základní typy můžeme vidět na obr. 1.2 (zdroj [13]).

Vysokoteplotní zářiče jsou využívány zejména v oblasti vytápění (ve výrobních halách, skladech, na stadionech atd.) a průmyslového ohřevu (vysokoteplotní aplikace v hutích, ocelárnách a slévárnách, pecích atd.)

Nízkoteplotní zářiče s nižší povrchovou teplotou jsou vhodné zvláště pro využití v domácnostech. Na rozdíl od vysokoteplotních zářičů je potřeba k dosažení stejného přenosu energie větší účinná plocha.



Obrázek 1.2: Rozdělení typů elektrických infrazářičů

1.2.1.2 Přímotopné vytápění

Elektrické přímotopné systémy mají nezastupitelnou funkci mezi jednotlivými způsoby zásobování teplem zejména tam, kde je použití jiných zdrojů tepla technicky nemožné nebo neekonomické. Optimální systém elektrického přímotopného vytápění je nutné volit s ohledem na výchozí stav vytápěného objektu. V tomto případě je vhodné vycházet z tepelných ztrát domu či bytu.

Elektrické přímotopné vytápění patří mezi zdroje tepla, které přeměňují elektrickou energii na teplo přímo, bez akumulace.

Výhody přímotopného vytápění:

- maximální využití elektrické energie při přeměně na teplo
- přesná, automatická regulace – možnost úspor
- snadná obsluha, vysoký komfort
- nízká ekologická zátěž v místě spotřeby

Podlahové vytápění

– představuje velkoplošný systém speciálních topných kabelů nebo rohoží uložených do konstrukce podlah s betonovou směsí. Podobně lze místo elektrických kabelů použít teplovodní rozvod v plastových hadicích. Velká hmota podlahy zvětšuje celkovou tepelnou setrvačnost otopné soustavy, to však částečně omezuje možnost regulace. Výhodou podlahového vytápění je optimální rozložení teplot v prostoru, což při zachování dobré tepelné pohody umožňuje snížit celkovou teplotu v místnosti.

1.2.1.3 Zpracování skla

Zpracování skla představuje, při analýze tepelného záření, zvláštní kategorii. Na rozdíl od jiných tepelně zpracovávaných materiálů se sklo projevuje tepelnému záření jako průhledné, částečně pohlcující a současně vyzařující prostředí. Proto je zde přenos tepla zářením stejně nebo více důležitý, než ostatní mechanismy přenosu tepla. Proto, pokud např. projektant navrhuje sklářskou tavící pec pro přímý odporový ohřev skloviny, bez matematického modelu uvažujícího přenos tepla zářením se neobejde.

1.2.1.4 Zařízení a snímače pro měření teplot

Velice zajímavou a důležitou aplikací elektrotepelné techniky, založené na principu snímání tepelného záření, je bezkontaktního měření teploty. Přístroj pomocí citlivé sondy analyzuje spektrum dopadajícího elektromagnetického záření, a podle jeho charakteru (amplitud změřených vlnových délek) je schopen vyhodnotit teplotu. Mezi jeho nejdůležitější použití patří např. tepelné zpracování kovů, výroba oceli, odlévání kovů, zpracování skla, ale i možnost měřit pohybující se tělesa a rychlé změny.

1.3 Metodologie návrhu optimálního řešení elektrotepelných zařízení

Tradičně byla geometrie zařízení navrhována „inteligentní“ verzí metody „pokusu a omylu“. Nejdříve projektant navrhne a vyrobí skutečný model jistého řešení, a potom jej analyzuje a vyhodnotí pomocí měření a propočtů. Když toto řešení nevyhovuje daným požadavkům, projektant jej pozmění za pomoci svých zkušeností a intuice a zopakuje návrh řešení jako v předchozím kroku. Tento proces se opakuje, dokud není dosaženo takové řešení, které pokrývá specifikované požadavky. Obvykle tento proces vyžaduje mnoho iterací, nezanedbatelný čas a většinou není konečné řešení blízké optimálnímu.

V poslední době se objevují články, ve kterých se autoři snaží různými cestami tento nákladný proces změnit tak, aby jej bylo možno s pomocí výpočetní techniky zrychlit a zlepšit dosažené řešení (např. [8]).

Naším cílem je vyvinout metodiku návrhu optimálního řešení inženýrských úloh se zaměřením na elektrotepelná zařízení, která by měla využívat nejnovější poznatky a algoritmy publikované v pracích na téma optimalizace návrhu elektrotepelných zařízení. Metodika je rozdělena v podkapitolách na základní kroky, které musí být v procesu inženýrské optimalizace provedeny (viz obr. 1.3). U každého kroku jsou zdokumentovány nejdůležitější, v současnosti používané metody, algoritmy a techniky. V této kapitole jsem čerpal především z [44], [26] a [8].

Návrhář své zkušenosti uplatňuje pouze v přípravě matematického vyjádření účelové funkce, a matematického modelu tepelného systému. Hledání lepších řešení je prováděno „slepým“ heuristickým algoritmem.

Metoda je, zjednodušeně řečeno, založena na následujících krocích. Je nadefinována účelová funkce, jejíž minimum odpovídá optimálnímu dosaženému řešení. Účelová funkce závisí na množině parametrů modelu řešení, které odpovídají skutečným geometrickým proměnným. Speciální numerický algoritmus provede hledání extrému této funkce s co nejmenším počtem iterací a vyhodnocení účelové funkce. Získané řešení je většinou optimální nebo blízké optimálnímu.

Na začátku optimalizační úlohy se snažíme zkombinovat všechny různorodé cíle návrhu, jako například geometrická omezení, optickou efektivnost, snadnost výroby a další do jednoho ohodnocení. Toto ohodnocení by mělo veškeré sledované vlastnosti vyčíslit jedním číslem.

Je důležité říci, že u úloh, u nichž nemůžeme přesněji odhadnout, jak by měl optimální výsledek vypadat, provádíme vícezkrokové (iterační) sestavování modelu a účelové funkce.

V prvním kroku je vytvořen jednodušší model s menším počtem parametrů (např. může být použit úsečkový model místo křivkového, snížení počtu dimenzí atd). Nad tímto modelem necháme pracovat optimalizační algoritmus (např. genetické algoritmy, simulované ochlazování² atd.) a získaný výsledek nám pomůže udělat si obrázek o tom, jak pozměnit kritéria a rozsahy povolených hodnot optimalizačních proměnných³ v dalším zpřesněném modelu v dalším kroku. V průběhu optimalizační smyčky je možné na základě konvergence výsledků sledovat a vyhodnocovat chování modelovaného systému a hledat kritická místa.

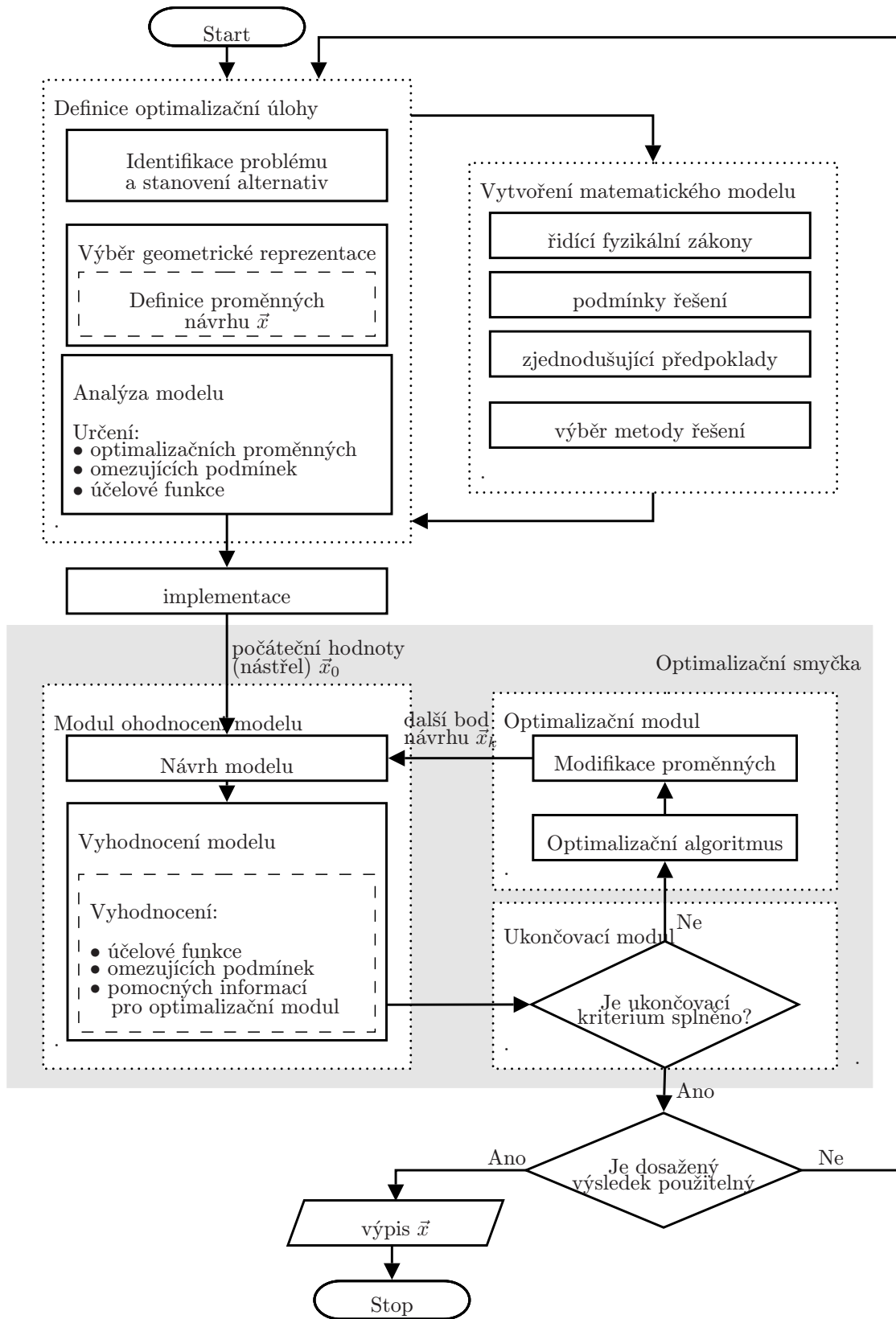
Rovněž jsme v tomto prvním přiblížení rychleji upozorněni na potenciální chybnou definici problému, když řešení GA konverguje k „divokým“ výsledkům, u kterých na první pohled vidíme, že nejsou použitelné.

V dalších krocích, na základě chování systému, návrhář aplikuje následně ruční úpravy na váhy kritérií a penalizačních funkcí v účelové funkci. Poté znovu zavolá optimalizační modul. Proces změn a volání optimalizačního modulu se opakuje, dokud optimalizační modul nezačne konvergovat k „rozumným“ modelům.

Jiný pohled na sled jednotlivých kroků nám může ilustrovat obr. 1.4. Tento diagram zobrazuje jednotlivé iterace ve spirále, kdy každá otáčka obsahuje kroky procesu z obr. 1.3. Současně se návrhář pohybuje v souřadnicích „ x “ a „ y “, které znamenají zvyšování počtu znalostí optimalizovaného problému a zpřesňujících omezujících podmínek. Matematický model je složitější (fyzikálně přesnější) a výpočetně náročnější, ale současně i optimalizační algoritmus dostává menší prostor k hledání optima, takže nemusí

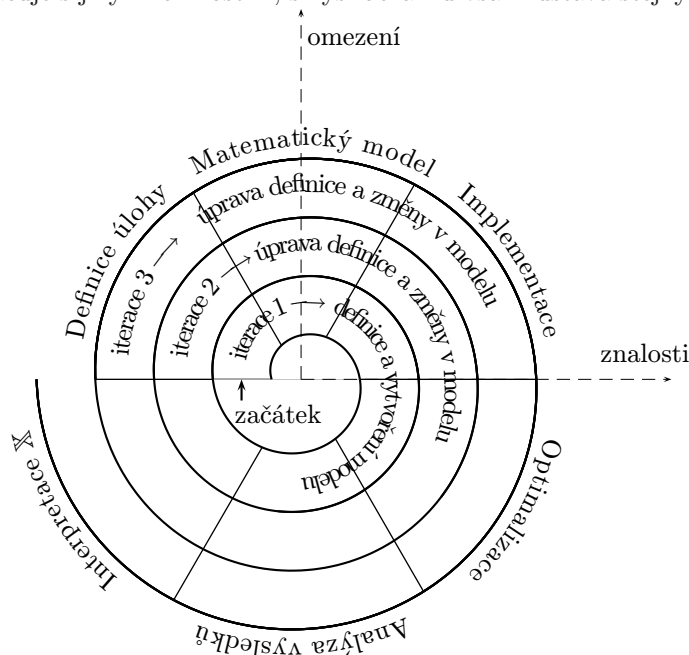
²Někdy se anglický název „Simulated Annealing“ překládá rovněž jako „simulované žíhání“. Tento název vychází z fyzikálního základu slova annealing.

³Označované také jako stavové proměnné.



Obrázek 1.3: Blokové schéma procesu geometrické optimalizace

tolikrát počítat hodnotu účelové funkce. Tento způsob zobrazení je použit ve spirálové metodice vývoje softwaru [4], který sice pracuje s jinými činnostmi, smysl obrázku však zůstává stejný.



Obrázek 1.4: Spirálový náhled na proces geometrické optimalizace.

Algoritmus „evoluce“ v hledání lepších a lepších řešení skončí občas ve slepé uličce, ale někdy dosáhne nové překvapivé optimálnější řešení.

1.3.1 Definice optimalizační úlohy

1.3.1.1 Identifikace problému

V prvním kroku návrhu optimálního řešení elektrotepelných zařízení je nutná přesná identifikace problému. Ta zahrnuje dokonalé vymezení problému, exaktní formulace jasných a přesných cílů a analýzu omezujících a podpůrných prostředků.

Dále je nutné stanovit globální kritéria (detailní budou rozvedena až při tvorbě matematického modelu). Těmi jsou parametry a ukazatele, podle kterých budeme řešení posuzovat. Na úplnosti těchto kritérií závisí úspěšnost rozhodovací analýzy. Mezi tyto kritéria vysoké úrovně můžeme například zahrnout:

1. ↗ kvalita výroby (zlepšení provozních parametrů)
2. ↘ náklady na konečný produkt
 - (a) ↗ použití ekologicky šetrných technologií
 - (b) ↘ investiční(výrobní) a provozní náklady zařízení
 - (c) ↗ produktivita
 - (d) ↗ životnost zařízení
 - (e) ↘ spotřeba elektrické energie a materiálu (zlepšením efektivity jejího využívání)
 - (f) ↘ čas na technologický(výrobní) proces

(symbol ↘ znamená snížení, ↗ znamená zvýšení nebo zlepšení)

Jednotlivá kritéria jsou mezi sebou vzájemně provázána, neboť lze říci, že např. po započtení externích nákladů obvykle vychází, že např. co je ekologicky šetrnější, je v konečném důsledku i levnější. Rovněž cena spotřebované elektrické energie obvykle tvoří nezanedbatelnou položku v nákladech na výrobu a provoz zařízení.

Jen málo problémů je možno řešit jen jedním způsobem, proto v dalším kroku analyzujeme možné alternativy postupů a výsledků, stanovíme a dále rozvíjíme takový počet alternativ, který by vystihoval řešení problému při současném splnění globálních kritérií.

Při nepřesném provedení může být problém chybně a nesprávně vymezen, formulován a podmíněn a v dalších fázích se potom řeší jiný problém.

1.3.1.2 Geometrická reprezentace modelu

Úlohy optimálního návrhu geometrie zařízení je možné klasifikovat do různých tříd. V pořadí podle výpočetní složitosti jsou to následující typy úloh:

- rozměrové optimalizace (stanovení specifických rozměrů jako např. tloušťka materiálu, poloměr kruhové součásti atd.)
- tvarová optimalizace (stanovení proměnných umožňujících změnu tvaru, tj. pohyb hranice)
- topologická optimalizace (pracuje současně s rozměrovou a tvarovou optimalizací)

Optimální tvar závisí na proměnných parametrech geometrické reprezentace modelu. Obecně existuje velké množství druhů geometrických reprezentací těles ve 2D a 3D, v modulových úlohách je použit pouze jedním z nich zvaný hraniční reprezentace. Tento popis je jedním z často používaných úsporných druhů reprezentace objektů, v němž je objekt definován svými hranicemi (obrysy). Hranice mohou být vyjádřeny pomocí následujících geometrických prvků:

Plošné entity

- body
- úsečky
- křivky
 - ▶ interpolační křivky (Fergusonovy kubiky),
 - ▶ aproximační křivky (Bezierovy kubiky, Coonsova kubika)
 - ▶ spline křivky (kubická spline křivka)

Prostorová grafika

- Polygonální reprezentace
- Parametrické plochy
- Implicitní plochy

Podle typu popisu objektů pracujeme s určitým počtem parametrů (konstant) modelu, které určují jeho tvar a velikost. Počet nezávislých parametrů je ukazatelem komplexnosti systému. Pro detailnější studium geometrických reprezentací těles doporučuji např. [3].

1.3.1.3 Analýza modelu

Ucelené a detailní matematické podklady jsou zpracované např v [56]. Pro optimalizační modul je nutné definovat jeho tři základními součásti.

Optimalizační proměnné

Optimalizační proměnné reprezentují zvolené neznámé vstupní parametry matematického popisu optimalizační úlohy (jako např. parametry výše zmíněné hraniční reprezentace, výkony, teploty atd.) Jejich změnou ovlivníme hodnotu účelové funkce. V mnoha případech očekáváme odezvu optimalizovaného modelu na veličinu reprezentovanou funkcí. Průběh této funkce je právě ona hledaná informace, která je výstupem optimalizačního algoritmu. V tomto hledání používáme aproximace funkcí. Metod, jak množinou parametrů aproximovat vstupní funkci s definovanou přesností, se podobně jako typů geometrických reprezentací v praxi používá více. Nejznámější jsou mocninné (především Taylorova), Fourierovy a waveletové aproximační řady. Aproximační řadu lze obecně zapsat ve tvaru součtu (1.2), kde a_n jsou konstanty a g_n báze funkce, různé pro různé typy řad.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n g_n(x) \quad (1.2)$$

Obecný tvar mocninné řady se středem v bodě x_0 je součet

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n \quad (1.3)$$

Fourierova řada je součet

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n}{\tau} x + b_n \sin \frac{2\pi n}{\tau} x \right), \quad (1.4)$$

Taylorova řada je součet

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n \quad (1.5)$$

V optimalizačních úlohách je samozřejmě použit omezený počet členů aproximační řady. Počet potřebných optimalizačních proměnných nám dává představu o složitosti modelovaného jevu. V průmyslových úlohách můžeme pracovat v jednom modelu s desítkami až stovkami optimalizačních proměnných (viz např. [45]).

Omezující podmínky

Omezující podmínky dovolují optimalizačním proměnných dosahovat jen jistých hodnot. Omezující podmínky stanovujeme pro

- rozsahy všech veličin (např. maximální výkon energetických zdrojů)
- technologická omezení (např. tepelná odolnost izolačních materiálů)

Extrém tedy hledáme na nějaké množině, z níž hodnoty optimalizačních proměnných vybíráme. Implementaci omezujících podmínek je možno provést pomocí bariérových a nebo penalizačních funkcí.

$$F(\vec{x}) = f(\vec{x}) + P(\vec{x}) + B(\vec{x})$$

Pro

$$h_k(\vec{x}) = 0, \quad k = 1, \dots, m, \quad (1.6)$$

$$g_j(\vec{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, p. \quad (1.7)$$

zápis $f(\vec{x})$ označuje $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Penalizační funkce bude mít následující tvar:

$$P(\vec{x}) = \sum_{k=1}^m (h_k(\vec{x}))^2 + \sum_{j=1}^p (\max[0, g_j(\vec{x})])^2 \quad (1.8)$$

Logaritmická bariérová funkce je definována jako:

$$B(\vec{x}) = -\psi \sum_{j=1}^p \log(g_j(\vec{x})) \quad (1.9)$$

Inverzní bariérová funkce má tvar:

$$B(\vec{x}) = -\psi \sum_{j=1}^p \frac{1}{g_j(\vec{x})} \quad (1.10)$$

Pokud jsou všechny omezující podmínky splněny, pak $P(\vec{x}) = 0$, pro \vec{x} blížící se zakázané oblasti $B(\vec{x}) \rightarrow \infty$. Problematice tvorby penalizačních a bariérových funkcí se detailně věnuje například [30] nebo [41].

Účelová funkce

Tvar účelové funkce musíme určit tak, abychom po provedení optimalizace získali konkrétní hodnoty optimalizačních proměnných požadovaného cíle. Například v průmyslovém procesu tavby v elektrické peci bychom mohli chtít přesně nastavit teplotu na vsázce a naopak minimalizovat celkový příkon pece a tepelné ztráty. Účelová funkce tedy v sobě musí obsahovat minimálně veličiny jako jsou příkon a teploty. Jednoduše řečeno musí svou hodnotu (anglicky fitness) zmenšovat při zvyšování příkonu a při teplotách pece a vsázky mimo požadované hodnoty.

Při hledání vhodných parametrů návrhu potřebujeme, aby jejich odezva v systému měla požadovaný tvar. Účelovou funkci vytvoříme proto tak, aby kvantitativně vyjadřovala míru shody obou průběhů - průběhu požadovaného a průběhu příslušejícímu daným parametrům. K tomuto účelu je nejvíce používaná metoda nejmenších čtverců, která má pro případ porovnávání obou průběhů v n bodech tvar součtů kvadrátů odchylek

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n \psi_i \left(y_i - f(\vec{x}; \vec{\beta}) \right)^2 \quad (1.11)$$

Kde $\vec{\beta} = \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots$ jsou koeficienty, a $\vec{x} = x_1, x_2, x_3, \dots$ jsou optimalizační proměnné. Tento přepis je vhodné používat, pokud je funkce je zadána v diskretních bodech \vec{x}_i . ψ_i jsou váhy, pomocí kterých můžeme podle potřeby upravit vliv výsledku porovnání jednotlivých průběhů na hodnotu účelové funkce (často $\psi_i = 1, \forall i$).

Většina inženýrských optimalizačních úloh vyžaduje současné řešení více než jedné účelové funkce. V tomto případě mluvíme o vícekritériální optimalizaci. Pokud jsou všechny účelové funkce řízené svými nezávislými optimalizačními proměnnými, potom optimální řešení celého problému získáme postupnou optimalizací všech nezávislých účelových funkcí. V opačném případě (závislost na jedné množině optimalizačních proměnných) musíme zvolit některý z následujících postupů.

- složením do jedné účelové funkce s vhodnou volbou váhového vektoru $\vec{\psi}$

$$F(\vec{x}) = \psi_1 F_1(\vec{x}) + \psi_2 F_2(\vec{x}) + \dots + \psi_N F_N(\vec{x}) \quad (1.12)$$

- optimalizací nejdůležitějšího kritéria a nastavením limitů z ostatních

$$\text{optimalizuj} \quad F(\vec{x}) = F_2(\vec{x}) \quad (1.13)$$

$$\text{tak, že} \quad F_1(\vec{x}) \leq A_1 \quad F_3(\vec{x}) \leq A_3 \dots \quad F_N(\vec{x}) \leq A_N$$

Vícekritériální optimalizaci se na matematické úrovni detailně věnuje např. [55].

1.3.2 Vytvoření matematického modelu

Pro vytvoření matematického modelu je potřeba analyzovat a matematicky popsat všechny důležité fyzikální aspekty celého systému. V jednotlivých krocích je postup následující:

- určení fyzikálních veličin, které systém popisují
- matematický popis fyzikálních zákonů dějů, které v systému probíhají (řídící modelové rovnice)
- určení podmínek řešení (obvykle počáteční a okrajové podmínky pro řešení diferenciálních rovnic)
- na základě analýzy sestaveného modelu přijmeme zjednodušující předpoklady a potřebné matematické úpravy (prioritizace předpokladů)
 - ▶ rozdělujeme složitý systém na jednodušší subsystémy a zpracováváme je odděleně, ovšem se zřetelem na jejich vzájemné souvislosti,
 - ▶ zavádíme neexistující formy, např. ideální plyn, ideální kapalina,
 - ▶ předpokládáme nezávislost látkových vlastností na teplotě,
 - ▶ předpokládáme, že materiál je homogenní a izotropní,
 - ▶ u systémů, kde probíhají současně pomalé a rychlé děje, předpokládáme, že rychlý děj již dosáhl rovnovážného stavu,
 - ▶ zanedbáváme ztráty,
 - ▶ nelineární závislosti linearizujeme,
 - ▶ zjednodušujeme geometrické proporce a volíme vhodné souřadnicové soustavy, abychom mohli co nejjednodušeji popsat geometrii systému,
- výběr metod řešení modelových rovnic s počátečními a okrajovými podmínkami

Výsledkem postupu jsme získali matematický model. Tento řešitelný matematický model nepopisuje zcela přesně skutečnost, ale při správných zjednodušujících předpokladech je přesnost dostačující.

Při pohledu na principy aplikací elektrotepelné techniky, uvedených v kapitole 1.2, je zřejmé, že v uvedených případech musíme uvažovat současný přenos tepla vedením, konvekcí a zářením nejen pro neprůhledné (tepelné záření mezi povrchy jako např. stěny pece), tak i pro poloprůhledné a zcela průhledné materiály (sklo nebo plyn).

Matematicky tak můžeme uvažovat řešený problém jako sdruženou úlohou popsanou řídicími diferenciálními a integro-diferenciálními rovnicemi (1.15) a (1.16) a vhodnými okrajovými a počátečními podmínkami.

Současným řešením těchto rovnic získáme výsledky pro tepelný systém, jako např. určení proudového pole, všech teplotních polí a rozdělení hustot tepelných toků na teplosměnných plochách v neideálním průteplivém prostředí, atd.

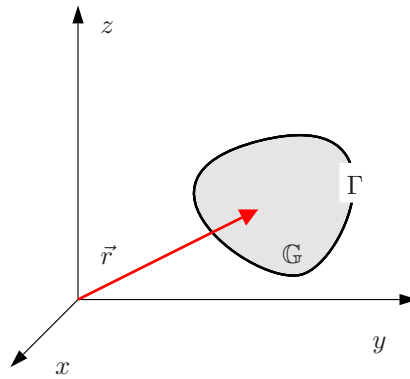
Ve většině obecných případů je přesné řešení rovnic závislé na čase, poloze, vlnové délce a prostorovém úhlu. Pro praktické případy jsme však nuceni přijmout předpoklady, které systém zjednoduší, neboť přílišná složitost brání jakémukoli řešení. Předpoklady obvykle vytvořené jsou např. izotropní rozptýl, šedé médium, difúzní šedé povrchy atd.

U modelů popsaných diferenciálními rovnicemi musíme popis doplnit příslušným počtem okrajových a počátečních podmínek. Pro každou nezávisle proměnnou potřebujeme tolik vzájemně nezávislých podmínek, jaký je nejvyšší v rovnicích se vyskytující řád derivace podle této proměnné. Formulace počátečních a okrajových podmínek je nedílnou součástí vytváření matematického modelu. Některé podmínky vyplývají zcela jednoduše ze zadání úlohy (např. na počátku je teplota ve všech bodech stejná a rovná určité hodnotě), jiné musíme odvodit stejnými postupy jako matematický model (např. na základě bilance).

1.3.2.1 Řídící rovnice matematického modelu

Nechť \mathbb{G} je trojrozměrná oblast z pohlcujícího, vyzářujícího poloprůhledného materiálu s uzavřenou hranicí Γ (obr. 1.5).

$$\vec{r} \in \mathbb{G} \subset \mathbb{R}^3 \tag{1.14}$$



Obrázek 1.5: Sledovaná oblast.

Pro sdílení tepla všemi mechanismy v pohybujícím se prostředí platí následující Fourierova–Kirchhoffova rovnice (FKR).

$$\underbrace{\rho c_p \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t}}_1 + \rho c_p \vec{v} \cdot \nabla T(\vec{r}, t) = \underbrace{\nabla \cdot (\lambda_c \nabla T(\vec{r}, t))}_2 - \underbrace{\nabla \cdot \vec{q}_r(\vec{r}, T)}_3 + \underbrace{\sum Q_V}_4 \quad (\text{W.m}^{-3}) \quad (1.15)$$

1. změna vnitřní energie
2. rychlost konduktivního přívodu tepla
3. měrný výkon tepelného záření
4. výkon objemového zdroje energetické přeměny dalších netepelných energií v teplo (např. chemické reakce atd.)

kde

- ρ (kg.m⁻³) hustota
- c_p (J.kg⁻¹.K⁻¹) měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku
- T (K) absolutní teplota
- t (s) čas
- \vec{v} (m.s⁻¹) rychlost
- λ_c (W.m⁻¹.K⁻¹) tepelná vodivost
- \vec{q}_r (W.m⁻²) vektor plošné hustoty zářivého tepelného toku

FKR je používána pro výpočty teplotních polí (rozložení teplot) $T(t, x_i)$ v tuhé látce nebo kapalině. Následně stanovení hustoty tepelného toku z teplotního pole.

Rovnice přenosu záření (RPZ) pro prostředí s absorpcí, vlastní emisí a rozptylem v bodě \vec{r} ve směru \vec{s} je definována jako:



Jean Baptiste Joseph Fourier
(1768-1830)

Francouzský matematik, známý mj. analýzou vedení tepla, trigonometrickými řadami a teorií funkcí reálné proměnné.

$$\underbrace{\frac{1}{e} \frac{\partial I(\vec{r}, \vec{s}, t)}{\partial t}}_1 + \underbrace{\frac{\partial I(\vec{r}, \vec{s}, t)}{\partial s}}_2 + \underbrace{\kappa_s I(\vec{r}, \vec{s}, t)}_3 + \underbrace{\sigma_s I(\vec{r}, \vec{s}, t)}_4 = \underbrace{\kappa_s \frac{\sigma T^4}{\pi}}_5 + \underbrace{\frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}', t) \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega}_{6} \quad (\text{W.m}^{-3} \cdot \text{sr}^{-1})$$

$$\vec{s} \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}, t)$$

(1.16)

1. člen zanedbáme (rychlost světla je tak velká, že všechny změny proběhnou prakticky okamžitě)
2. změna intenzity záření na ds
3. zeslabení v důsledku absorpce
4. zeslabení v důsledku vnějšího rozptylu
5. zesílení v důsledku vlastního záření elementu
6. zesílení v důsledku rozptylu záření dopadajícího ze všech směrů na objemový element ve směru vyšetřovaného paprsku

kde

I ($\text{W.m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$) intenzita záření

σ ($\text{W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$) Stefanova-Boltzmannova konstanta ($\sigma = 5,669236 \cdot 10^{-8} (\text{W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4})$)

κ_s (m^{-1}) součinitel absorpce

σ_s (m^{-1}) součinitel rozptylu

c (m.s^{-1}) rychlost šíření záření v prostředí

\vec{r} (m) polohový vektor

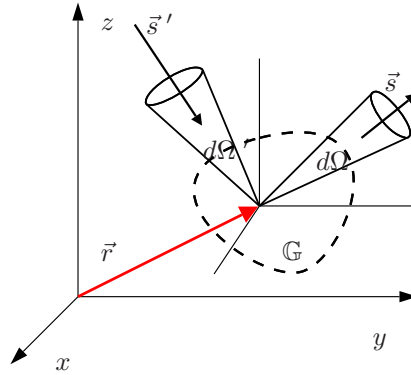
\vec{s} (m) směrový vektor

\vec{s}' (m) vektor směru rozptylu

Φ (–) fázová funkce

$\Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}')$ () pravděpodobnost, že záření letící ve směru \vec{s}' a omezené v prostorovém úhlu $d\Omega$ je rozptýleno přes úhel $\vec{s} \cdot \vec{s}'$ do směru \vec{s} a omezené v prostorovém úhlu $d\Omega$ (obr. 1.6)

Ω (sr) prostorový úhel



Obrázek 1.6: Přenos tepla zářením ve sledované oblasti.

1.3.2.2 Počáteční podmínka

Počáteční podmínka charakterizuje rozložení teploty v tělese na počátku procesu, tj. v čase $t_0 = 0$.

$$T(\vec{r}, 0) = T_0(\vec{r}), \quad \vec{r} \in \mathbb{G} \quad (1.17)$$

1.3.2.3 Okrajové podmínky

- **Okrajová podmínka I. druhu (Dirichletova)**

Je zadána teplota povrchu tělesa T_s jako funkce času.

$$T(t, \forall x \in \Gamma) = T_s(t) \quad (\text{K}) \quad (1.18)$$

Příklad: - ohřev kondenzující parou
- chlazení vroucí kapalinou

- **Okrajová podmínka II. druhu (Neumannova)**

Je zadána hustota tepelného toku \vec{q} na povrchu tělesa jako funkce času.

$$\vec{q}(t, \forall x \in \Gamma) = \vec{q}_S(t) = -\lambda_c \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x \in \Gamma} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (1.19)$$

Příklad: - elektrický ohřev (vytápěné desky, trubkové ohříváče opatřené topnou spirálou)
- přenos tepla zářením se značným rozdílem teplot

- **Okrajová podmínka III. druhu (Fourierova)**

Podmínka spojitosti hustot tepelného toku na mezifázovém rozhraní proudící kapalina-povrch tělesa. Teplo převedené tělesu/z tělesa vedením je rovno teplotě odvedenému/přivedenému prouděním prostředím.

$$\lambda_c \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha(T_a - T_s) \quad (1.20)$$

kde T_a teplota v jádru proudícího prostředí, T_s teplota povrchu tělesa, α součinitel přestupu tepla

- **Okrajová podmínka IV. druhu**

Podmínka spojitosti hustot tepelného toku na styku dvou těles.

$$\lambda_c^{(1)} \cdot \left. \frac{\partial T^{(1)}}{\partial x} \right|_{x=H} = \lambda_c^{(2)} \cdot \left. \frac{\partial T^{(2)}}{\partial x} \right|_{x=H} \quad (1.21)$$

Pro tuhá tělesa a dokonalý styk přechází (1.21) v podmínku spojitosti teplotních rozložení:

$$T^{(1)} \Big|_{x=H} = T^{(2)} \Big|_{x=H} \quad (1.22)$$

Příklad: - složené stěny.

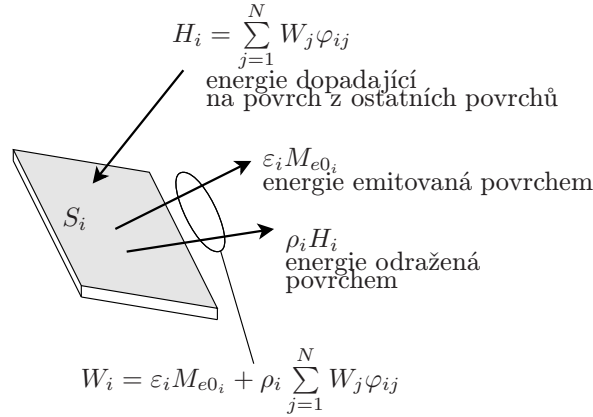
1.3.2.4 Metody řešení

Řešit současně integro-diferenciální rovnici přenosu záření (1.16) a sdruženou Fourierovu–Kirchhoffovu rovnici (1.15) je analyticky nemožné a numericky extrémně výpočetně náročné. V této podkapitole budou popsány přibližné metody řešení úloh popsaných uvedenými rovnicemi s uvedením literatury, ve které byly publikovány.

Zonální metoda

Zonální metoda byla prvně vyvinuta autory [22], a používána pro výpočet neznámých teplot a tepelných toků mezi povrchy. Podstata zonální metody spočívá v rozdělení systému povrchů na konečný počet povrchových zón. Jejich velikost a tvar je zvolen tak, aby všechny důležité veličiny (teplota, hustota tepelného toku, zářivé charakteristiky atd.) mohly být v každé zóně považovány za konstanty.

Rozdělíme si celý systém na N šedých ploch, které si označíme indexy $i = 1..N$. Každá plocha vyzařuje tepelný výkon který pojmenujeme efektivní intenzita vyzařování W_i (*radiozita*⁴) a dopadá na ni výkon H_i (*iradiace*). Efektivní intenzita vyzařování W_i se tady skládá jednak z vlastní emise $\varepsilon_i M_{e0_i}$ (prvotní záření podle Stefanova-Boltzmannova zákona) a dále výkonu, který vznikl odrazem H_i vyslaného ostatními plochami směrem k i -té ploše (druhotné záření). Plocha neodráží všechno dopadající záření, ale pouze jeho část, část se pohltí (viz obr. 1.7). O jak velkou část se jedná, udává součinitel odrazivosti ρ_i (podrobněji popsany v oddílu A.2 na straně 87).



Obrázek 1.7: Energetické poměry na i -té ploše

$$W_i S_i = \varepsilon_i M_{e0_i} S_i + \rho_i H_i S_i \quad (\text{W}) \quad (1.23)$$

Další odvození budeme zapisovat v měrných výkonech ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$).

$$W_i = \varepsilon_i M_{e0_i} + \rho_i H_i \quad (\text{W} \cdot \text{m}^2) \quad (1.24)$$

H_i je součtem výkonů od všech okolních ploch. Podíl libovolné j -té plochy na ozáření i -té plochy závisí na velikosti obou ploch, na jejich vzájemné poloze a na energii, kterou j -tá plocha vyzařuje. Tento poměr určuje konfigurační faktor φ_{ji} (odvozený v oddíle A.4 na straně 99). Celkový výkon přijímaný j -tou plochou můžeme vyjádřit pomocí vztahu:

$$H_i S_i = \sum_{j=1}^N W_j S_j \varphi_{ji} \quad (\text{W}) \quad (1.25)$$

kde S_i a S_j jsou velikosti příslušných ploch a po vydělení S_i dostaneme

$$H_i = \sum_{j=1}^N \frac{W_j S_j \varphi_{ji}}{S_i} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (1.26)$$

Podle pravidla konfiguračních faktorů o vzájemnosti (A.82) z oddílu A.4 platí.

⁴V angličtině uváděná jako *Radiosity*.

$$S_i \varphi_{ij} = S_j \varphi_{ji} \quad : \quad \varphi_{ij} = \frac{S_j}{S_i} \varphi_{ji} \quad (1.27)$$

Dosadíme (1.27) do (1.26)

$$H_i = \sum_{j=1}^N W_j \varphi_{ij} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (1.28)$$

A nyní po dosazení (1.28) do původní (1.24) dostaneme rovnici energetické bilance i -té plochy

$$W_i = \varepsilon_i M_{e0i} + \rho_i \sum_{j=1}^N W_j \varphi_{ij} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (1.29)$$

Nyní jen upravíme do tvaru

$$W_i - \rho_i \sum_{j=1}^N W_j \varphi_{ij} = \varepsilon_i M_{e0i} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (1.30)$$

Energetická bilance všech N ploch v maticovém zápisu

$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_1 \varphi_{11} & -\rho_1 \varphi_{12} & -\rho_1 \varphi_{13} & \dots & -\rho_1 \varphi_{1N} \\ -\rho_2 \varphi_{21} & 1 - \rho_2 \varphi_{22} & -\rho_2 \varphi_{23} & \dots & -\rho_2 \varphi_{2N} \\ -\rho_3 \varphi_{31} & -\rho_3 \varphi_{32} & 1 - \rho_3 \varphi_{33} & \dots & -\rho_3 \varphi_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_N \varphi_{N1} & -\rho_N \varphi_{N2} & -\rho_N \varphi_{N3} & \dots & 1 - \rho_N \varphi_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \vdots \\ W_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 M_{e01} \\ \varepsilon_2 M_{e02} \\ \varepsilon_3 M_{e03} \\ \vdots \\ \varepsilon_N M_{e0N} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Ve zkráceném maticovém zápisu vypadá rovnice (1.31).

$$\mathcal{K} \cdot \mathcal{W} = \mathcal{M} \quad (1.32)$$

Rozdíl vlastního a pohlceného záření nazveme výslednou intenzitou vyzařování $q_{\text{výsl}}$. Můžeme ji též definovat jako výslednou ztrátu energie vztáženou na jednotku času a plochy vlivem procesů záření. Výslednou intenzitu vyzařování na povrchu zóny S_i (za kladný smysl se považuje směr výsledného toku z uvažovaného povrchu) lze potom stanovit jako:

$$q_{\text{výsl},i} = W_i - H_i \quad (1.33a)$$

$$= (\varepsilon_i M_{e0i} + \rho_i H_i) - H_i = \varepsilon_i (M_{e0i} - H_i) \quad (1.33b)$$

$$= W_i - \frac{(W_i - \varepsilon_i M_{e0i})}{\rho_i} \quad (1.33c)$$

$$= \frac{\varepsilon_i}{\rho_i} (M_{e0i} - W_i) \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (1.33d)$$

Po vypočtení vektoru efektivních intenzit vyzařování W ze vztahů (1.31). Rovnice (1.31) má širší význam než pouze pro vyčíslení výsledné intenzity vyzařování na povrchu pomocí rovnic (1.33a)-(1.33d). Pokud položíme všechny hodnoty M_{e0} rovny nule s výjimkou M_{e0_j} potom z následující rovnice dostaneme hodnotu výsledné intenzity vyzařování mezi zónami j a i .

$$q_{\text{výsl},ji} = \frac{\varepsilon_i}{\rho_i}(W_i - 0) \quad (\text{W}\cdot\text{m}^{-2}) \quad (1.34)$$

Zonální metoda je velmi jednoduchou a srozumitelnou metodou výpočtu šedých sálavých toků mezi šedými povrchy. Nevýhodou této metody je právě omezení na šedé záření a velké paměťové nároky, zvyšující se s počtem povrchů (zón).

Modifikace zonální metody

Původní zonální metoda, popsaná v předchozí kapitole, umožňuje pouze výpočet přenosu zářivé energie mezi ideálně difúzními povrchy v bezztrátovém prostředí. Tyto nedostatky se v této metodě snaží řešit autoři [1], kteří rozšířili metodu o zrcadlové povrchy. Konfigurační faktor je redefinován na rozšířený konfigurační faktor který obsahuje nejen složku vzájemného osálení dvou ploch, ale i příspěvek zrcadlově odražené energie od zrcadlových povrchů.

Elektrická odporová analogie

Pro řešení sálavých tepelných toků mezi šedými difúzními povrchy můžeme rovněž použít metodu, která je založena na analogii s modelem elektrických obvodů, konkrétně na modelu odporové sítě. Vezmeme rovnici (1.24) a přepíšeme za použití $\rho = 1 - \varepsilon$.

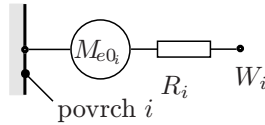
$$W_i = \varepsilon_i M_{e0i} + (1 - \varepsilon_i)H_i \quad (\text{W}\cdot\text{m}^2) \quad (1.35)$$

$$H_i = \frac{W_i - \varepsilon_i M_{e0i}}{1 - \varepsilon_i} \quad (1.36)$$

$$q_{\text{výsl},i} = S_i(W_i - H_i) = S_i(\varepsilon_i M_{e0i} + (1 - \varepsilon_i)H_i - H_i) = \frac{M_{e0i} - W_i}{\left(\frac{1-\varepsilon}{S_i\varepsilon_i}\right)} \quad (\text{W}) \quad (1.37)$$

Nadefinovali jsme si povrchový odpor proti přenosu tepla zářením jako.

$$R_i = \frac{1 - \varepsilon_i}{S_i\varepsilon_i} \quad (1.38)$$



Obrázek 1.8: Povrchový odpor tepelného záření.

Dále vezmeme rovnici (1.28) a dosadíme do (1.33a).

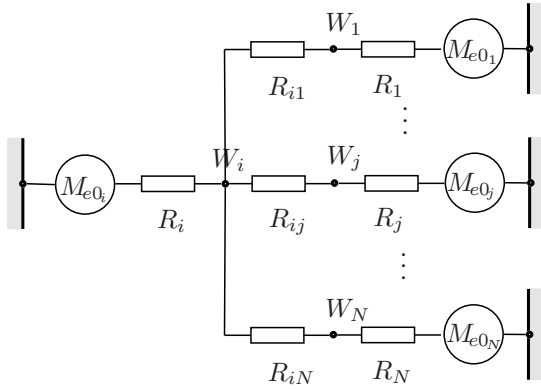
$$q_{\text{výsl},i} = W_i - \sum_{j=1}^N W_j \varphi_{ij} \quad (1.39)$$

Za použití pravidla konfiguračních faktorů o uzavřenosti (A.83) dostaneme.

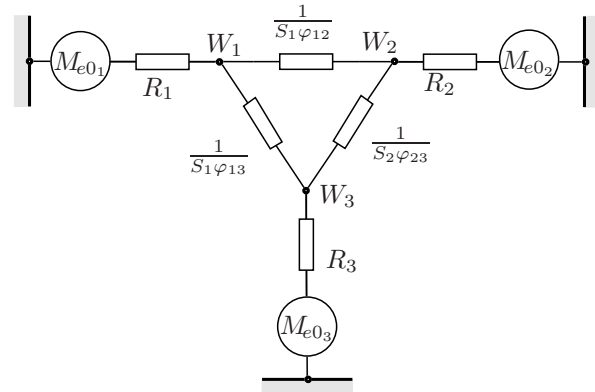
$$q_{\text{výsl},i} = \sum_{j=1}^N \frac{W_i - W_j}{\frac{1}{S_i\varphi_{ij}}} \quad (1.40)$$

Nadefinovali jsme si prostorový odpor přenosu tepla zářením jako

$$R_{ij} = \frac{1}{S_i \varphi_{ij}} \quad (1.41)$$



Obrázek 1.9: Analogie sálavých povrchů s odporovou sítí.



Obrázek 1.10: Elektrotepelná analogie pro tři povrchy.

Metoda sledování paprsku

Metoda sledování paprsků⁵ je jednou z nejpoužívanějších metod v úlohách zářivého přenosu tepla, ve kterých se pracuje se zrcadlovými plochami. Hlavním principem této metody je, že záření vysálané z povrchového elementu v jistém rozsahu prostorových úhlů může být aproximováno jedním paprskem, vliv rozptylu je zanedbán. Algoritmus sleduje cesty, kterými paprsky tepelného záření prochází konfigurací teplosměnných ploch a těles, propočítává odrazy, lomy, útlum a absorpci, kdykoliv dojde k dopadu paprsku na tyto plochy a tělesa. K tomu využívá komplexních matematických rovnic založených na analytické geometrii.

Průběh výpočtu provádí následující kroky

1. tepelné zdroje aproximuj množinou důležitých paprsků s danými směry a intenzitami
2. pro každý paprsek proved následující postup
3. najdi průsečíky paprsku s ostatními tělesy
4. vyber nejbližší průsečík, a podle charakteru plochy vytvoř nový paprsek (podle zákonů geometrické optiky popsaných v kapitole A.3.1)
5. pokud má nový paprsek nenulovou intenzitu, opakuj s novým paprskem od bodu 3

Pro použití metodou sledování paprsku může být rovnice (1.16) pro změnu intenzity záření, dI , na dráze ds , zjednodušena na

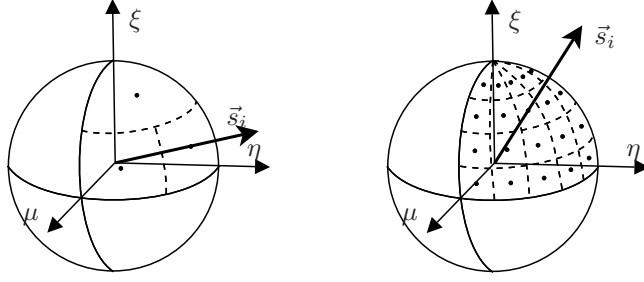
$$\frac{dI}{ds} + \kappa_s I = \frac{\kappa_s \sigma T^4}{\pi} \quad (1.42)$$

Index lomu je zde předpokládán jednotkový. Pokud je κ_s konstantní, potom $I(s)$ je

$$I(s) = \frac{\sigma T^4}{\pi} (1 - e^{-\kappa_s s}) + I_0 e^{-\kappa_s s} \quad (1.43)$$

kde I_0 je intenzita záření na počátku dráhy, který je určen okrajovou podmínkou. Oproti zonální metodě nám technika sledování paprsku poskytuje předpověď přenosu tepla zářením mezi povrchy bez

⁵V některé literatuře (např. [14]) je metoda uváděná pod názvem „Radiální model diskretního přenosu“



Obrázek 1.11: Směrová diskretizace sférické obálky kolem každého bodu prostorově diskretizované oblasti.

výpočtu konfiguračních faktorů. Přesnost modelu je omezena hlavně počtem sledovaných paprsků a výpočtové sítě.

Výhodami této metody jsou jednoduchost, lze zvýšit přesnost zvýšením počtu paprsků a je aplikovatelný na široký rozsah úloh přenosu tepla zářením včetně úloh s odrazy na lesklých plochách a lomem světla a to i v závislosti na jeho vlnové délce. Nevýhodou může být požadavek na velký výpočetní výkon pro řešení problémů s velkým počtem paprsků.

Model diskrétních ordinát (DOM)

Model diskrétních ordinát řeší RPZ (1.16) pro konečný počet diskrétních prostorových úhlů, každý asociován s polohovým vektorem \vec{s} vázaným v kartézském systému (x, y, z) . Na obrázku 1.11 je naznačen způsob takovéto diskretizace. Jemnost úhlové diskretizace je volitelná. Metoda DOM je popsána např. v [14] nebo [34].

DOM model transformuje rovnici (1.16) do soustavy tolika parciálních diferenciálních rovnic, kolik je různých směrů \vec{s}_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Integrál nad směry je nahrazen numerickou kvadraturou.

$$\int_{4\pi} f(\vec{s}) d\Omega \simeq \sum_{i=1}^n w_i f(\vec{s}_i) \quad (1.44)$$

kde w_i jsou váhy jednotlivých bodů pro směry \vec{s}_i . Dále pracujeme se soustavou n rovnic.

$$\vec{s}_i \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}_i, t) + \kappa_s I(\vec{r}, \vec{s}_i, t) + \sigma_s I(\vec{r}, \vec{s}_i, t) = \kappa_s \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{j=1}^n w_j I(\vec{r}, \vec{s}_j, t) \Phi(\vec{r}, \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j) d\Omega \quad n = 1, 2, \dots, n \quad (1.45)$$

Směry pro kvadraturu můžeme vyčíst z tabulky 1.1 podle směrových kosinů.

$$\vec{s}_i = (\vec{s}_i \cdot \vec{i})\vec{i} + (\vec{s}_i \cdot \vec{j})\vec{j} + (\vec{s}_i \cdot \vec{k})\vec{k} = \xi_i \vec{i} + \eta_i \vec{j} + \mu_i \vec{k} \quad (1.46)$$

Mezi výhody této metody patří podpora široké škály optických tlouštěk, výpočtů záření mezi povrchy, záření v poloprůhledných materiálech. Požadovaný výpočetní výkon a kapacita paměti jsou závislé hustotě diskretizace.

Metoda prostorových harmonických funkcí

Metoda prostorových harmonických funkcí je popsána např. v [14], [32] a [34]. P_1 model je nejjednodušším případem mnohem obecnějšího P-N modelu, který je založen na rozvedení intenzity záření I do ortogonálních řad prostorových harmonických funkcí.

$$I(\vec{r}, \vec{s}) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l I_l^m(\vec{r}) Y_l^m(\vec{s}) \quad (1.47)$$

Aproximace	ξ	η	μ	w
S_2 (symetrický)	0.5773503	0.5773503	0.5773503	1.5707963
S_2 (asymetrický)	0.5000000	0.7071068	0.5000000	1.5707963
S_4	0.2958759	0.2958759	0.9082483	0.5235987
	0.2958759	0.9082483	0.2958759	0.5235987
	0.9082483	0.2958759	0.2958759	0.5235987
S_6	0.1838670	0.1838670	0.9656013	0.1609517
	0.1838670	0.6950514	0.6950514	0.3626469
	0.1838670	0.9656013	0.1838670	0.1609517
	0.6950514	0.1838670	0.6950514	0.3626469
	0.6950514	0.6950514	0.1838670	0.3626469
	0.9656013	0.1838670	0.1838670	0.1609517
S_8	0.1422555	0.1422555	0.9795543	0.1712359
	0.1422555	0.5773503	0.8040087	0.0992284
	0.1422555	0.8040087	0.5773503	0.0992284
	0.1422555	0.9795543	0.1422555	0.1712359
	0.5773503	0.1422555	0.8040087	0.0992284
	0.5773503	0.5773503	0.5773503	0.4617179
	0.5773503	0.8040087	0.1422555	0.0992284
	0.8040087	0.1422555	0.5773503	0.0992284
	0.8040087	0.5773503	0.1422555	0.0992284
	0.9795543	0.1422555	0.1422555	0.1712359

Tabulka 1.1: Směrové kosiny a váhové faktory

kde $I_l^m(\vec{r})$ je místně závislý koeficient a $Y_l^m(\vec{s})$ prostorová harmonická funkce. Hustotu zářivého zdroje q_r definuje.

$$\vec{q}_r = -\frac{1}{3(a + \sigma_s) - C\sigma_s} \nabla G \quad (1.48)$$

kde G je vlastní radiace, a C je součinitel lineární-anisotropické fázové funkce. Po zavedení parametru

$$\Gamma = \frac{1}{(3(a + \sigma_s) - C\sigma_s)} \quad (1.49)$$

se rovnice (1.48) zjednoduší na

$$\vec{q}_r = -\Gamma \nabla G \quad (1.50)$$

Rovnice přenosu pro G je

$$\nabla \cdot (\Gamma \nabla G) - aG + 4a\sigma T^4 = S_G \quad (1.51)$$

kde S_G je uživatelsky definovatelný radiační zdroj.

Kombinací rovnic (1.50) a (1.51) dostaneme následující rovnici:

$$-\nabla \cdot \vec{q}_r = aG - 4a\sigma T^4 \quad (1.52)$$

Výraz pro $-\nabla \cdot \vec{q}_r$ může být přímo nahrazen do rovnice (1.16).

Rosselandova difúzní aproximace

Informace o metodě Rosselandovy aproximace jsem čerpal z [47], [33] a [14]. Rosselandova aproximace je nejjednodušším klasickým typem difúzní aproximace, a proto patří k nejrychlejším metodám řešení přenosu tepelného záření v poloprůhledných materiálech. Její použitelnost je však omezena pouze na případy kdy optická tloušťka $\gg 1$.

Vektor hustoty zářivého tepelného toku může být aproximován.

$$q_r = -\lambda_r \nabla T \quad (1.53)$$

Definujeme sálavou tepelnou vodivost λ_r jako

$$\lambda_r = \int \frac{4}{3} n^2 \frac{1}{\gamma_s} \frac{dM_{e\lambda 0}}{dT} d\lambda \quad (1.54)$$

Princip je založen na faktu, že lineární asymptotické řešení může být přímo vloženo do rovnice vedení tepla. Nyní má zářivý tepelný tok stejný tvar jako Fourierův zákon vedení tepla. Je možné napsat:

$$q = q_c + q_r \quad (1.55)$$

$$= -(\lambda_c + \lambda_r) \nabla T \quad (1.56)$$

Rosselandova aproximace je praktický model, který může být použit v reálných 3D simulacích. Korekce vede ke změně zdánlivé vodivosti materiálu. Tepelnou vodivost podle Fourierova zákona vedení tepla je modifikována polynomem třetího řádu.

1.3.3 Vyhodnocení modelu

Úkolem modulu vyhodnocení modelu je numerické zpracování matematických modelů a určení hodnot:

- účelové funkce a omezujících podmínek
- pomocných informací.

Je zodpovědný za např. numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic a jejich soustav. K tomu může používat některé z následujících metod, jako jsou metoda sítí, variační metody, metoda konečných prvků, metoda konečných diferencí, metoda konečných objemů atd.

1.3.4 Optimalizační modul

Účelem optimalizačního modulu je provádět vhodné změny optimalizačních proměnných, které vedou ke zlepšenému nebo optimálnímu návrhu. Proto obsahuje optimalizační algoritmus. Každý optimalizační algoritmus může být charakterizována podle:

- typu optimalizačních proměnných
 - ▶ **reálné proměnné** - mají dolní a horní hranici (zadáno intervalem)
 - ▶ **celočíslné proměnné** - mají dolní a horní hranici a dosahují jen celočíselných hodnot (obdoba Diofantovských rovnic)
 - ▶ **logické proměnné** - dosahují dvou hodnot (pravda/nepřavda)
 - ▶ **výběrové proměnné** - mají množinu možných hodnot
 - ▶ **množinové proměnné** - jako hodnoty dosahují různé množiny
- typu omezujících podmínek
 - ▶ bez omezujících podmínek
 - ▶ lineární ($a x_1 + b x_2 + \dots + c x_n \geq z$)
 - ▶ nelineární

- ▶ logické (jestliže A, potom B)
- typu účelové funkce – strom na obrázku 1.12 znázorňuje některé základní

Optimalizační algoritmy můžeme dále rozdělit podle hlediska, zda nutně potřebují z modulu získávat informace (např. gradienty) nebo zda mohou pracovat pouze s předanou hodnotou účelové funkce.

Účelové funkce, které v naší aplikované metodice získáme po vytvoření matematického modelu fyzikálního jevu, jeho vyhodnocení numerickými metodami a přičtení vlivu sady kritérií, nejsou v drtivé většině přímo derivovatelné a obsahují mnoho lokálních extrémů. V tomto případě nelze použít klasické optimalizační algoritmy jako např. Newton-Raphsonův, a je nutné sáhnout k metodám globální optimalizace, označovaným jako heuristické. Nejznámějšími a nejpoužívanějšími heuristickými metodami globální optimalizace jsou metody simulovaného ochlazování, zakázaného prohledávání a genetických algoritmů. Tyto techniky byly při svém vzniku inspirovány různými oblastmi. Metoda zakázaného prohledávání je založena na principech umělé inteligence, metoda simulovaného ochlazování na fyzice pomalého tuhnutí pevných látek a genetické algoritmy na biologických principech evoluce živých tvorů. Další výhodou těchto metod je, že jsou odolnější proti „uvíznutí“ v lokálním extrému, kterých většinou účelové funkce obsahují mnoho.

1.3.4.1 Simulované ochlazování

Metoda simulovaného ochlazování je stochastická optimalizační technika, publikovaná např. v [36], určená pro hledání globálního minima v rozsáhlých optimalizačních úlohách. Algoritmus využívá analogie mezi způsobem, jakým se dostávají pomalu chladnoucí kovy do krystalické struktury ve stavu s nejmenší energií a jeho simulace při hledání minima v obecnějších systémech. V diagramu na obrázku 1.13 vidíme, jak celý algoritmus probíhá. Algoritmus začíná z náhodně vybraného bodu \vec{x}_s . Přejít do dalšího bodu \vec{x}_n , opět náhodně vybraného z okolí \vec{x}_s , je akceptován jen pokud má lepší ohodnocení účelovou funkcí, nebo i pokud má horší ohodnocení účelovou funkcí - v tomto případě je přechod přijat jen s určitou pravděpodobností ($e^{-\Delta E/T}$) odvozenou od řídicího parametru označovaného jako teplota T . Náhodný výběr dalších bodů z okolí stávajícího bodu se v dalších iteracích opakuje. Po určitém počtu kroků je teplota T postupně snižována, tj. snižuje se pravděpodobnost zhoršení ohodnocení. Algoritmus končí, pokud se řídicí parametr T dostane pod stanovenou minimální hodnotu T_{min} , a bod, ve kterém se algoritmus právě nachází, můžeme vzít jako nejlepší řešení. Pokud však tento bod není blízký globálnímu extrému (např. uváznutí v lokálním minimu), je potřeba změnit minimální hodnotu T_{min} , a změnit rychlost změny parametru T v průběhu algoritmu.

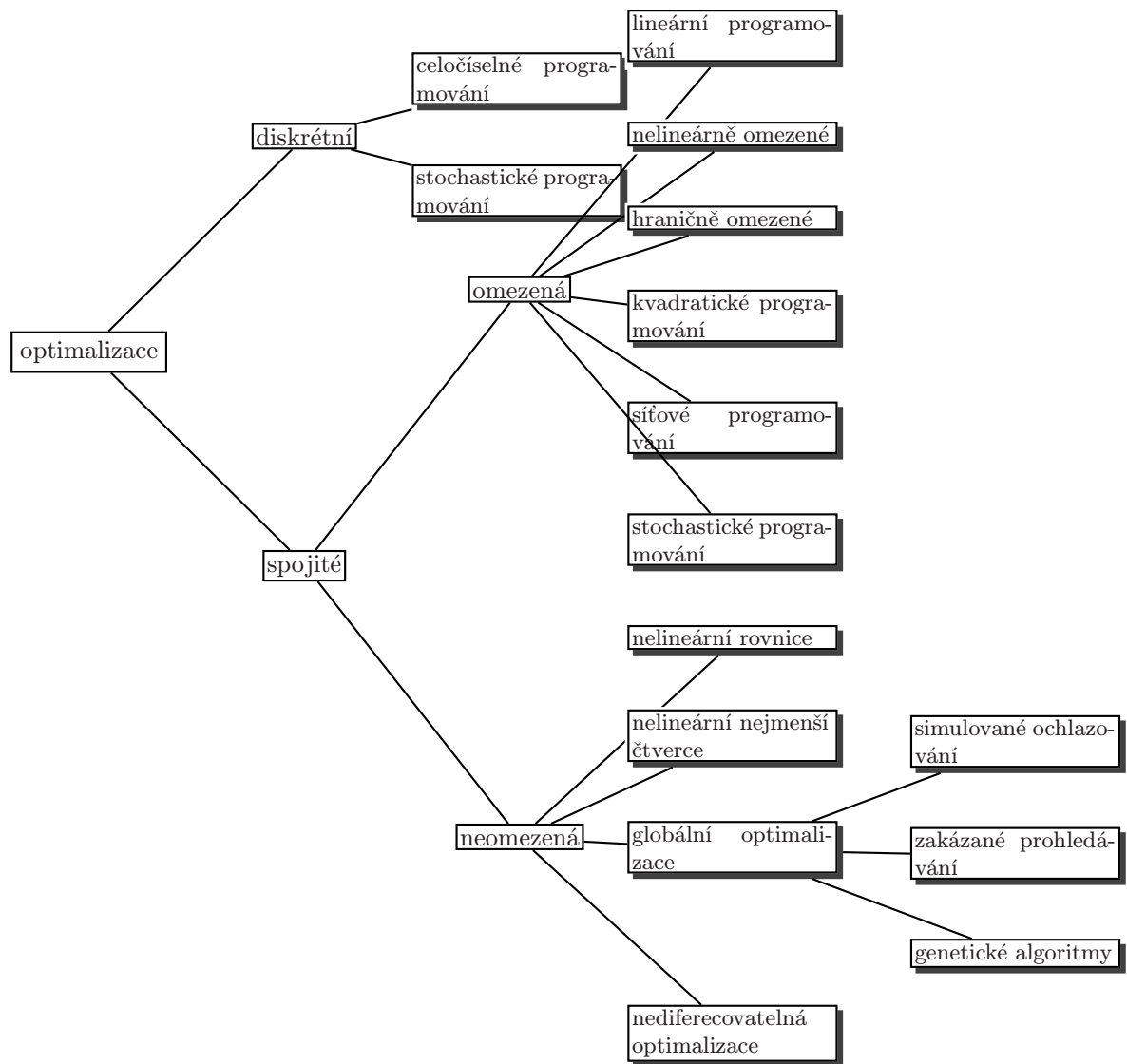
1.3.4.2 Zakázané prohledávání

Metoda zakázaného prohledávání je stochastická iterační metoda určená především pro řešení diskrétních kombinatorických optimalizačních úloh. Po použití binární reprezentace proměnných je množné tuto metodu použít i pro spojité úlohy. Hlavním principem je prohledávání prostoru všech přípustných řešení sekvencí přesunů. Přesunem z jednoho řešení na jiné, nejlepší z dosažitelných. Algoritmus si pamatuje krátkou historii (např. 50 dříve vykonaných kroků odvozených od lokálních extrémů), aby se zabránilo cyklení v těchto přesunech.

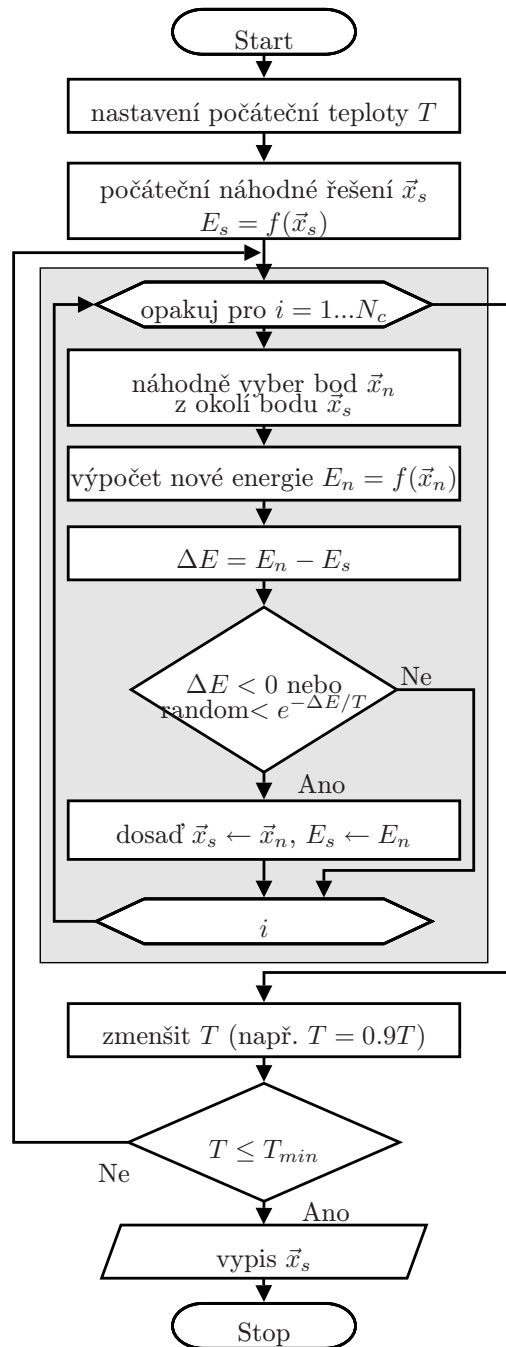
Na obrázku 1.14 je algoritmus znázorněný. Algoritmus začíná z náhodně vybraného bodu \vec{x}_s (stávající řešení). Z množiny okolních bodů \mathbb{N} je vybrán nejlepší prvek \vec{x}_c . Pokud tento prvek není v množině zakázaných prvků (tabu) \mathbb{T} , přechází se na tento prvek. V opačném případě se na něj přechází pouze pokud je lepší, než do této chvíle nejlepší nalezený. V obou případech se kontroluje, zda nově nalezený bod není lepší než dosud nalezený extrém. Algoritmus končí po předem definovaném maximálním počtu kroků, nebo pokud není možné najít lepší bod bez přítomnosti v zakázaném seznamu.

1.3.4.3 Genetické algoritmy

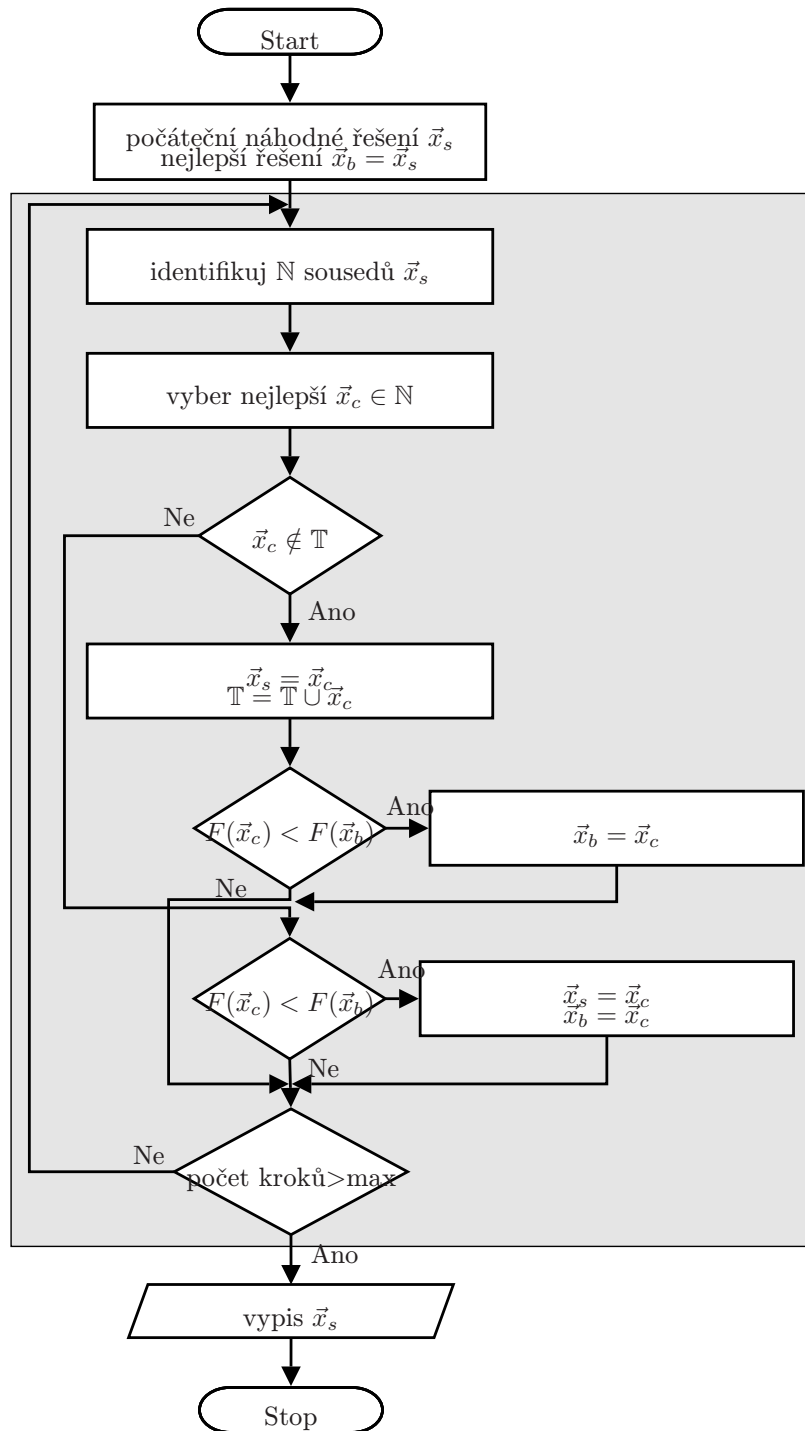
Genetické algoritmy (GA) jsou stochastické iterační vyhledávací metody, které napodobují přirozenou biologickou evoluci.



Obrázek 1.12: Druhy optimalizačních metod



Obrázek 1.13: Algoritmus simulovaného ochlazování



Obrázek 1.14: Algoritmus zakázaného prohledávání

GA pracují na populaci(generaci) (množina \mathbb{P}) s konstantním počtem jedinců(potenciálních řešení) a aplikují na ni principy přežití nejlepších k produkci lepších a lepších aproximací řešení.

Jedinec (\vec{x}) je reprezentován řetězcem 0 a 1(genotypem), který je ekvivalentem informací uložených v chromozómech jednotlivých organismů v biologii. Pomocí tohoto řetězce je zakódováno místo v daném prohledávaném prostoru. Vlastností každého jedince je jeho hodnota tzv. fitness funkce. Její velikost nám dává při porovnání s ostatními jedinci kritérium kvality řetězce. Její hodnotou může být např. při optimalizaci hodnota funkce v bodě, který kóduje daný jedinec.

Každá nová generace vznikne z předchozí za použití genetických operátorů, reprodukce(výběru), křížení a mutace.

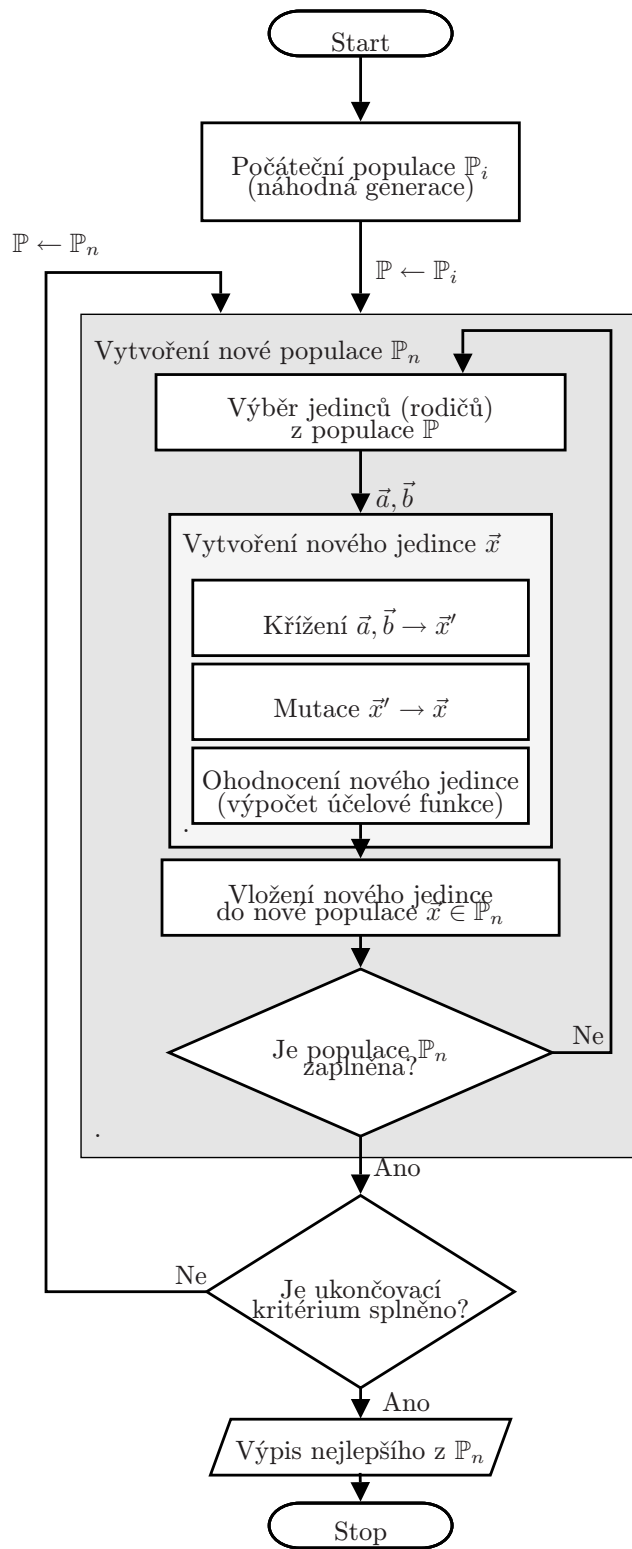
Genetické operátory výběru, křížení a mutace jsou podrobně popsány v příloze B v podkapitolách B.2.0.4, B.2.0.3 a B.2.0.5 atd..

1.3.5 Ukončovací modul

Ukončovací modul sleduje a vyhodnocuje kritéria pro stanovení, zda má být optimalizační proces ukončen. Ukončovací kritéria je možno klasifikovat do tří kategorií:

- dosažení optima (pokud je známé)
- žádné nebo malé pokroky mezi iteracemi procesu optimalizace. (zlepšení ohodnocení $\leq \epsilon_{imp}$ během posledních $n_{imp} \geq 1$ iterací)
- omezení zdrojů (počtu iterací, výpočetní, paměťové, atd.)

Pokud je kterékoliv z těchto tří kritérií splněno, optimalizační proces je ukončen a nejlepší dosažený výsledek je výstupem. Tento výsledek je nutno zkontrolovat projektantem. Pokud je je z nějakého důvodu nepoužitelný, úloha byla špatně podmíněna nebo počet iterací optimalizační smyčky byl nedostatečný a je třeba opakovat znovu celý proces návrhu včetně potřebných úprav geometrické reprezentace a omezujících podmínek.



Obrázek 1.15: Genetický algoritmus.

Kapitola 2

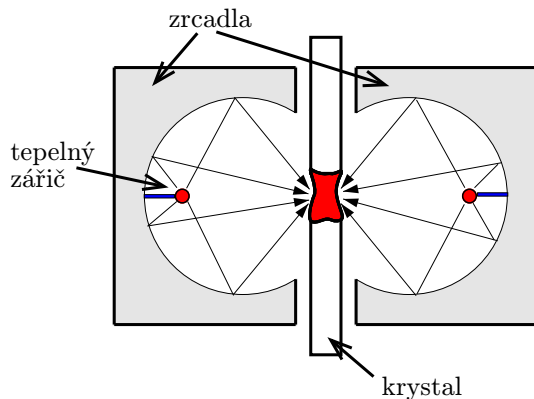
Globální optimalizace zářivých tepelných zdrojů

Tato kapitola obsahuje pět analyzovaných a řešených úloh. Úlohy jsou vybrány tak, aby pokrývaly a rozvíjely konkrétní oblasti problematiky disertační práce, tj. přenos tepla zářením a jeho optimalizace v elektrotepelných zařízeních. Při řešení všech úloh je aplikována metodika popsaná v kapitole 1.3.

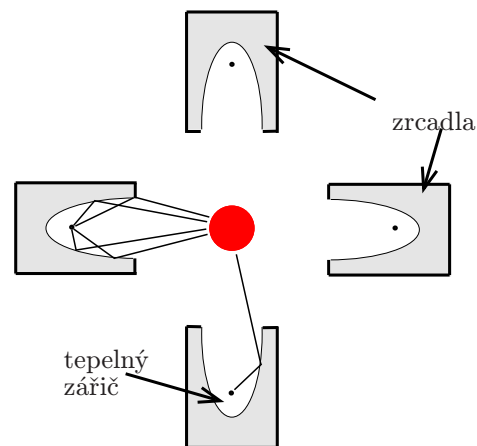
2.1 Optimalizace tvaru reflektoru tepelného zářiče

2.1.1 Motivace

K zařazení této úlohy do disertační práce jsem se rozhodl po prostudování článků [31], [43], které popisují konstrukci a použití zrcadlové pece pro zonální tavbu. Na obrázcích 2.3, D.6, D.7 a D.8 je toto zařízení zobrazeno. Zařízení podobné konstrukce jsou používány rovněž i pro pájení a svařování (popsané např. v [59]). Cílem této kapitoly je vyvinout postup, který umožní optimalizovat tvar odrazných ploch zářivého tepelného zdroje tak, aby usměrnily zářivou energii do požadované geometrie.



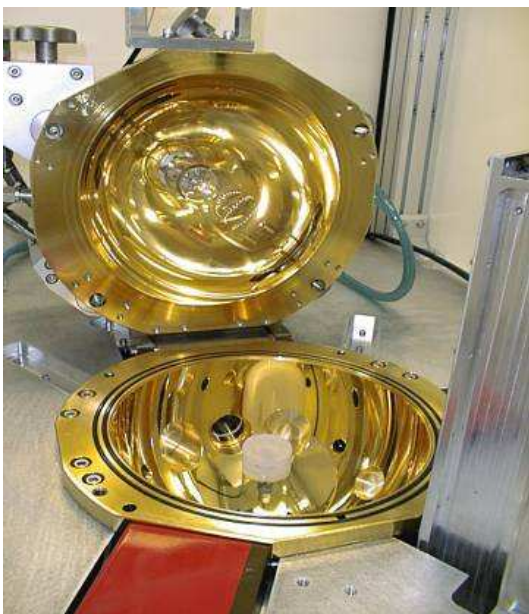
Obrázek 2.1: Schéma zrcadlové pece pro zonální tavbu křemíku.



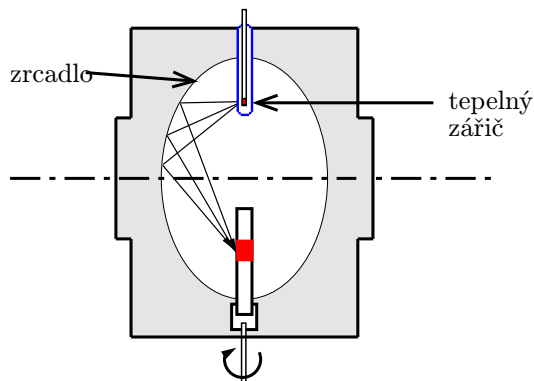
Obrázek 2.2: Schéma zrcadlové pece se čtyřmi reflektory.

2.1.2 Analýza problému

Prvním kritériem hodnocení kvality konstrukce zářičů je dosažení vysoké intenzity sálavého toku. Druhým kritériem je rozdělení sálavého toku tedy jeho rovnoměrnost nebo přesně definovaná nerovnoměr-

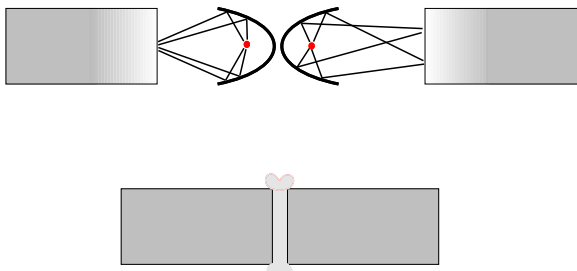


Obrázek 2.3: Fotografie skutečné zrcadlové pece.

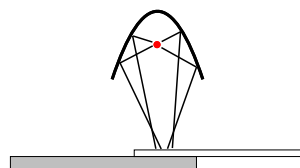


Obrázek 2.4: Schéma eliptické zrcadlové pece.

nost. K usměrnění sálavého toku energie slouží optický systém zářiče, který se skládá ze zrcadlových a transparentních prvků. Optimalizace optických systémů je výpočetně mimořádně obtížný úkol ze dvou důvodů:



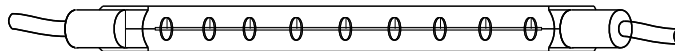
Obrázek 2.5: Svařování polymerových součástí pomocí tepelného záření.



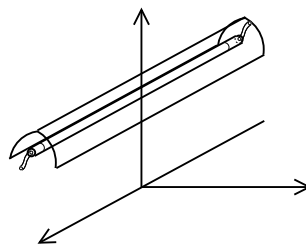
Obrázek 2.6: Svařování desek a fólií pomocí tepelného záření.

- Optické povrchy požadují velký počet nezávislých parametrů pro dostačující popis, a právě proto je hledání globálního extrému v tomto vícedimenzionálním prostoru numericky náročné.
- Model musí být vyčíslen pomocí metod, které pracují s jednotlivými paprsky, což vyžaduje pro použitelnou přesnost dostatečný počet uvažovaných paprsků a z toho plynoucí nároky na výpočetní výkon.

Princip zrcadlového reflektoru vychází ze zákonů geometrické optiky dopadu a odrazu elektromagnetických paprsků v infračervené části spektra. Sálavá energie dopadající z vysokoteplotního tělesa, např. otopné křemenné trubice, na zrcadlo je z malé části pohlcena a zbylá je odražena zpět do prostoru. Geometrické řešení zrcadla musí být takové, aby odražené paprsky tepelného zařízení směřovaly definovaným způsobem do vytápěného prostoru. Povrch zrcadla by měl vykazovat co nejvyšší odrazivost, což lze zajistit použitím lesklého povrchu (leštěný nerez, hliník, zlato).



Obrázek 2.7: Tepelná lampa



Obrázek 2.8: Tepelná lampa s reflektorem

2.1.2.1 Tepelný zdroj

Na obrázku 2.1.1, 2.2 a 2.4 jsou zobrazeny různé typy zrcadlových pecí.

2.1.2.2 Algoritmus sledování paprsku

Abychom v matematickém modelu postihli vliv jednotlivých paprsků, zvolíme metodu, která jej umožňuje. Nejpoužívanější je algoritmus sledování paprsku, založený na rekurzivním sledování směru šíření elektromagnetických vln (viz např. [15]). Zákony, které musí tento algoritmus respektovat, jsou popsány v kapitole A.3.1 v příloze A.

Algoritmus probíhá následovně. Primární zdroj záření emituje paprsek do přesně definované konfigurace. Letící paprsek může protnout nějaké těleso ve scéně, ale také nemusí. Protne-li, zjistíme nejbližší průsečík k počátečnímu bodu paprsku. Potom v tomto průsečíku zjistíme příspěvky odraženého, popř. prošlého paprsku. Na nově vzniklý paprsek rekurzivně zavoláme znovu celý algoritmus. Cyklus končí, až je intenzita paprsku utlumená na definovanou hodnotu, nebo hodnota parametru úrovně rekurzivního vnoření (má význam počtu odrazů/lomů paprsku) přesáhne maximální. Na obrázku 2.9 je celý proces přehledně znázorněn.

2.1.2.3 Implementace algoritmu

Chceme aby výsledný software modeloval následující

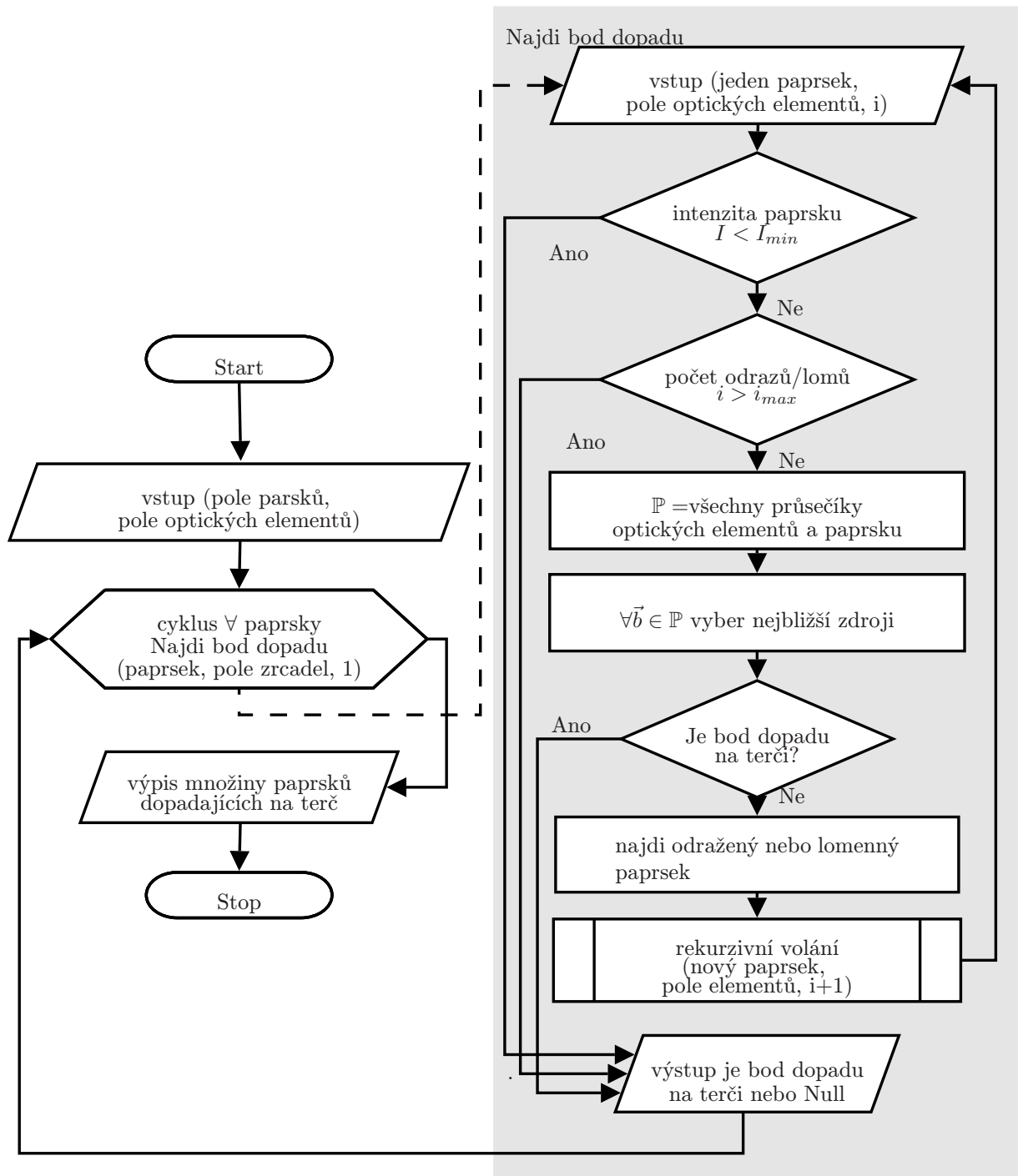
- bodový zdroj - svítí všemi směry, je určena jeho poloha ve scéně zadanými souřadnicemi
- směrový zdroj - zdroj záření je v „nekonečnu“ a je zadán pouze směr, ze kterého svítí

Oba typy zdrojů záření jsou modelovány množinou emitovaných paprsků, každý paprsek má přiřazenu svou intenzitu. Intenzita paprsku je při odrazu od zrcadlových částečně tlumena. V zadané konfiguraci se mohou vyskytnout následující entity:

- Paprsek je jednoznačně určen následujícími atributy - $\{\{\text{výchozí bod}\}, \{\text{koncový bod}\}, \{\text{intenzita paprsku, index lomu prostředí, ve kterém se paprsek nachází}\} \dots$ (v budoucnu lze volitelně přidat i vlnovou délku a další atributy)
- Parametry zrcadla - $\{\{\text{výchozí bod}\}, \{\text{koncový bod}\}, \{\text{identifikace zrcadla} = 1, \text{účinnost odrazu} \in (0, 1)\}\}$

Tyto položky jsou základem hraniční reprezentace geometrie modelu, vstupní části metodiky tvarové optimalizace popsané v kapitole 1.3.

Pro výpočty musíme vyvinout pomocné funkce pro práci s 2D vektory. Zdrojový kód těchto funkcí je uveden v příloze E. Implementace je provedena v systému Mathematica.



Obrázek 2.9: Schéma implementace metody sledování paprsku.

2.1.3 Řešení I

2.1.3.1 Optimalizační proměnné

V této modelové úloze chceme pomocí zrcadlových ploch dosáhnout požadovaného zářivého pole. Zrcadlové plochy tvoří soustava lineárních zrcadlových plošek.

Paprsky jsou směřovány na středy plošek, z nichž se musí odrazit definovaným směrem, aby bylo dosaženo požadované zářivé pole. Účelová funkce má jako optimalizační proměnné souřadnice rovinných zrcadlových elementů ve 2D. Jejím ohodnocením (fitness) je přesnost, jakou model odpovídá fyzikálním zákonům. Po nalezení optimálního nebo blízce optimálního řešení, máme hledanou konfiguraci.

Přijmeme následující zjednodušení v ignorování vícenásobných odrazů. Nevýhodou tohoto předpokladu je, že se možná připravíme o jiné (lepší) možné řešení.

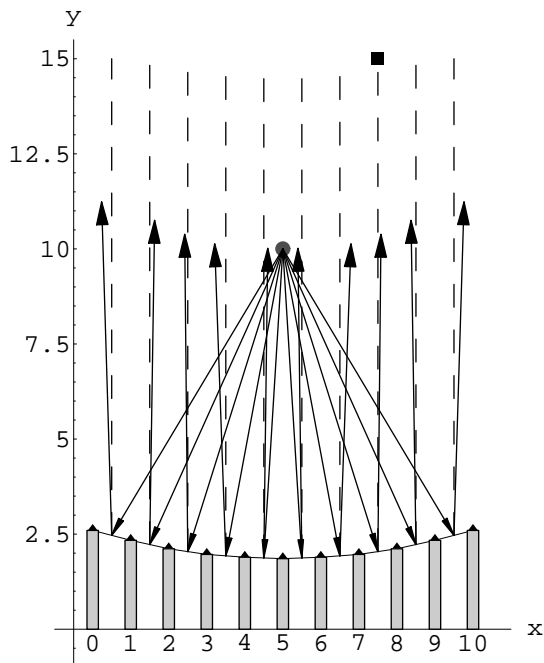
Jako první přiblížení a důkaz správnosti konceptu budeme hledat tvar reflektoru pro bodový zářivý zdroj. Požadovaný tvar výsledného zářivého pole by měl být následující:

1. soustředění odražených paprsků do jednoho bodu 7.5, 15 (očekáváme kulové zrcadlo)
2. homogenní ozáření plochy kolmé na osu záření (očekáváme parabolické zrcadlo)

2.1.3.2 Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky

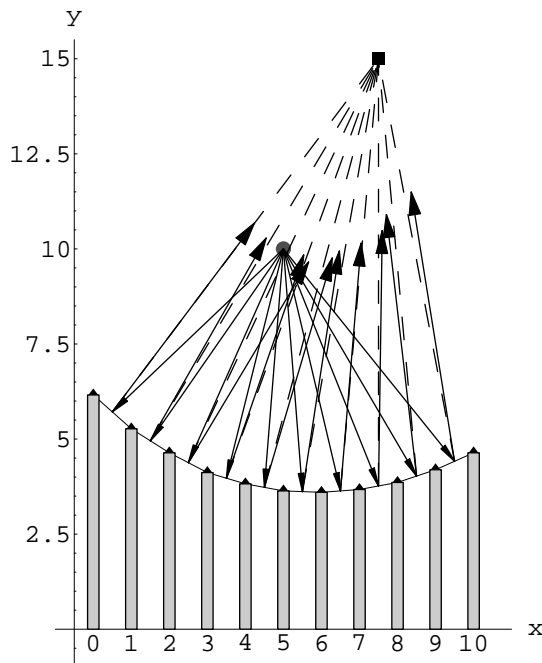
- Zanedbáme útlum paprsku (absorbovaná intenzita vodní parou a CO₂ obsaženým ve vzduchu)
- Reflektor je chlazen, zanedbáme jeho vlastní tepelné vyzařování.

Na obrázku 2.10 a 2.11 jsou zobrazeny výsledky.



fitness	19.1218
počet	20 jedinců
proměnné	2.63477, 2.33789, 2.11523, 1.9668, 1.89258, 1.85547, 1.89258, 1.9668, 2.11523, 2.33789, 2.59766

Obrázek 2.10: Paralelní paprsky

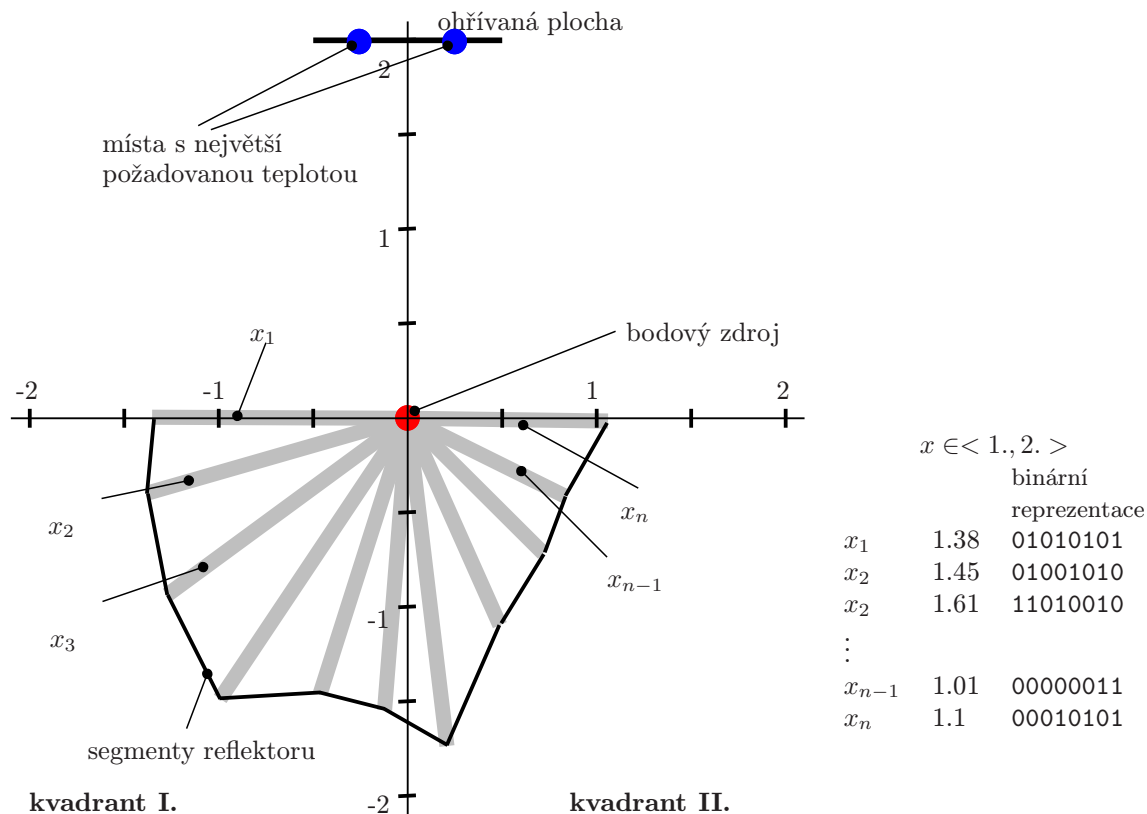


fitness	45.4696
počet	20 jedinců
proměnné	6.16016, 5.26953, 4.63867, 4.45313, 3.82227, 3.63672, 3.59961, 3.67383, 3.85938, 4.19336, 4.63867

Obrázek 2.11: Soustředění paprsků do jednoho bodu

2.1.4 Řešení II

Model sestavený v předchozí iteraci nevyhovuje komplexnějším požadavkům na tvar sálavého pole. Ve dalším přiblížení zahrneme do modelu i vícenásobné odrazy paprsků. Tímto krokem se model stane více komplikovaný, a pro jeho propočítání budeme potřebovat další pomocné funkce.



Obrázek 2.12: Geometrické parametry zrcadlového reflektoru

2.1.4.1 Účelová funkce

V účelové funkci musíme vyhodnotit počet a intenzitu všech paprsků dopadajících do požadované konfigurace.

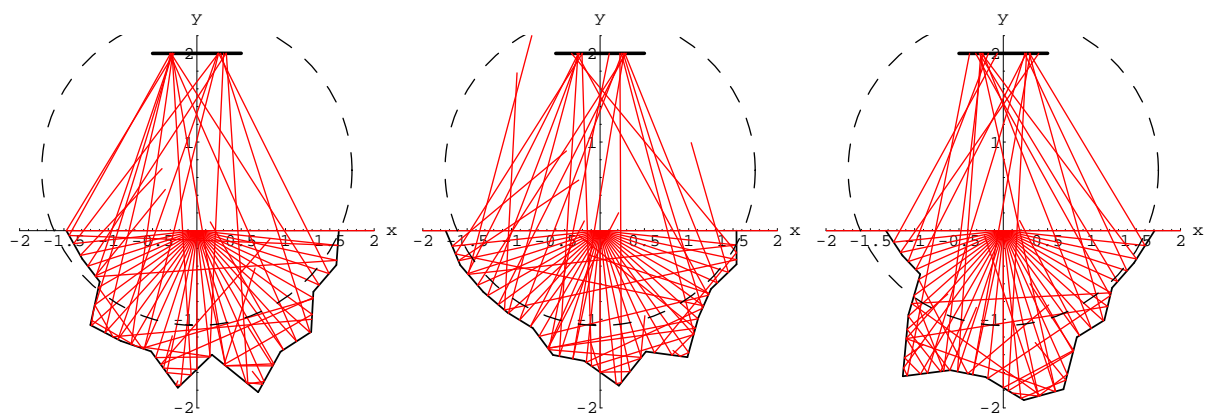
$$F(x_1, x_2, x_3 \dots x_n) = \sum_i I_i \text{ vzdálenost}(I_i, \text{terč}) \quad (2.1)$$

2.1.5 Výsledky

V následujících grafech je zpětně promítnuto skoro optimální nebo nejlepší dosažené řešení pomocí čarokované kružnice.

2.1.5.1 Asymetrický reflektor

Ve druhé iteraci byly získány následující výsledky tvaru optimalizovaného reflektoru, zobrazené v 2.13, 2.14 a 2.15 pro tři různá spuštění. Optimalizační proměnné pokrývají dva kvadranty (v polárních souřadnicích), z toho plyne, že reflektor nemusí být symetrický.



fitness	-17.4054	fitness	-16.4725	fitness	-17.1352
počet	20 jedinců	počet	20 jedinců	počet	20 jedinců
pro- měnné	$x_1=1.47266, x_2=1.33203,$	pro- měnné	$x_1=1.74219, x_2=1.625,$	pro- měnné	$x_1=1.32422, x_2=1.17188,$
	$x_3=1.23828, x_4=1.60547,$		$x_3=1.48828, x_4=1.39453,$		$x_3=1.05859, x_4=1.42969,$
	$x_5=1.51172, x_6=1.45703,$		$x_5=1.33594, x_6=1.5,$		$x_5=1.99609, x_6=1.68359,$
	$x_7=1.78516, x_8=1.41016,$		$x_7=1.48047, x_8=1.76172,$		$x_7=1.66406, x_8=1.92578,$
	$x_9=1.94922, x_{10}=1.66016,$		$x_9=1.45903, x_{10}=1.73438,$		$x_9=1.91406, x_{10}=1.46094,$
	$x_{11}=1.72266, x_{12}=1.48438,$		$x_{11}=1.48047, x_{12}=1.41406,$		$x_{11}=1.52344, x_{12}=1.38672,$
	$x_{13}=1.62109, x_{14}=1.60156$		$x_{13}=1.58594, x_{14}=1.53906$		$x_{13}=1.51953, x_{14}=1.70703$

Obrázek 2.13: Asymetrický reflektor - spuštění I. Obrázek 2.14: Asymetrický reflektor - spuštění II. Obrázek 2.15: Asymetrický reflektor - spuštění III.

2.1.5.2 Symetrický reflektor

Podle výsledků předchozí iterace (tvar zrcadla v obou kvadrantech konverguje velmi podobně), budeme předpokládat, že reflektor bude symetrický. Proto můžeme snížit počet optimalizačních proměnných, a naopak zpřesnit reprezentaci prvního kvadrantu. Druhý kvadrant budeme brát jako přesnou, zrcadlově otočenou kopii prvního. Jak je vidět, i přes poměrně „divoké“ průběhy 2.16, 2.17 a 2.18, opět pro srovnání získaná při třech různých nezávislých spuštěních, dostali jsme mnohem lepší ohodnocení.

Po snížení počtu optimalizačních proměnných, došlo v další iteraci i lepší konvergenci a ohlazení zrcadla. Tyto výsledky jsou vidět na obrázcích 2.19, 2.20 a 2.21.

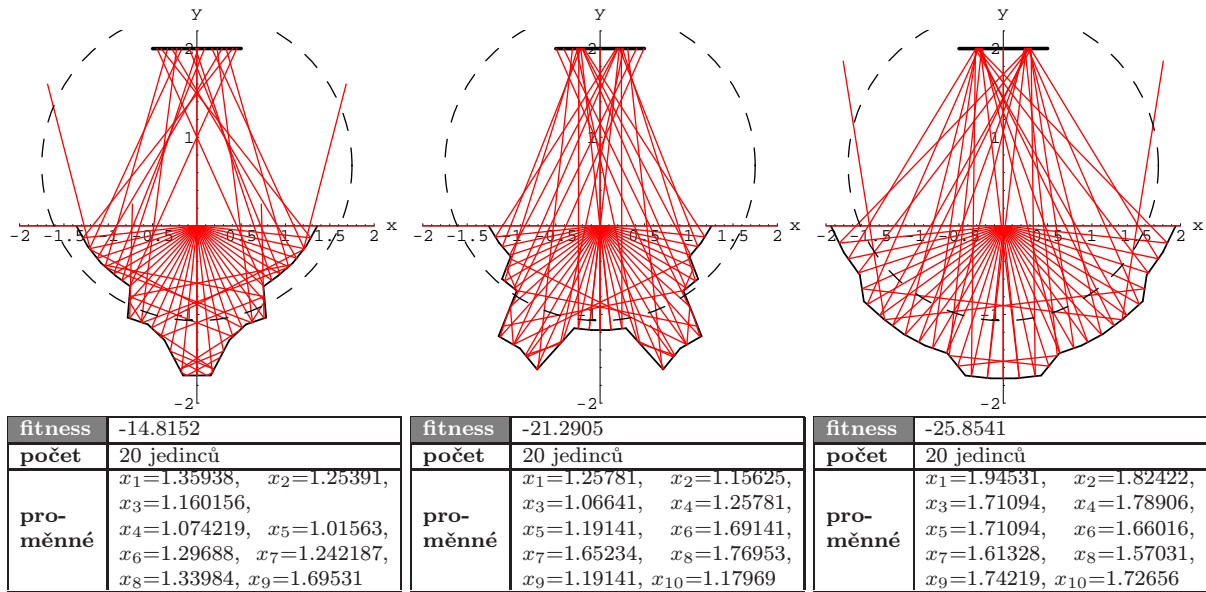
Vzhledem k zrychlení konvergence pomocí snížení počtu optimalizačních proměnných, po určité době optimalizace řešení dokonvergovalo k hodnotám, znázorněným na obrázku 2.22. Toto řešení můžeme brát jako použitelně optimální.

2.1.6 Závěry

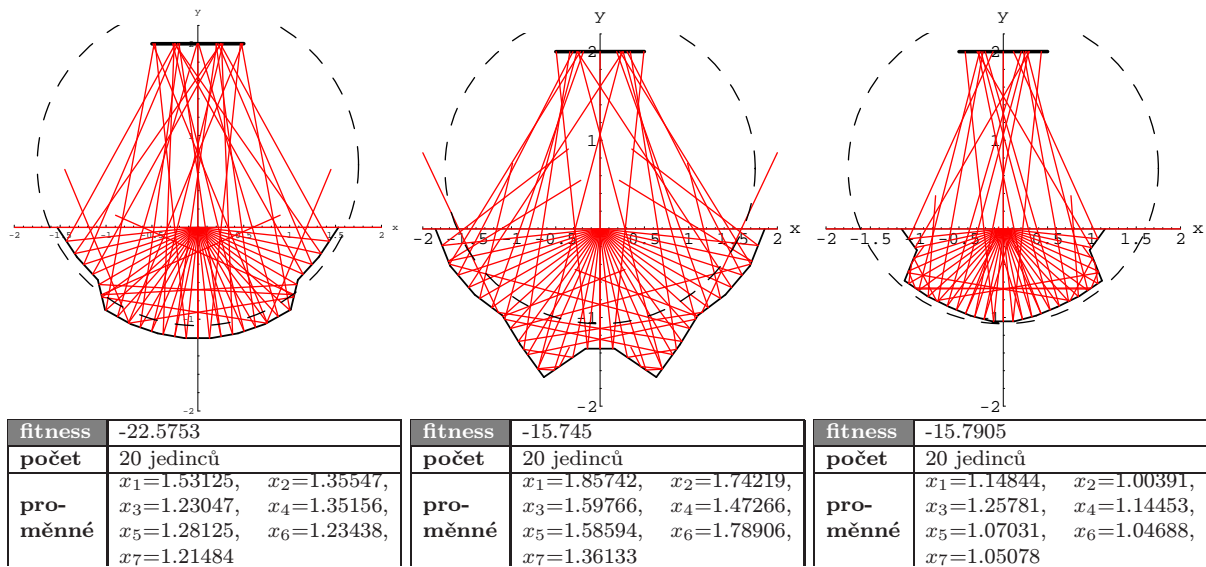
Vlastní implementace optimalizačního modulu byla nezbytná, přestože systém Mathematica nabízí mocné funkce k hledání extrémů funkcí jako např. NMinimize. Tato funkce má jako volitelný parametr volbu optimalizačního algoritmu jako DifferentialEvolution, NelderMead, RandomSearch a SimulatedAnnealing. Všechny tyto algoritmy jsou použitelné pro globální optimalizaci, bohužel jejich implementace v Mathematice neumožňuje zadat jako účelovou funkci zapouzdřenou typu „černá skříňka“, která by volala např. pomocnou vlastní výpočetní knihovnu, jako v našem případě sledování paprsku.

Jádro GA implementuje zhruba deset genetických operátorů. Pro ilustraci jsou to operátory turnajové a ruletové selekce, 1-n bodové křížení, elitářství, mutace atd. Architektura jádra GA je otevřena pro přidání jakýchkoli dalších operátorů pro zlepšení konvergence.

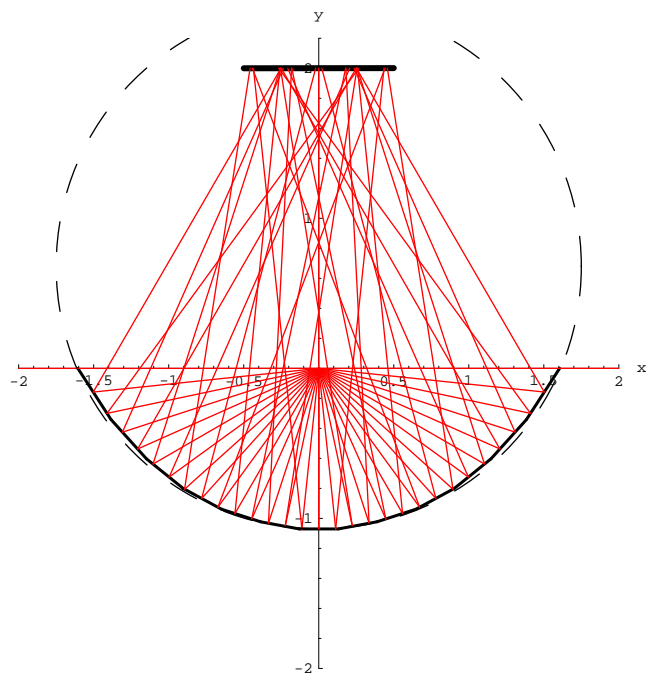
Rovněž architektura jádra softwarové knihovny sledování paprsku je kompletně modulární, takže umožňuje implementaci jakýchkoli objektů speciálních optických vlastností nebo snadnou modifikaci chování stávajících (např. závislost na vlnové délce, anizotropii atd.). Zatím jsou implementovány a otestovány povrchy typu reálné a ideální zrcadlo, průhledné povrchy (jako parametr mají index lomu - např. sklo, diamant atd.) a pohlcující povrchy.



Obrázek 2.16: Symetrický reflektor - Obrázek 2.17: Symetrický reflektor - spuštění I. - Obrázek 2.18: Symetrický reflektor - spuštění II.



Obrázek 2.19: Symetrický reflektor - spuštění IV. - Obrázek 2.20: Symetrický reflektor - spuštění V. - Obrázek 2.21: Symetrický reflektor - spuštění VI.



fitness	-26.654
počet	20 jedinců
pro- měnné	$x_1=1.60547$, $x_2=1.42578$, $x_3=1.29688$, $x_4=1.20703$, $x_5=1.14063$, $x_6=1.09375$, $x_7=1.07813$

Obrázek 2.22: Výsledek optimalizace symetrického reflektoru

Geometrická reprezentace je vzhledem k symetrii reflektoru převedena na 2D a ve 2D rovněž optimalizována. Reflektor je optimalizován v kartézských a polárních souřadnicích a pro různé počty parametrů popisujících zrcadlo.

V každé iteraci je nutné interpretovat výsledky člověkem. Tato výstupní kontrola je nutná pro každou iteraci, výsledky v dalších iteracích jsou však již poměrně přesvědčivé.

Popsaný příklad je velmi jednoduchý, použité algoritmy a postupy jsou však použitelné i pro návrhy speciálních optických soustav. Implementované algoritmy jsou otevřené i pro parametrické vyjádření ploch např. Beziérovými křivkami atd., polodifúzní a difúzní odrazy a další optické vlastnosti. Tyto vlastnosti však jdou za rozsah této disertační práce.

2.2 Sluneční koncentrátor

Metody použité v minulé kapitole lze aplikovat i v oblasti energetiky, která nepřímo souvisí s elektrotepelnými zařízeními, jako jsou zařízení pro využití slunečního záření k ohřevu. Jako zdroje pro tuto úlohu jsem použil [18], [17], [16], [12], O použití Fresnelových čoček ve fotovoltaice pojednávají např. [29] a [58].

2.2.1 Motivace

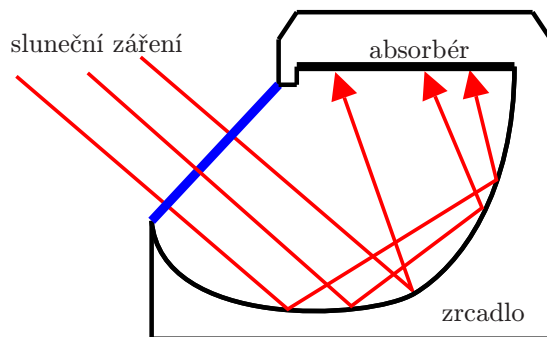
Sluneční energie patří mezi nevyčerpatelný zdroj, jehož využívání nemá žádné významné negativní účinky na životní prostředí. Je možné ji využívat k výrobě tepla ve formě ohřevu užitkové vody nebo přeměně na elektrickou energii fotovoltaickými články. Na vnější povrch zemské atmosféry dopadá hustota výkonu rovná sluneční konstantě ve velikosti $1353 \text{ (W.m}^{-2}\text{)}$. V České republice dopadá za rok sluneční energie průměrně mezi 950 a 1100 $\text{(kWh.m}^{-2}\text{)}$.

Sluneční záření je elektromagnetické vlnění o spektru vlnových délek, které před vstupem do zemské atmosféry připomíná spektrum absolutně černého tělesa o povrchové teplotě cca 6000 K. Sluneční záření se přeměňuje na teplo pomocí slunečních kolektorů. Správně navržené kolektory mají vysokou účinnost, dlouhou životnost, odolnost k vysokým teplotám a schopnost dodávat tepelnou energii i v chladném období roku. Tato úloha se zabývá návrhem optiky koncentrátoru, která by optimálně soustřeďovala paprsky do absorberu.

2.2.2 Analýza problému

Základní částí každého kolektoru je absorber, který tvoří těleso z materiálu s dobrou tepelnou vodivostí, na svrchní straně opatřené speciální tenkou vrstvou, která minimálně odráží a maximálně zachycuje (absorbuje) sluneční záření a proměňuje je na teplo. Kolektor je na svrchní straně obohacený o světlopropustný opticky aktivní kryt (koncentrátor), na spodní straně a bocích je izolován klasickými izolačními materiály (např. minerální vlákna, pěnový polyuretan a pod.)

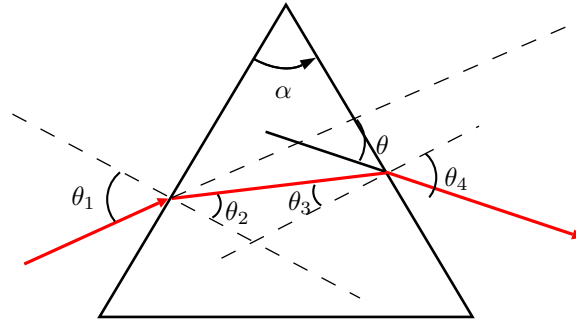
Přímé sluneční záření tvoří vzhledem k velké vzdálenosti Země od Slunce svazek prakticky rovnoběžných paprsků. U koncentračních kolektorů čelní (lineární Fresnelovy čočky - viz. obr. 2.25) nebo odrazová plocha (duté zrcadlo - viz. obr. 2.23) koncentruje záření na menší absorpční plochu. Dosáhne se ještě vyšších teplot a vyšší účinnosti než u plochých kolektorů.



Obrázek 2.23: Sluneční koncentrátor založený na zrcadlové ploše.

Základním stavebním prvkem Lineární Fresnelovy čočky je optický hranol, zobrazený na obrázku 2.24. Úhel θ , který nám udává celkovou odchylku paprsku po průchodu hranolem, získáme následujícím odvozením

$$\alpha + (\pi/2 - \theta_2) + (\pi/2 - \theta_3) = \pi, \quad (2.2)$$



Obrázek 2.24: Lom paprsku na optickém hranolu.

který zjednoduší na

$$\alpha = \theta_2 + \theta_3. \quad (2.3)$$

Použitím Snellova zákona na obou rozhraní hranolu.

$$n = \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} \quad n = \frac{\sin(\theta_4)}{\sin(\theta_3)}, \quad (2.4)$$

kde n je index lomu hranolu

$$\theta = \theta_1 + \theta_4 - \alpha. \quad (2.5)$$

Vycházíme z faktu, že vnitřní úhly čtyřúhelníku splňují

$$(\pi/2 - \theta_1) + \alpha + (\pi/2 - \theta_4) + (\pi + \theta) = 2\pi \quad (2.6)$$

Kombinace rovnic 2.3, 2.4 a 2.5 nám umožní získat θ jen pomocí θ_1 a α

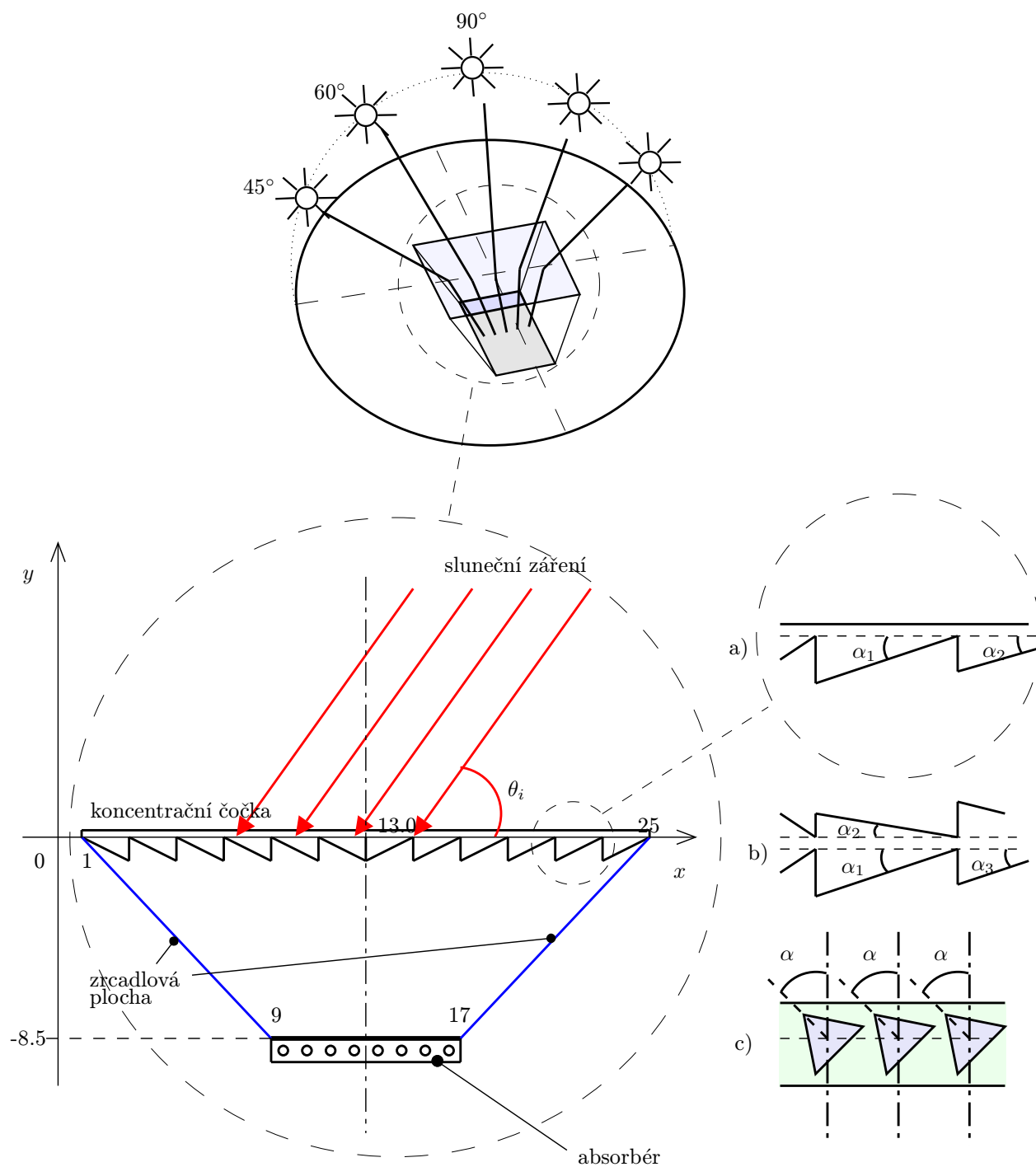
$$\begin{aligned} \theta &= \theta_1 + \sin^{-1} \left\{ n \sin \left[\alpha - \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{n} \right) \right] \right\} - \alpha \\ &= \theta_1 + \sin^{-1} \left\{ (\sin \alpha) \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - (\sin \theta_1 \cos \alpha) \right\} - \alpha \end{aligned} \quad (2.7)$$

Získaný vzorec použijeme k ověření správnosti implementace nových funkcí v algoritmu sledování paprsku.

2.2.2.1 Modifikace algoritmu sledování paprsků

Pro práci s průhlednými tělesy je nutné přidat další optickou entitu, kterou jsou průhledná tělesa (např. optické hranoly), na kterých se paprsek lomí.

- Parametry průhledného povrchu - $\{\{\text{výchozí bod}\}, \{\text{koncový bod}\}, \{\text{identifikace průhledného povrchu} = \mathbf{2,0}\}, \{\text{index lomu1, index lomu 2}\}\}$



Obrázek 2.25: Sluneční kolektor (různé druhy optiky koncentrátoru).

2.2.2.2 Stanovení úhlu dopadu slunečních paprsků

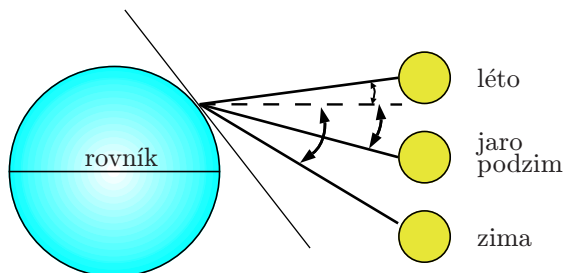
Jedním z nejdůležitějších vstupních parametrů, které ovlivňují geometrii celého řešení, je rozsah úhlů, pod kterými budou dopadat sluneční paprsky na plochu koncentrátoru. Následující vztahy jsou uvedeny např. v [7].

Sluneční deklinace δ je definována následujícím vzorcem, a znamená úhlovou vzdálenost slunce od světového rovníku. Na obrázku 2.26 je vidět její změna pro různá roční období.

$$\delta = -23.5 * \cos 30M + (D - 21) \quad (^\circ) \quad (2.8)$$

M (-) číslo měsíce (1-12)

D (-) číslo dne v měsíci



Obrázek 2.26: Úhly sluneční deklinace pro různá roční období.

Elevační úhel slunce je úhel mezi sluncem a (ideálním) horizontem. Jeho dobrou aproximaci nám dává následující vzorec.

$$\sin \phi = (\sin \zeta \sin \delta) + (\cos \zeta * \cos \delta * \cos 15\tau) \quad (2.9)$$

kde

ϕ (rad) úhel sluneční elevace

δ (rad) sluneční deklinace

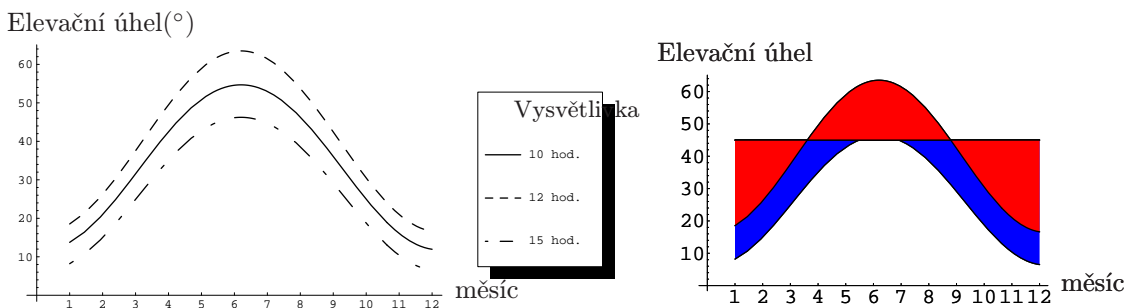
τ (h) hodina během dne

ζ ($^\circ$) zeměpisná šířka (pro ČR je to 50° severní šířky)

Hodnoty sluneční deklinace a elevace jsou pro jednotlivé měsíce vyneseny v tabulce 2.1 a na obrázku 2.27 vyneseny do grafu. Je zřejmé, že úhel slunce nad obzorem je během roku velmi proměnlivá veličina. Abychom zjednodušili výpočet, určíme „střední“ úhel, pod kterým budou dopadat paprsky na optiku koncentrátoru. Toto zjednodušení můžeme přijmout, neboť zanáší chybu pod chybu statistiky proměnlivosti počasí. Pokud vezmeme v úvahu pouze období mezi březnem a zářím, v časech mezi 10:00 a 15:00 hod., nacházíme velmi úzký interval úhlů okolo 45° , které přicházejí v úvahu (dobře viditelné na obr.2.28). Proto budeme dále počítat s 45° , jako „středním“ úhlem slunce nad obzorem.

měsíc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
slun. deklinace ($^\circ$)	-20.3	-11.7	0.	11.8	20.4	23.5	20.4	11.8	0.	-11.7	-20.3	-23.4
slun. elevace ($^\circ$)	19	26	38	50	59	63	61	54	42	30	21	17

Tabulka 2.1: Úhly sluneční elevace a deklinace pro 21. den v měsíci, 12:00 hod.



Obrázek 2.27: Výška slunce nad obzorem během roku pro 10:00, 12:00, 15:00
 Obrázek 2.28: Výška slunce nad obzorem během roku pro 12:00, 15:00 - ryska v 45°

2.2.3 Řešení

Cílem této úlohy je navrhnout optický systém statického kolektoru tak, aby pracoval s maximální účinností.

Jádro výpočetního systému musíme obohatit o další funkce pracující s průhlednými povrchy. Můžeme pokročit k definici příkladu slunečního koncentrátoru, využívajícího různé geometrické uspořádání opticky aktivního krytu, znázorněného na obr. 2.25.

2.2.3.1 Optimalizační proměnné

Parametrizujeme optiku pro tři různé konfigurace, s různými počty optimalizačních proměnných.

1. jednoduché lineární uspořádání (Fresnelova čočka) (viz. obr. 2.25 a)).
 - úhly jednotlivých optických hranolů $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_n$
2. dvojitě lineární uspořádání (dvojitá Fresnelova čočka) (viz. obr. 2.25 b)).
 - úhly jednotlivých optických hranolů pro horní i dolní povrch $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_n$
3. rovnostranné optické hranoly (viz. obr. 2.25 c)).
 - úhel natočení rovnostranného hranolku α , z jehož kopií se skládá koncentrátor.

Všechny optické hranoly mají stejnou délku, volitelný parametr je úhel nebo natočení hranolu.

2.2.3.2 Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky

- Neuvažujeme závislost indexu lomu skla n na vlnové délce.
- Neuvažujeme ztráty tepla z absorberu konvekcí okolního vzduchu.
- Index lomu vzduchu budeme aproximovat hodnotou 1 (indexem lomu vakua).
- V modelu uvažujeme jen přímou složku slunečního záření (ideálně bezoblačné počasí).
- Absorbér dopadající paprsky ideálně pohltí (jako dokonale černé těleso).
- úhel dopadu paprsků, který se odvozuje od výšky slunce nad obzorem, budeme aproximovat jedním „středním“ úhlem - odvozeným v podkapitole 2.2.2.2

2.2.3.3 Účelová funkce

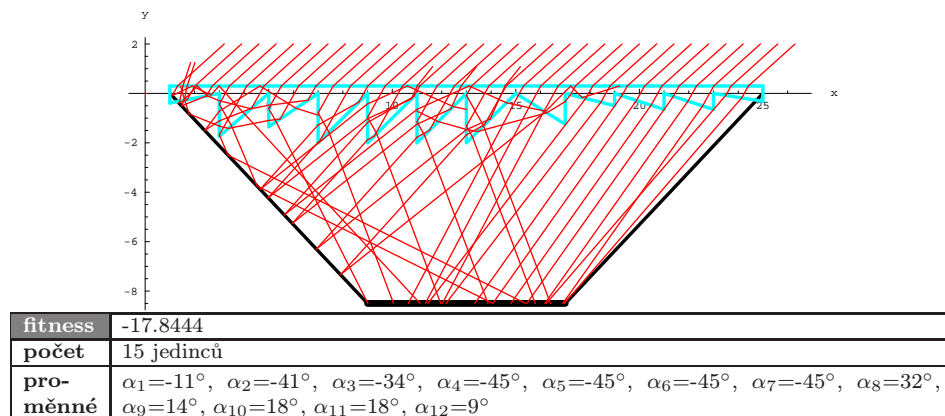
Chceme ohodnotit intenzitu a úhel paprsků dopadajících na plochu absorberu. Celkový příspěvek N dopadajících paprsků je:

$$\text{Min } F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = - \sum_{i=1}^N I_i \cos \alpha_i \quad (2.10)$$

2.2.4 Výsledky

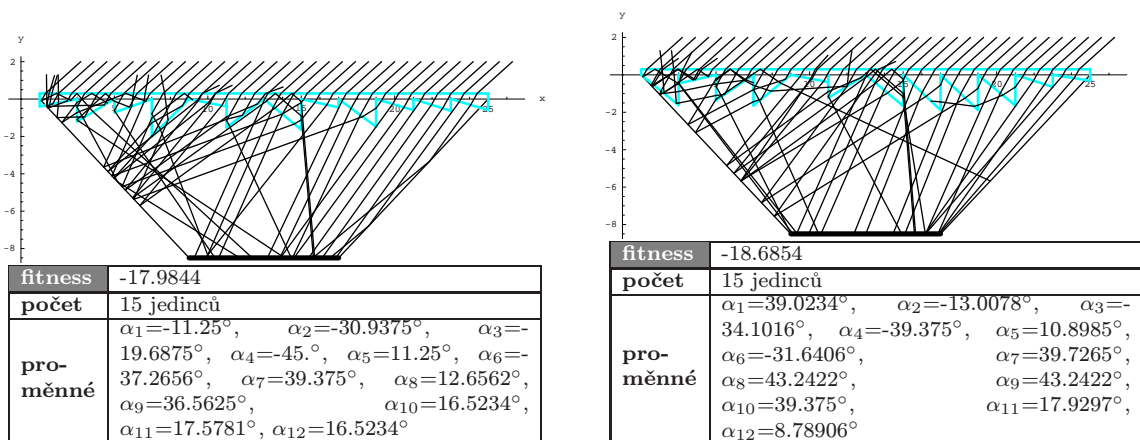
2.2.4.1 Koncept 1

V první iteraci byl použit předpoklad, že parametry jednotlivých optických hranolků, ze kterých se skládá koncentrační čočka, jsou nezávislé pro náš příklad. Za tohoto předpokladu můžeme hledat optimální hodnoty optimalizačních proměnných tak, že postupně měníme hodnoty proměnných jednu za druhou (ostatní nezměněné jsou nulové), a při dosažení optima se mění vedlejší. Výsledek tohoto konceptu je na obrázku 2.29.



Obrázek 2.29: Optimální výsledek jednoduchého koncentrátoru - bez použití GA

Ve druhé iteraci jsme použili selekční tlak genetických algoritmů na všechny optimalizační proměnné (úhly všech optických hranolků). Výsledky jsou zobrazeny v grafech 2.30 a 2.31. Vzhledem k tomu, že ohodnocení účelové funkce je v tomto případě lepší než v první iteraci, byla prokázána závislost (slabá) optimalizačních proměnných.

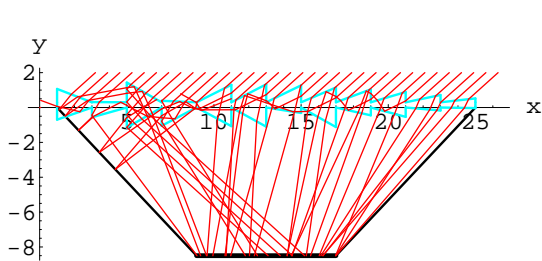


Obrázek 2.30: Téměř optimální výsledek jednoduchého koncentrátoru (GA)

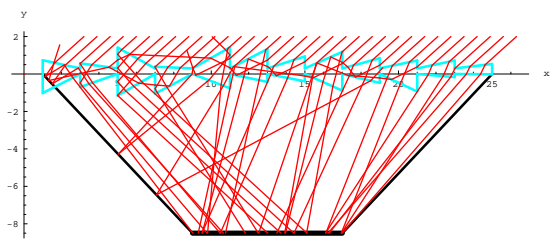
Obrázek 2.31: Optimální výsledek jednoduchého koncentrátoru (GA)

2.2.4.2 Koncept 2

Když ke konceptu 1 přidáme změny geometrie hranolků i do horní poloviny, dostaneme geometrii konceptu 2. V grafech 2.32, 2.33 a 2.34 je patrná geometrie odrazu paprsků. V hodnotě účelové funkce dochází oproti konceptu 1 k výrazné změně k lepšímu. K tomuto ohodnocení bychom však v praxi měli připočítat složitější a dražší technologii výroby složitější optiky.

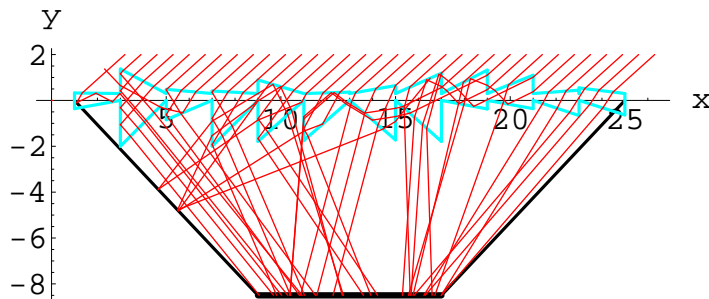


fitness	-25.5212
počet	15 jedinců
pro-měnné	$\alpha_1 = -19.2187^\circ$, $\alpha_3 = -15.7031^\circ$, $\alpha_5 = -30.^\circ$, $\alpha_7 = -27.6563^\circ$, $\alpha_9 = 28.125^\circ$, $\alpha_{11} = 28.8281^\circ$, $\alpha_{13} = 8.90623^\circ$, $\alpha_{15} = 29.2969^\circ$, $\alpha_{17} = 12.6562^\circ$, $\alpha_{19} = 15.^\circ$, $\alpha_{21} = 4.92187^\circ$, $\alpha_{23} = 0.937502^\circ$, $\alpha_2 = 20.9766^\circ$, $\alpha_4 = 0.351562^\circ$, $\alpha_6 = 29.5313^\circ$, $\alpha_8 = 2.46094^\circ$, $\alpha_{10} = 26.6016^\circ$, $\alpha_{12} = 27.3047^\circ$, $\alpha_{14} = 25.8984^\circ$, $\alpha_{16} = 22.9687^\circ$, $\alpha_{18} = 20.3907^\circ$, $\alpha_{20} = 16.4062^\circ$, $\alpha_{22} = 11.8359^\circ$, $\alpha_{24} = 6.32815^\circ$



fitness	-24.7491
počet	15 jedinců
pro-měnné	$\alpha_1 = -26.9531^\circ$, $\alpha_3 = -19.2187^\circ$, $\alpha_5 = -30.^\circ$, $\alpha_7 = -27.6563^\circ$, $\alpha_9 = 20.8594^\circ$, $\alpha_{11} = 11.9531^\circ$, $\alpha_{13} = 11.0156^\circ$, $\alpha_{15} = 23.9063^\circ$, $\alpha_{17} = 13.3594^\circ$, $\alpha_{19} = 25.0781^\circ$, $\alpha_{21} = 4.6875^\circ$, $\alpha_{23} = 0.46875^\circ$, $\alpha_2 = 12.3047^\circ$, $\alpha_4 = 7.73436^\circ$, $\alpha_6 = 29.0625^\circ$, $\alpha_8 = 2.57813^\circ$, $\alpha_{10} = 29.2969^\circ$, $\alpha_{12} = 27.3047^\circ$, $\alpha_{14} = 17.6953^\circ$, $\alpha_{16} = 23.789^\circ$, $\alpha_{18} = 15.1172^\circ$, $\alpha_{20} = 11.9531^\circ$, $\alpha_{22} = 11.8359^\circ$, $\alpha_{24} = 6.67971^\circ$

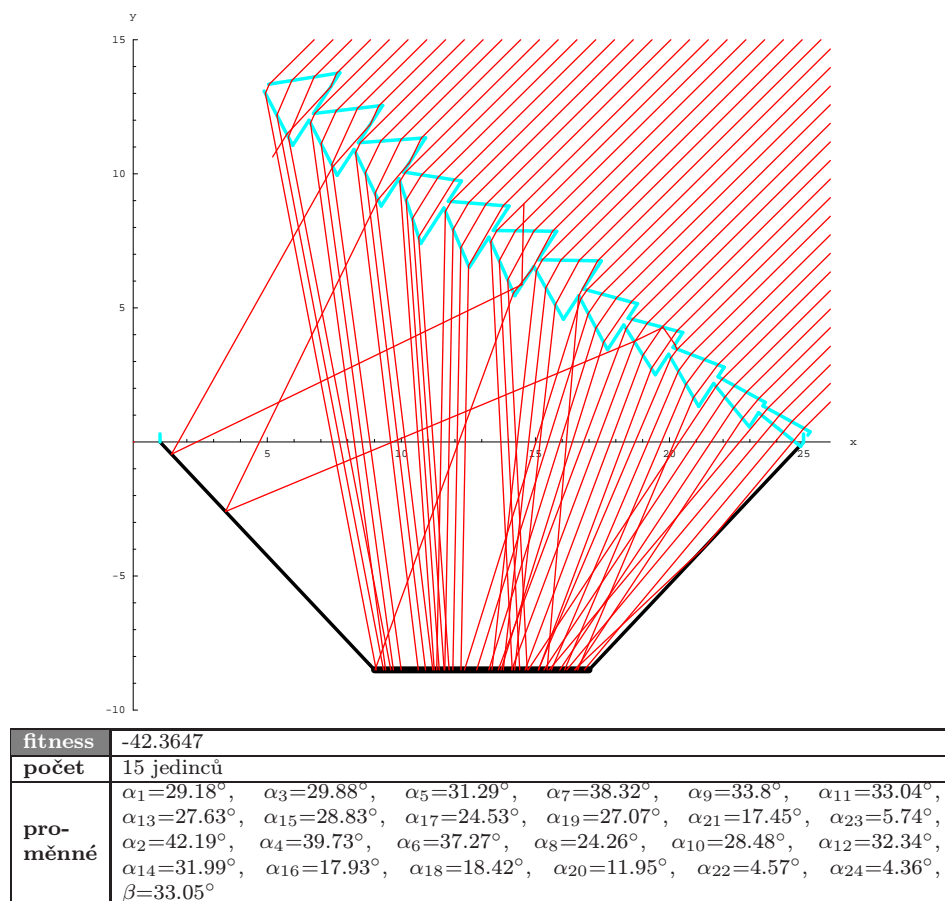
Obrázek 2.32: Dvojitá koncentrační čočka - spuštění I. Obrázek 2.33: Dvojitá koncentrační čočka - spuštění II.



fitness	-28.5111
počet	15 jedinců
pro-měnné	$\alpha_1 = -10.1953^\circ$, $\alpha_3 = -45.^\circ$, $\alpha_5 = -22.8516^\circ$, $\alpha_7 = -45.^\circ$, $\alpha_9 = -41.8359^\circ$, $\alpha_{11} = -41.1328^\circ$, $\alpha_{13} = 40.7812^\circ$, $\alpha_{15} = 41.8359^\circ$, $\alpha_{17} = 10.5469^\circ$, $\alpha_{19} = 10.1953^\circ$, $\alpha_{21} = 18.2812^\circ$, $\alpha_{23} = 17.5781^\circ$, $\alpha_2 = -0.703122^\circ$, $\alpha_4 = -28.125^\circ$, $\alpha_6 = -5.27343^\circ$, $\alpha_8 = -3.16406^\circ$, $\alpha_{10} = -16.5234^\circ$, $\alpha_{12} = 1.75781^\circ$, $\alpha_{14} = 9.84376^\circ$, $\alpha_{16} = 23.9063^\circ$, $\alpha_{18} = 27.0703^\circ$, $\alpha_{20} = 21.7969^\circ$, $\alpha_{22} = 4.21875^\circ$, $\alpha_{24} = -7.03122^\circ$

Obrázek 2.34: Dvojitá koncentrační čočka - spuštění III.

V další iteraci konceptu dva byl vyzkoušen vliv úhlu natočení celé koncentrační čočky. Výsledek je patrný v obrázku 2.35. Došlo ke skokovému zlepšení hodnoty účelové funkce.



Obrázek 2.35: Optimální výsledek dvojitě koncentrační čočky s náklonem.

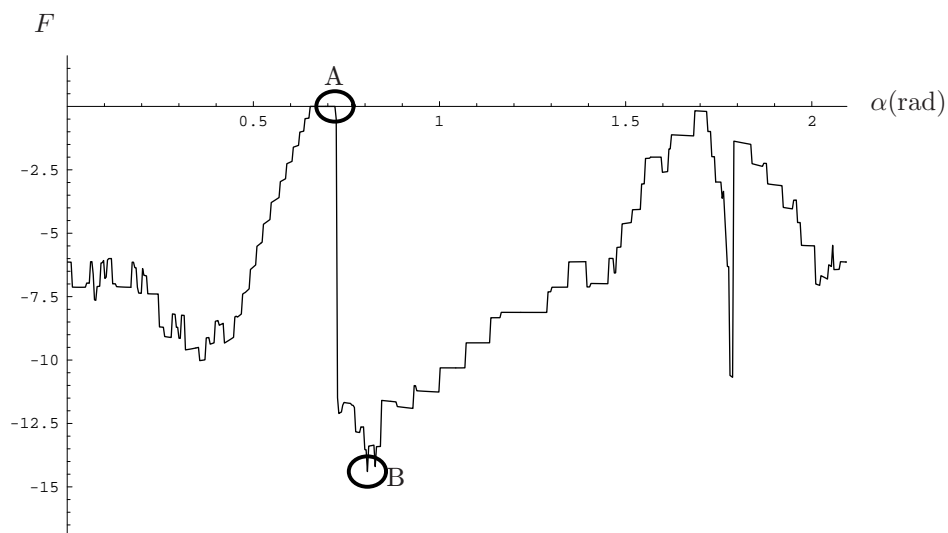
2.2.4.3 Koncept 3

Koncept tři vychází z technologicky snadno vyrobitelné optické soustavy, tvořené stejnými rovnostrannými trojúhelníky, natočenými o stejný úhel a stejně vzdálených. Rovněž komplexnost soustavy je velmi malá, neboť se dá popsat jednou optimalizační proměnnou. Proto není nutné použít heuristický optimalizační algoritmus, stačí pouze stanovit interval (množinu), na kterém budeme hledat globální extrém, a účelovou funkci na něm jednoduše vypočítat. V první iteraci konceptu 3 vyšly hodnoty zobrazené v grafu 2.36, kde je vidět globální maximum a minimum - označené kroužky A a B. Těmto bodům patří obrázky 2.37 a 2.38.

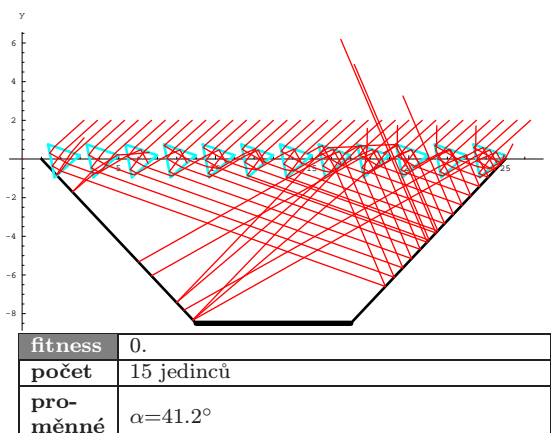
V další iteraci třetího konceptu jsou optické hranolky zalité ve vrstvě polymethylmetakrylátu (PMMA - plexisklo, Index lomu podle DIN 53491 je 1.492) s paralelními povrchy. Průběh účelové funkce v závislosti na natočení hranolků koncentrační čočky je zobrazen v 2.39. Průběh paprsků pro optimální úhel je v grafu 2.40.

2.2.5 Závěry

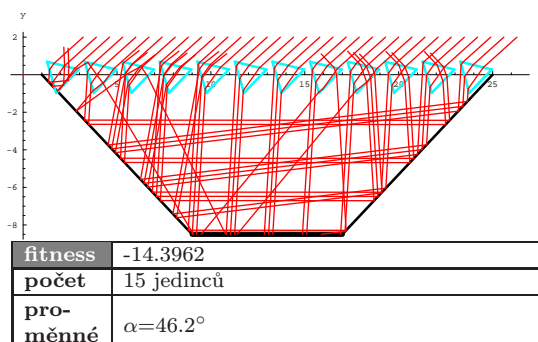
Nejllepší výsledek pro definované předpoklady byl získán pomocí nakloněné dvojitě skleněné koncentrační čočky. V dalších iteracích by mohly být uvažovány i jiné další předpoklady, jako je výpočet pro více úhlů



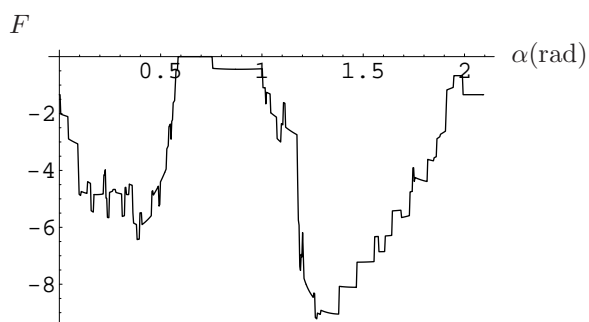
Obrázek 2.36: Ohodnocení konfigurace pro různé úhly hranolů v rozsahu ... pro paprsky dopadající v úhlu 45°



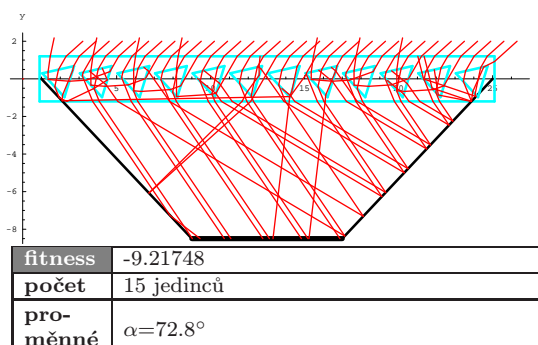
Obrázek 2.37: Koncentrační čočka - nejhorší konfigurace.



Obrázek 2.38: Koncentrační čočka - optimální konfigurace.



Obrázek 2.39: Ohodnocení konfigurace pro různé úhly optických hranolů.



Obrázek 2.40: Koncentrační čočka - PMMA.

(pro jiná roční období nebo denní čas) dopadu a vážené průměrování jejich energetických příspěvků, další typy optických materiálů atd.

2.3 Optimalizace elektrického sálavého vytápění

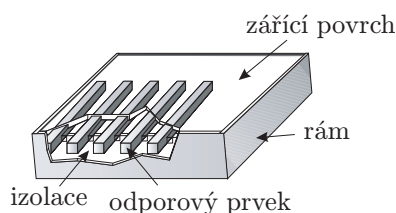
Tato kapitola otevírá další téma, kterým je vytápění pomocí tepelného záření. Bude analyzován pouze jeden z mnoha faktorů tepelné pohody – požadavek na rovnoměrnost sálavých tepelných toků. Ostatní faktory (viz. např. [L6]) nejsou uvažovány a předpokládají se jako uspokojivé. Typickým příkladem, kdy není splněn zmiňovaný požadavek, je člověk sedící u ohně (krbu) v chladném vzduchu (nevytopené místnosti).

2.3.1 Motivace

Účelem vytápění je zabezpečení tepelné pohody vnitřních prostor. Pro racionální využití energie na vytápění a jeho efektivní provoz je samozřejmě důležitá správná volba otopného systému. Elektrické sálavé vytápění představuje moderní způsob vytápění, který nepoškozuje životní prostředí, je vysoce účinné, čisté a pohodlné, snadno instalovatelné, s bezpečným a spolehlivým provozem. Jak bylo zmíněno v podkapitole 1.2.1, pro provoz v kancelářích a domácnostech jsou nejčastěji používány tmavé zářiče. Na obrázku 2.41 a v příloze D na obrázku D.2 je zobrazen sálavý topný panel, konstrukčně vhodný pro připevnění na stěnu místnosti.



Obrázek 2.41: Zářivý topný panel



Obrázek 2.42: Vnitřní struktura topného panelu

Na obrázku 2.42 je zobrazena vnitřní struktura tohoto topného panelu.

2.3.2 Analýza problému

Pro výpočet velikosti tepelných toků, předávaných mezi topnými panely a člověkem v místnosti, musíme pro tyto povrchy spočítat konfigurační faktory (definované v A.4). Pro jejich výpočet můžeme použít některou z metod z podkapitoly A.5.2. K výpočtu by bylo samozřejmě nutné aproximovat složitě členěné lidské tělo například válcem nebo kvádrem podobné velikosti. Tento problém však byl již vyřešen, složitá aproximace byla provedena a výsledný vzorec je uvedený v [23].

$$\varphi_{S_1 S_2} = 0.07952 \tan^{-1} \frac{YZ}{A} + 0.0130 \left[\frac{Y}{B} - \frac{Y}{AC} \right] + 0.005 \left[\frac{Y}{B} \tan^{-1} \frac{Z}{B} + \frac{Z}{C} \tan^{-1} \frac{Y}{C} \right]$$

$$A = \sqrt{1 + Y^2 + Z^2}$$

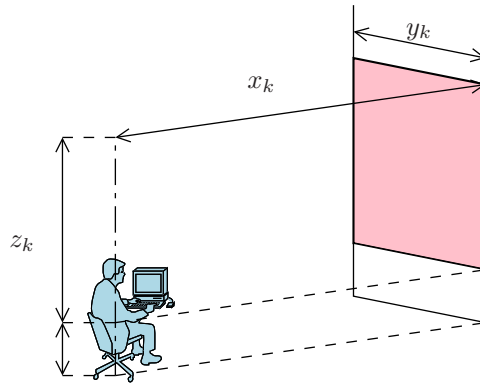
$$B = \sqrt{1 + Y^2}$$

$$C = \sqrt{1 + Z^2}$$

$$Y = \frac{y_k}{x_k}$$

$$Z = \frac{z_k}{x_k}$$
(2.11)

Geometrie, o kterou se tento vzorec opírá, je zřejmá z obrázku 2.43. Na obrázku je sedící člověk na kolečkovém křesle. Budeme předpokládat, že se může na této židli pohybovat po celé místnosti, a všude se chce cítit v tepelné pohodě. Proto musíme celou místnost rovnoměrně pokrýt body, kde budeme počítat energetické příspěvky topných panelů na člověka, a všechny tyto příspěvky zahrneme do výsledku účelové funkce. Možná diskretizace je znázorněna na obrázku 2.44. Pokud bychom uvažovali



Obrázek 2.43: Konfigurační faktor panelu na sedícího člověka.

pouze zeleně označené body, měla být vytápěna pouze oblast ve tvaru L, pokud modré i zelené, normální obdélníková místnost.

2.3.3 Řešení

2.3.3.1 Optimalizační proměnné

Jako parametry, které jsou důležité pro tuto úlohu si zvolíme

- tvar a rozměry místnosti,
- počet a teplotu sálavých topných panelů,
- počet a tvar sítě měřených bodů (vzdálenost od okraje bude 0.75(m) a vzdálenost od zdroje 0.4(m)).

Hledané vstupní proměnné této úlohy jsou

- pozice x_k , y_k , a úhel natočení α_k deskových zářivých topidel.

Hledáme takové uspořádání panelů, aby sedící člověk v místnosti v kterémkoli místě, získával od panelů stejný a současně co největší výkon.

2.3.3.2 Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky

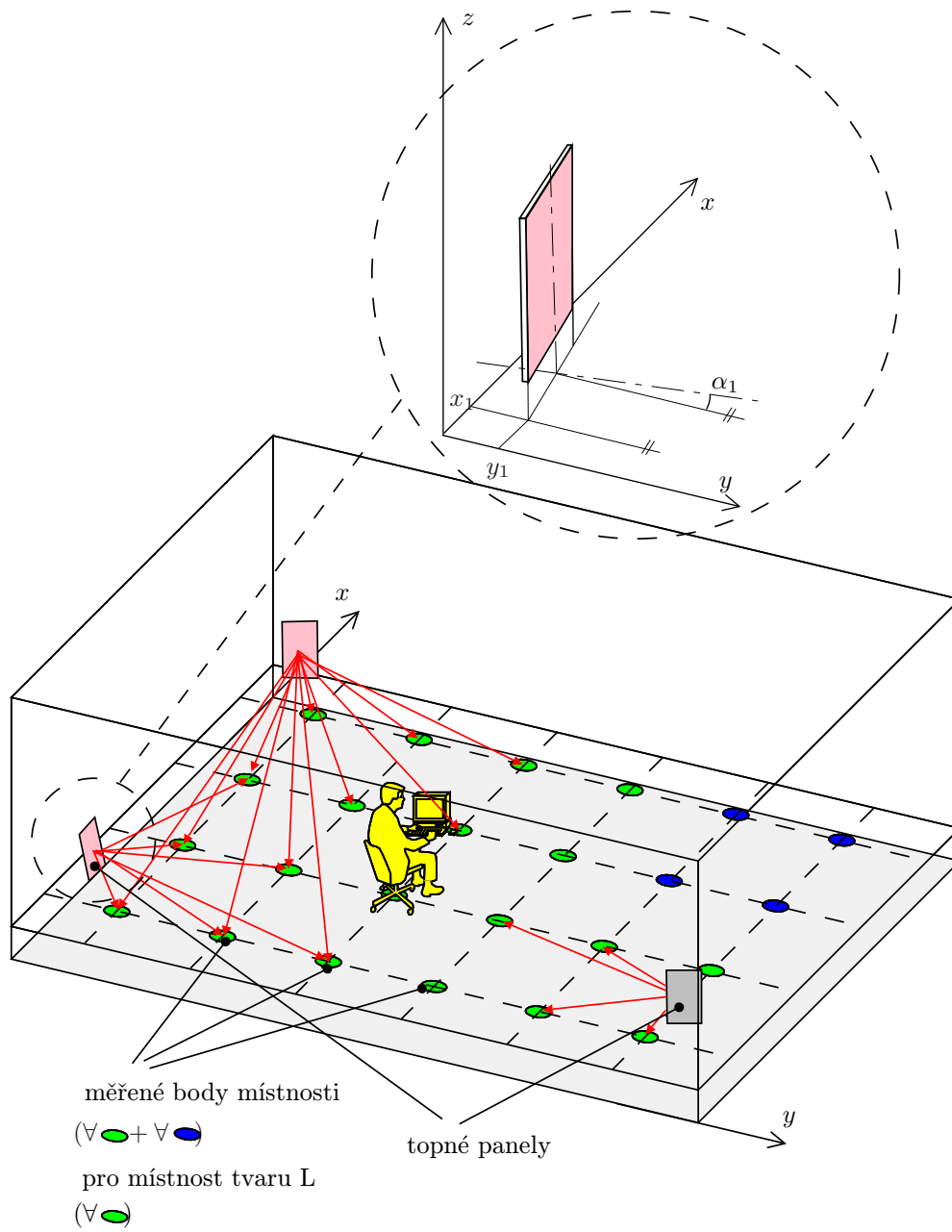
Při sestavování matematického modelu jsou brány následující zjednodušení

- není uvažována konvektivní složka vytápění
- v modelu nejsou zahrnuty vlivy dalších objektů v místnosti, jako např. nábytku
- jsou zanedbány odrazy tepelného záření (objekty jsou uvažovány jako dokonale černé)

2.3.3.3 Účelová funkce

Chceme získat co největší příspěvek od L sálavých topidel, současně musí být ve všech N bodech rovnoměrně rozložený. Proto se účelová funkce skládá ze dvou členů. První člen průměruje absolutní odchylky v jednotlivých bodech. Menší hodnota zlepšuje výsledek účelové funkce. Druhý člen průměruje celkové energetické příspěvky ve všech bodech od všech panelů. Větší hodnota zlepšuje účelovou funkci.

$$\text{Min } F(x_1, y_1, \alpha_1, x_2, y_2, \alpha_2, \dots, x_L, y_L, \alpha_L) = -\psi_1 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_{ei} + \psi_2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |M_{ei} - \bar{M}_e| \quad (2.12)$$



Obrázek 2.44: Konfigurace analyzované místnosti.

kde jsou

M_{ei} ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) tepelný tok od K topidel v bodě i

\bar{M}_e ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) průměrná hodnota všech x_i

ψ_i (-) váhy členů účelové funkce

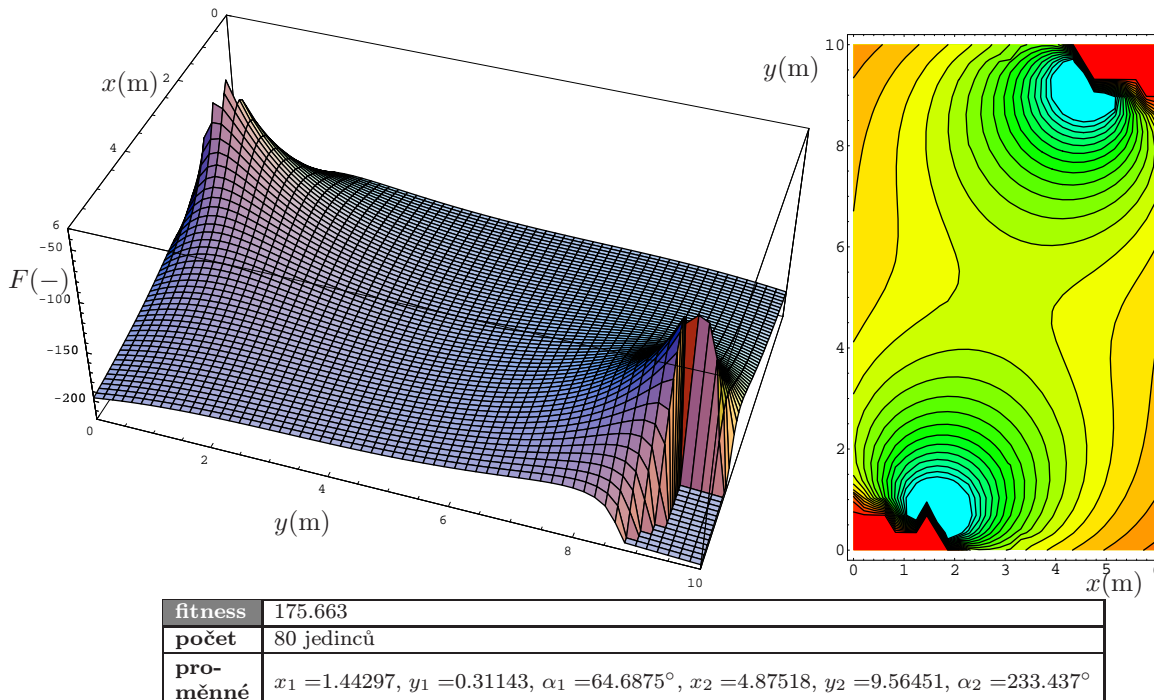
V první iteraci byla vyzkoušena účelová funkce, která obsahovala pouze první člen s absolutními odchylkami. Výsledek byl překvapující a nežádoucí, neboť selektivní tlak optimalizačního algoritmu dokonvergoval řešení do stavu, kdy byly aktivní plochy zářičů otočeny do zdi, a v aktivní měřené zóně panoval chlad. Nicméně velice rovnoměrný chlad.

Po rozšíření účelové funkce o další člen ve druhé iteraci byly výsledky příznivější, a jsou zdokumentovány v následující podkapitole.

2.3.4 Výsledky

Výsledky jsou zdokumentované v následujících obrázcích. Každý obrázek je tvořen 3D znázorněním a lépe vypovídajícím vrstevnicovým (2D).

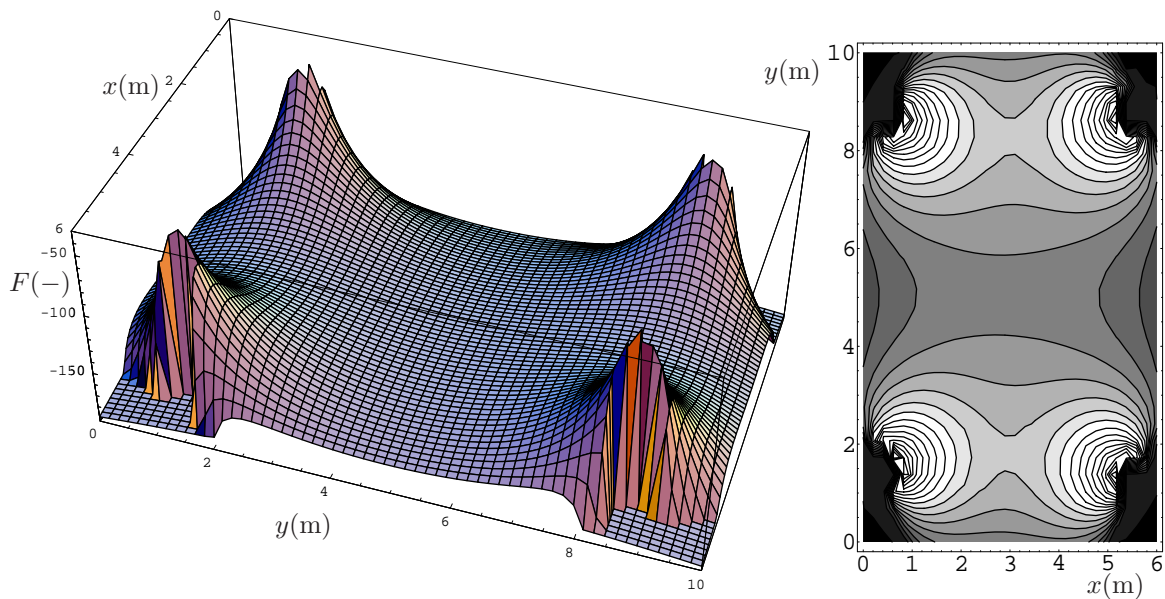
První zde uvedenou úlohou je optimalizace místnosti se dvěma topnými panely o stejné teplotě, pozorovacími body podle obr. 2.44. Skoro optimální(nebo nedokazatelně optimální) řešení pro tento případ je na obrázku 2.45. Řešení je symetrické, což nám dává jakousi „záruku“, že řešení může být optimální. Podobně je to pro čtyři panely na obrázku 2.46. Na obrázku 2.47 je výsledek rovněž pro čtyři topidla, avšak měřené body již nebyly homogenně rozprostřené, nýbrž tvořily tvar přibližně tvaru L (na obrázku 2.44 jsou označeny zeleně, modré jsou vynechány).



Obrázek 2.45: Výsledek pro 2 topidla.

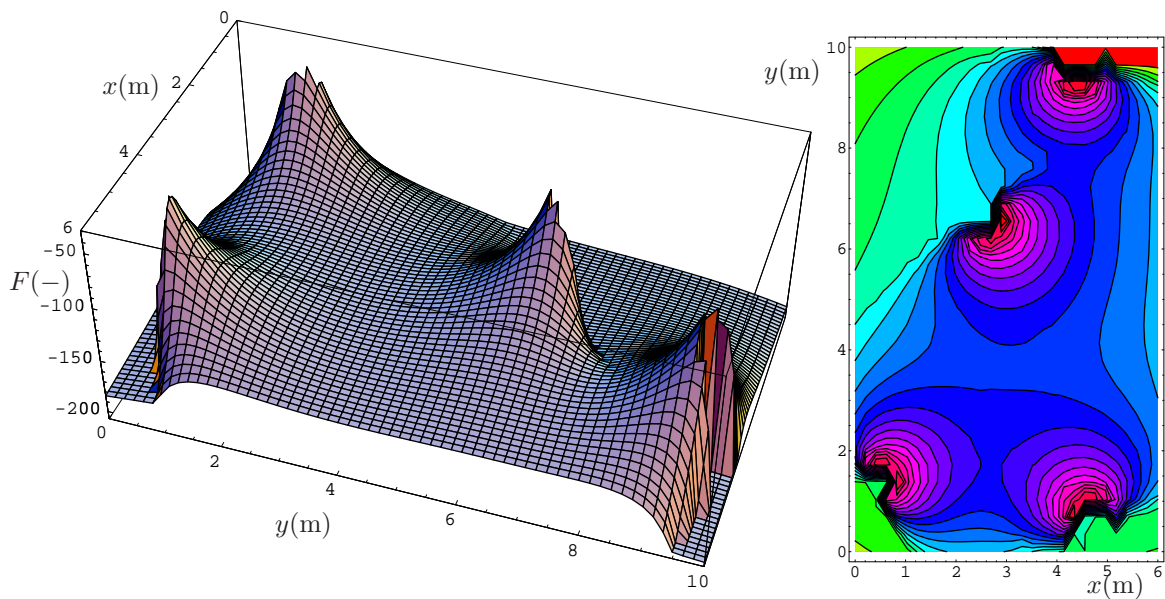
2.3.5 Závěry

Hlavním cílem této úlohy bylo ukázat reálný přístup k návrhu optimálního sálavého vytápění (rozmístění sálavých topných těles) jednoduchých i složitěji členěných místností z hlediska kvality a rovnoměrnosti.



fitness	144.716
počet	80 jedinců
proměnné	$x_1 = 0.26999, y_1 = 1.44760, \alpha_1 = 21.094^\circ, x_2 = 0.36172, y_2 = 8.78143, \alpha_2 = 333.282^\circ,$ $x_3 = 5.66693, y_3 = 8.81165, \alpha_3 = 205.313^\circ, x_4 = 5.62399, y_4 = 1.23428, \alpha_4 = 154.688^\circ$

Obrázek 2.46: Výsledek pro 4 topidla.



fitness	140.529
počet	80 jedinců
proměnné	$x_1 = 2.49719, y_1 = 6.8187, \alpha_1 = 307.969^\circ, x_2 = 4.47894, y_2 = 9.8201, \alpha_2 = 255.937^\circ,$ $x_3 = 0.269623, y_3 = 1.23062, \alpha_3 = 33.75^\circ, x_4 = 4.72852, y_4 = 0.427399, \alpha_4 = 111.094^\circ$

Obrázek 2.47: Výsledek pro 4 topidla a místnost tvaru L.

Tohoto cíle bylo dosaženo pomocí účelové funkce respektující hodnoty sálavých tepelných toků v různých měřících místech a současně jejich absolutní odchylky. Všechny dosažené výsledky platí pro práci v sedě (např. u počítače).

2.4 Sušení papíru pomocí tepelného záření

2.4.1 Motivace

Výroba papíru je energeticky velmi náročný proces. Hned po procesu drcení a vaření základní suroviny (papírového vlákna) je druhým energeticky nejintenzivnějším procesem sušení konečného produktu, který spotřebuje až 35% energie celého výrobního procesu. Tato fakta vytvářejí potřebu efektivnějšího návrhu sušící sekce, a tím i významné úspory v celkových nákladech na spotřebovanou energii. V současnosti jsou průmyslově využívány různé typy sušících zařízení založené na různých fyzikálních principech přívodu tepla. Jsou to především

- sušení vyhřívanými válci (kondukcce)
- horkovzdušné sušení (konvekce)
- mikrovlny (dielektrický ohřev)
- elektrický tepelný zářič (sálání).

Když pás papíru vstupuje do sušící sekce, obsahuje okolo 50% vody. Na výstupu musí obsahovat od 5% do 10% vody. Pokud obsahuje méně, je přesušený, pokud více, je nedosušený. Sušení probíhá ve třech fázích nebo zónách. V zahřívací fázi pás papíru zvýší teplotu ze zhruba 37°C na 82°C. V druhé teplotně konstantní zóně se vypaří většina volné vody obsažené v papírovině. V koncové zóně dochází ke zchlazení pásu zpět na teplotu okolo 30°C a navinutí na navíjecí válec.

V této úloze jsem vycházel především z [39], [63] a [48].

2.4.2 Analýza problému

Na obrázku 2.48 je znázorněna koncová část stroje na výrobu papíru s kontinuálním provozem. Poté co pás papíru projde soustavou válců (které mohou být přehřáté), prochází mezi deskami tepelného zářiče. Současně na něj působí nucený tok vzduchu proudící ve směru pohybu (soproud). Nejdříve shrneme zákony popisující fyzikální děje, které probíhají v konfiguraci. K přenosu tepla dochází

- konvekcí proudícím vzduchem na povrchu papíru,
- zářením mezi sálavými topnými tělesy a ostatními povrchy
- a vedením mezi povrchem a vnitřkem papíru.

Zanedbáme výměnu sdílení tepla mezi vzduchem a topnými tělesy. K přenosu látky dochází

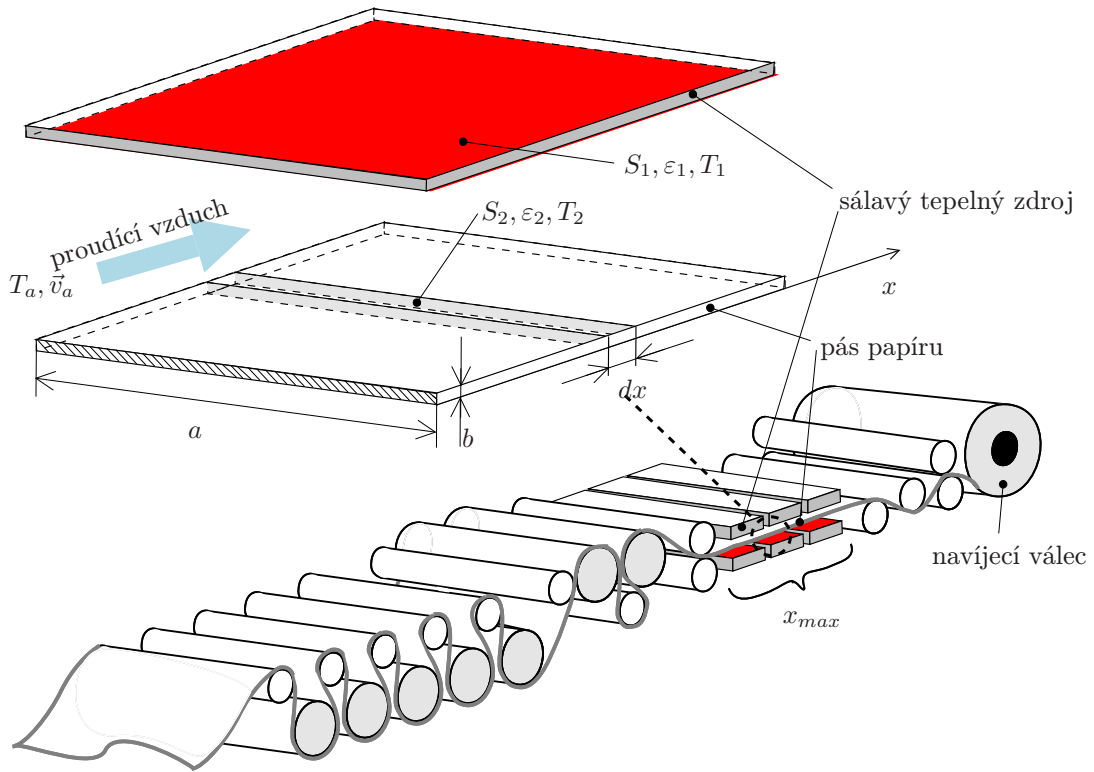
- mezi povrchem papíru a vzduchem (jako sušícím médiem) procesem konvektivního sušení (nuceným prouděním) se změnou fáze
- a molekulovou difúzí ve hmotě papíru.

Uvažování všech zmíněných fyzikálních dějů vede na velmi složité řešitelný matematický model. Pro jeho zjednodušení budeme nejprve zkoumat možnosti výpočtu se soustředěnými parametry. K tomu slouží Biotovo číslo, definované jako:

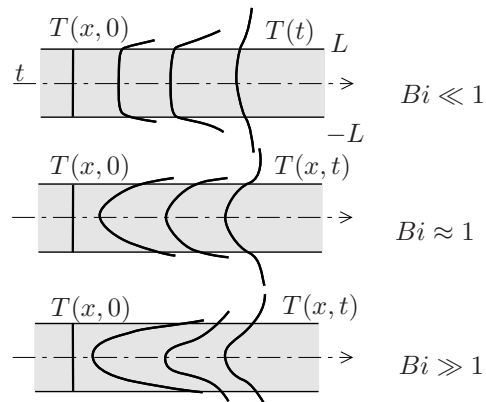
$$Bi = \frac{\text{vnitřní tepelný odpor (kondukcí)}}{\text{vnější tepelný odpor (konvekcí)}} = \frac{\alpha L}{\lambda_c} \quad (2.13)$$

Pokud je $Bi \ll 0.1$, chyba ve výpočtu koncentrací bude menší než 5% při použití soustředěných parametrů. V našem případě jde o těleso s malým charakteristickým rozměrem (pro děje odehrávající se ve hmotě papíru je to tloušťka papíru) a malým součinitelem přestupu tepla (vzduch), proto další odvození bude provedeno pro model se soustředěnými parametry. Na obrázku 2.49 jsou znázorněny teplotní profily v papíru pro různé hodnoty Biotova čísla.

Přepíšeme si Fourierovu-Kirchhoffovu rovnici (1.15) v kartézských souřadnicích a aplikujeme výše zmíněné zjednodušení.



Obrázek 2.48: Sušící část stroje na výrobu papíru.



Obrázek 2.49: Teplotní pole v papíru pro různé hodnoty Biotova čísla

$$\rho c_p \left(\underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{\substack{\text{ustálený} \\ \text{stav}}} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + \underbrace{v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z}}_{\text{pouze rozměr } x} \right) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial z} \right)}_{\text{vliv } \lambda_c \text{ a rozměrů v příslušném směru}} + \sum Q_v \quad (2.14)$$

Podobně i přenos hmotnosti popisuje následující rovnice přenosu hmoty (uvedená např. v [28]).

$$\underbrace{\frac{\partial \rho_{pS}}{\partial t}}_{\substack{\text{ustálený} \\ \text{stav}}} + v_x \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial x} + \underbrace{v_y \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial z}}_{\text{pouze rozměr } x} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_c \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_c \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial z} \right)}_{\text{difúzní přenos hmoty}} + \sum Q_c \quad (2.15)$$

kde

D_c ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) součinitel difúze vody v papíru (je funkcí řady fyzikálních veličin jako např. vlastností složek a veličin určujících jejich stav)

ρ_{pS} ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) hmotnostní koncentrace vodní páry na povrchu sušeného materiálu (papíru)

Soustava rovnic (2.14) a (2.15) respektuje současný transport tepla a hmoty. Protože pracujeme se soustředěnými parametry, bereme teplotní profil v papíru jako konstantní a výměnu tepla s okolím můžeme „skrýt“ do objemových zdrojů tepla.

$$\sum Q_v = \frac{2 \cancel{dx} \cancel{m} (\chi_c + \chi_r)}{b \cancel{dx} \cancel{m}} - r_0 \frac{2 \beta_c (\rho_{pA} - \rho_{pS}(x))}{b} \quad (2.16)$$

Po dosazení a vykrácení dostaneme

$$\rho c_p v_x \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2 (\chi_c + \chi_r)}{b} - r_0 \frac{2 \beta_c (\rho_{pA} - \rho_{pS}(x))}{b} \quad (2.17)$$

kde

c_p ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku

χ_r ($\text{W} \cdot \text{m}^2$) hustota sálavého tepelného toku

χ_c ($\text{W} \cdot \text{m}^2$) hustota konvektivního tepelného toku

r_0 ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$) měrné výparné teplo

b (m) tloušťka papíru

v_x ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) rychlost pohybu pásu papíru ve směru osy x

β_c ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) součinitel přestupu hmoty

ρ_{pA} ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) hmotnostní koncentrace vodní páry v sušicím vzduchu

Tutéž operaci provedeme s bilanční rovnicí hmoty.

$$\sum Q_c = - \frac{2 \cancel{dx} \cancel{m} \beta_c (\rho_{pA} - \rho_{pS}(x))}{b \cancel{dx} \cancel{m}} \quad (2.18)$$

Po dosazení a vykrácení dostaneme

$$v_x \frac{\partial \rho_{pS}}{\partial x} = - \frac{2 \beta_c (\rho_{pA} - \rho_{pS}(x))}{b} \quad (2.19)$$

Výraz na pravé straně rovnice vznikl zropešáním sumy objemových zdrojů podle geometrie z obrázku 2.48. Zjednodušující úpravy v předchozích rovnicích jsou provedeny za ideálního předpokladu, že teploty a koncentrace jsou funkcí jen jediné prostorové souřadnice a nezávislé na čase. Modelujeme tedy stacionární režim sušení.

2.4.2.1 Konvektivní přenos tepla

Konvektivní složku okrajových podmínek lze spočítat pomocí Newtonova zákona.

$$q_c = \alpha (T_2 - T_a) \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (2.20)$$

kde

α ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) součinitel přestupu tepla

T_2 (K) teplota povrchu papíru

T_a (K) teplota v jádře proudícího média (teplota vzduchu)

Hodnotu součinitele přestupu tepla α lze získat pomocí empirických vztahů, odvozených z výsledků experimentálních měření. Závislosti se uvádějí ve formě vzorců obsahujících podobnostní kritéria. V našem případě budeme uvažovat pouze nucenou konvekci, vytvářenou ventilátory a hnacími tryskami. Součinitele přestupu tepla lze vypočítat pomocí Nusseltova čísla. Nusseltovo číslo je definováno jako

$$Nu_L = \frac{\alpha L}{\lambda_{T_a}} \quad (2.21)$$

kde

α ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) součinitel přestupu (přenosu) tepla

L (m) charakteristický rozměr (délka pásu, průměr koule atd.),

λ_{T_a} ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) tepelná vodivost vzduchu

Pro průměrný součinitel přestupu tepla (v první iteraci) platí pro nucené obtékání rovné plochy

$$Nu_L = C Re_L^m Pr^n \quad (2.22)$$

kde C , m a n jsou konstanty závislé na typu proudění. Konkrétně pak můžeme napsat (vztahy jsou získané z literatury [38])

Turbulentní

Laminární

$$Nu_L = 0.037 Re_L^{\frac{4}{5}} Pr^{0.43} \quad (2.23) \quad Nu_L = 0.664 Re_L^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.24)$$

Smíšené

$$Nu_L = (0.037 Re_L^{\frac{4}{5}} - 871) Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.25)$$

Hranici mezi laminárním a turbulentním prouděním nám určuje kritické Reynoldsovo číslo Re_{krit} . $Re < Re_{krit}$ znamená laminární proudění, při vyšším Re může být proudění turbulentní. V okolí Re_{krit} je přechodová oblast, ve které nelze jednoznačně rozhodnout, k jakému druhu proudění dochází. Pro případ horizontální rovné plochy je přibližně $Re_{krit} = 5 \cdot 10^5$. Tento jev je ilustrován na obr. 2.48, kde v mezní vrstvě dochází k tomuto přechodu.



Wilhelm Nusselt
(1882-1957)

Německý inženýr, v roce 1915 ve své práci "The Basic Laws of Heat Transfer" poprvé popsal použití bezrozměrných kritérií.



Osbourne Reynolds
(1842-1912)

Anglický vědec, známý díky práci na poli hydrauliky a hydrodynamiky

T °C	ρ (kg.m ⁻³)	c_p (kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	λ_c	$\nu \times 10^{-6}$ (m ² .s ⁻¹)	Pr
-150	2,793	1,026	0,0116	3,08	0,760
-100	1,980	1,009	0,0160	5,95	0,740
-50	1,534	1,005	0,0204	9,55	0,725
0	1,293	1,005	0,0243	13,30	0,715
20	1,205	1,005	0,0257	15,11	0,713
40	1,127	1,005	0,0271	16,97	0,711
60	1,067	1,009	0,0285	18,90	0,709
80	1,000	1,009	0,0299	20,94	0,708
100	0,946	1,009	0,0314	23,06	0,703
120	0,898	1,013	0,0328	25,23	0,700
140	0,854	1,013	0,0343	27,55	0,695
160	0,815	1,017	0,0358	29,85	0,690
180	0,779	1,022	0,0372	32,29	0,690
200	0,746	1,026	0,0386	34,63	0,685
250	0,675	1,034	0,0421	41,17	0,680
300	0,616	1,047	0,0454	47,85	0,680
350	0,566	1,055	0,0485	55,05	0,680
400	0,524	1,068	0,0515	62,53	0,680

Tabulka 2.2: Fyzikální parametry suchého vzduchu při tlaku 100 kPa

Reynoldsovo číslo je definováno jako poměr dynamických sil k silám třecím.

$$Re_L = \frac{v_a \cdot L}{\nu_a} \quad (2.26)$$

kde

L (m) je charakteristický rozměr
 v_a (m.s⁻¹) rychlost proudění tekutiny (plynu)
 ν_a (m².s⁻¹) kinematická viskozita vzduchu,

Prandtlovo číslo je definováno jako

$$Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda_c}$$

kde

η (Pa.s) dynamická viskozita,
 λ_c (W.m⁻¹.K⁻¹) tepelná vodivost
 c_p (J.kg⁻¹.K⁻¹) měrná tepelná kapacita

Parametry pro uvedená kritéria (ν , λ_c atd.) vezmeme ze zadání, nebo vyčteme z tabulky 2.2. Pokud bereme parametry pro určení kritérií jako teplotně závislá, teplotu vezmeme jako střední teplotu mezní vrstvy na povrchu desky.



Ludwig Prandtl
(1875-1953)

Německý fyzik, provedl objevy např. ve fyzice mezní vrstvy a teorii křídla

$$T_{film} = \frac{T_2 + T_a}{2} \quad (2.27)$$

Konvektivní složku přestupu tepla vyhodnotíme tedy

$$\chi_c = Nu_L \frac{\lambda_c}{L} (T_2 - T_a) \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (2.28)$$

Doposud jsme pracovali jen s průměrnými hodnotami Re_L , α , pravdou je však, že tyto hodnoty ve skutečnosti závisí i na vzdálenosti od trysky sušícího média. Tuto skutečnost bychom mohli modelovat pomocí místních veličin, závislých na x , a změněné vzorce dosadit do řídicích rovnic (2.19) a (2.17).

Turbulentní

Laminární

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{\frac{4}{5}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.29) \quad Nu_x = 0.332 Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.30)$$

Tento krok je jen další iterací v iterativním procesu optimalizace (další otáčkou ve spirále na obrázku 1.4), a závisí na tom, jaké cíle výzkumník nebo návrhář očekává, a zda se úsilí do zpřesňování modelu tímto směrem vyplácí.

2.4.2.2 Konvektivní přenos hmoty

K přenosu hmoty může docházet konvektivním a difúzním procesem. Náhodný pohyb molekul vody ve hmotě papíru v klidu se děje směrem od míst vyšší koncentrace k místům s nižší koncentrací. Tento difúzní děj lze popsat pomocí Fickova zákona, který říká, že hmotnostní tok je přímo úměrný koncentračnímu spádu.

Stejně jako jsme uvažovali teplotní profil v papíru konstantní, budeme považovat i konstantní koncentrační profil, neboť veličina tepelná vodivost a součinitel jsou analogické. Proto budeme uvažovat především konvektivní přenos hmoty, při kterém dochází k přenosu vody z povrchu papíru do okolního (proudícího) vzduchu. Pokud je okolní vzduch hnaný např. ventilátorem, jde o nucený konvektivní přenos, o opačném případě je proces založen na rozdílu koncentrací a jde o volný konvektivní přenos hmoty. Další postup bude založený na fyzikální analogii koncentračního a teplotního pole.

K řešení rovnice (2.17) potřebujeme znát součinitel přestupu hmoty β_c . To můžeme získat podobně jako součinitel přestupu tepla z podobnostních čísel. Podobnou roli jako Nusseltovo číslo však v přenosu hmoty hraje číslo Sherwoodovo, definované jako.

$$Sh = \frac{\beta_c L}{D_a} \quad (2.31)$$

Pro nucenou konvekci na rovné ploše platí (z [38])

$$Sh = C Re^m Sc^n \quad (2.32)$$

Turbulentní

Laminární

$$Sh = 0.037 Re^{0.8} Sc^{0.43} \quad (2.33) \quad Sh = 0.664 Re^{0.5} Sc^{0.33} \quad (2.34)$$



Thomas Kilgore Sherwood
(1903-1976)

Americký chemik, významně přispěl do výzkumu přenosu hmoty.

V těchto výrazech se kromě Reynoldsova čísla objevuje i Schmidtovo číslo Sc , definované jako

$$Sc = \frac{\nu}{D_a} \quad (2.35)$$

kde

D_a ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) součinitel difúze vodní páry ve vzduchu

Konvektivní složku přestupu tepla vyhodnotíme tedy

$$\beta_c = Sh \frac{D_a}{L} \quad (2.36)$$

2.4.2.3 Sálavý přenos tepla

Z analytického pohledu přenosu tepla zářením, můžeme z obrázku 2.48 vidět jednoduchou konfiguraci dvou paralelních šedých (emisivita je < 1) obdélníkových povrchů. Zjednodušené schéma je na obr. 2.50. Zbytek teplosměnných povrchů tvoří vnitřní části sušičky, u nichž tvar není determinován. Z metod uvedených v podsekcí 1.3.2.4 přicházejí v úvahu dvě. Jsou to zonální metoda a elektrická odporová analogie, která je vlastně jen jiným pohledem na stejné vzorce.

Pro výpočet sálavého tepelného toku χ_r mezi velkými paralelními deskami z rovnice (2.15) použijeme vztah (1.31) pro $N = 2$.

$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_1 \varphi_{S_1 S_1} & -\rho_1 \varphi_{S_1 S_2} \\ -\rho_2 \varphi_{S_2 S_1} & 1 - \rho_2 \varphi_{S_2 S_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 M_{e01} \\ \varepsilon_2 M_{e02} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} (1 - \rho_1 \varphi_{S_1 S_1})W_1 - \rho_1 \varphi_{S_1 S_2}W_2 &= \varepsilon_1 M_{e01} \\ -\rho_2 \varphi_{S_2 S_1}W_1 + (1 - \rho_2 \varphi_{S_2 S_2})W_2 &= \varepsilon_2 M_{e02} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Musíme vyřešit soustavu dvou lineárních rovnic zapsané v maticovém tvaru (2.37) nebo v rozepsaném tvaru (2.38).

$$W_1 = -\frac{-\varepsilon_1 M_{e01} + \rho_2 \varphi_{S_2 S_2} \varepsilon_1 M_{e01} - \varepsilon_2 M_{e02} \rho_1 \varphi_{S_1 S_2}}{1 - \rho_2 \varphi_{S_2 S_2} - \rho_1 \varphi_{S_1 S_1} + \rho_1 \varphi_{S_1 S_1} \rho_2 \varphi_{S_2 S_2} - \rho_1 \varphi_{S_1 S_2} \rho_2 \varphi_{S_2 S_1}} \quad (2.39)$$

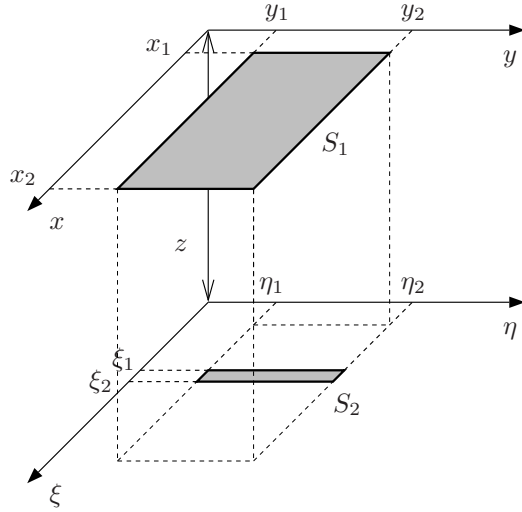
$$W_2 = \frac{\varepsilon_2 M_{e02} - \rho_1 \varphi_{S_1 S_1} \varepsilon_2 M_{e02} + \varepsilon_1 M_{e01} \rho_2 \varphi_{S_2 S_1}}{1 - \rho_2 \varphi_{S_2 S_2} - \rho_1 \varphi_{S_1 S_1} + \rho_1 \varphi_{S_1 S_1} \rho_2 \varphi_{S_2 S_2} - \rho_1 \varphi_{S_1 S_2} \rho_2 \varphi_{S_2 S_1}} \quad (2.40)$$

Rovnice (2.39) a (2.40) popisují celkový vyzářený výkon (vlatní emise + vícenásobné odrazy) obou povrchů. Pro rovné plochy S_1 a S_2 platí $\varphi_{S_1 S_1} = 0$ a $\varphi_{S_2 S_2} = 0$, neboť nesálají samy na sebe. Podle Kirchhoffova zákona (odvozeného v podkapitole A.3.6 na str. 97) můžeme napsat $\rho_1 = 1 - \varepsilon_1$; $\rho_2 = 1 - \varepsilon_2$. Podle pravidel algebry konfiguračních faktorů (popsané v podkapitole A.5.1.1 na straně 102) rovněž platí $\varphi_{S_1 S_2} = \varphi_{S_2 S_1} \frac{S_2}{S_1}$. Pro stanovení celkového tepelného toku mezi prvním a druhým povrchem potřebujeme ještě H_1 .

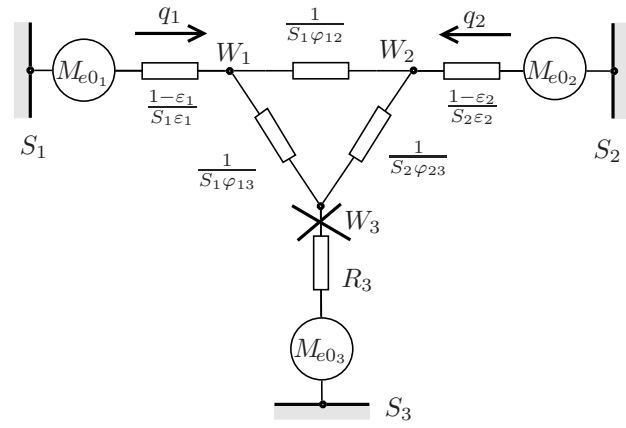


Ernst Schmidt
(1892-1975)

Německý fyzik, průkopník na poli inženýrské termodynamiky, především v přenosu tepla a hmoty.



Obrázek 2.50: Konfigurační faktor mezi paralelními ob-
délňky.



izolovaný povrch okolí

Obrázek 2.51: Elektrotepelná analogie pro dva povrchy
a jeden dokonale izolovaný.

$$H_1 = \frac{W_1 - \varepsilon_1 M_{e0_1}}{\rho_1} = \frac{-\varepsilon_2 M_2 \varphi_{S_1 S_2} + \varepsilon_1 (-1 + \varepsilon_2) M_1 \varphi_{S_1 S_2} \varphi_{S_2 S_1}}{-1 + (-1 + \varepsilon_1)(-1 + \varepsilon_2) \varphi_{S_1 S_2} \varphi_{S_2 S_1}} \quad (2.41)$$

Po dosazení a úpravě dostaneme následující vztah.

$$\chi_r = q_{\text{výsl},12} = W_1 - H_1 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varphi_{S_1 S_2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{S_1}{S_2}} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (2.42)$$

Tento odvozený vzorec slouží k výpočtu tepelného toku mezi dvěma šedými povrchy a je uveden např. v [52], [24] a úspěšně použitý např. v [19]. V našem případě, kdy jeden povrch - tepelný zdrojový zářič „vidí“ pouze část druhého povrchu - úzký proužek papírového, však použitím tohoto vzorce zanedbáváme nefyzikální zanedbání příspěvku ostatních povrchů v systému. Proto rozšíříme konfiguraci systému zdroj-ohřívána plocha o třetí povrch, který obklopuje oba zmíněné povrchy (vnitřní části sušičky). Tento povrch je dokonale tepelně izolovaný a absorbuje i vyzáří veškeré dopadající záření. Tato konfigurace je namodelována v metodě elektrotepelné analogie na obr. 2.51. Celkový radiační odpor bude odpovídat

$$\chi_r = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13} + R_{23}}} + R_2} \quad (2.43)$$

Po dosazení a úpravách za pomoci vzorců algebry konfiguračních faktorů dostaneme vzorec, který fyzikálně více odpovídá naší konfiguraci (uvedený např. v [10]).

$$\chi_r = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1 + S_2 - 2 S_1 \varphi_{S_1 S_2}}{S_2 - S_1 \varphi_{S_1 S_2}^2} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{S_1}{S_2}} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (2.44)$$

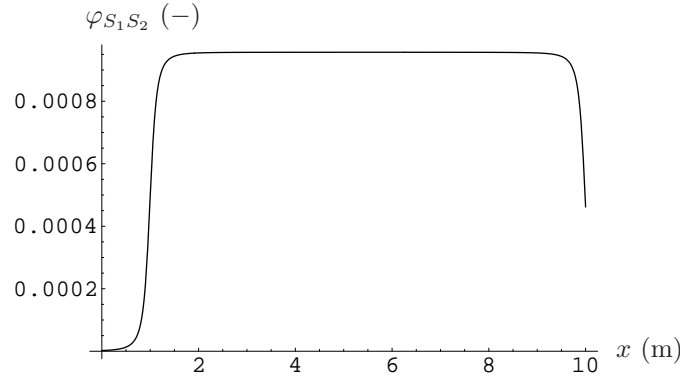
Ve vzorci je uveden konfigurační faktor $\varphi_{S_1 S_2}$, který určuje, jak velká část záření vycházející z povrchu 1 dopadá na povrch 2. Popis včetně odvození a vlastností (algebra konfiguračních faktorů) jsou uvedeny v příloze v podkapitole A.4. V podkapitole A.5.2 jsou uvedeny metody, kterými řeší konfigurační faktory za různých podmínek. Obecně jde o velmi složité analytické řešení dvojnásobného plošného integrálu. Na obrázku A.15 jsou uvedené analytické a numerické metody řešení. Pro náš případ můžeme použít jakoukoli z

uvedených numerických metod, ale vzhledem k tomu, že uvažujeme konfiguraci paralelních obdélníků obecně vůči sobě posunutých, jsou použitelné i analytické metody. Příklad je již vyřešen např. v [11], kde je uveden obecný vzorec.

Konfigurační faktor $\varphi_{S_1S_2}$ a $\varphi_{S_2S_1}$ podle geometrie z obrázku 2.50 se dá získat ze vzorce.

$$\varphi_{S_1S_2} = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 (-1)^{(i+j+k+l)} G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l, z) \quad (2.45)$$

$$G(x, y, \eta, \xi, z) = \frac{1}{2\pi} \left\{ (y - \eta) \sqrt{(x - \xi)^2 + z^2} \arctan \left(\frac{y - \eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + z^2}} \right) \right. \\ \left. + (x - \xi) \sqrt{(y - \eta)^2 + z^2} \arctan \left(\frac{x - \xi}{\sqrt{(y - \eta)^2 + z^2}} \right) \right. \\ \left. - \frac{z^2}{2} \log ((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2) \right\} \quad (2.46)$$



Obrázek 2.52: Závislost hodnoty konfiguračního faktoru na různém umístění proužku (ploška S_2 na obr. 2.50) na ose x

Pokud posunujeme proužkem S_2 po ose x , dostáváme různé hodnoty. Z grafu 2.52 je však jasné vidět, že můžeme tuto závislost zanedbat, a dále počítat příspěvek série tepelných zářičů (reprezentované plochou S_1) na S_2 jako konstantní.

2.4.3 Řešení

2.4.3.1 Optimalizační proměnné

Musíme uvažovat následující důležité faktory v procesu sušení, které budeme měnit tak, abychom jejich kombinací dosáhli optimálního výsledku.

- teplota povrchu sálavého zdroje T_1
- geometrické rozměry zařízení x_{max} , rychlost pohybu pásu
- rychlost sušícího vzduchu v_a (platí, že čím větší je rychlost vzduchu, tím rychlejší je proces sušení. Od určité velikosti však může dojít k destrukci sušeného materiálu nebo poruchám automatizované linky.
- teplota sušícího vzduchu T_a (rychlejší vypařování vyžaduje vyšší teplotu)
- objem vzduchu
- vlhkost vzduchu

2.4.3.2 Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky

- vzduch bereme jako ideální plyn s konstantními vlastnostmi
- papír budeme předpokládat zcela neprůhledný pro tepelné záření¹, tzn. že dopadající paprsek povrch z části odrazí a zbytek energie pohltí
- předpokládáme difúzní povrch papíru i desky tepelného zářiče, tzn. odraz je nezávislý na směru
- všechny povrchy jsou šedé, tzn. nezávislé na vlnové délce záření
- neuvažujeme změnu některých fyzikálních parametrů vzduchu a papíru v průběhu úbytku koncentrace kapaliny v papíru
- Pr bereme pro vzduch konstantní a rovno 0.706
- jako maximální teplotu, na kterou můžeme papír ohřát, aby nedošlo k tepelné degradaci, vezmeme 70 °C
- maximální rychlost posuvu papíru vezmeme 0.3(m.s⁻¹), maximální rychlost proudění vzduchu 8(m.s⁻¹)
- působení vzduchu i ohřevu je symetrické z obou stran

2.4.3.3 Účelová funkce

Pomocí výpočtu matematického modelu, popsaného v části analýzy, získáme hodnotu koncentrace vody v papíru při výstupu ze sušičky. Parametry vzduchu byly převzaty z [49].

Jednoduchou penalizační funkcí (1.8) (obrácená parabola, jejíž vrchol je v požadovaném bodě) upravíme účelovou funkci, aby optimum bylo na 10% ≈ 100 (kg.m⁻³). Současně by měla být linka co nejkratší, abychom uspořili materiál na výrobu, a plocha tepelných zářičů byla co nejmenší. Při překročení teploty papíru nad 70 °C je účelová funkce penalizovaná ψ_4 .

$$\begin{aligned} \text{Min } F(T_1, x_{max}, v_x, v_a) = & \psi_1 \left(\rho_{pSvysl} - \rho_{pSpoz} \right)^2 + \psi_2 \frac{x_{max}}{4} \\ & + \psi_3 \left(1 - \frac{v_x}{0.3} \right) + \psi_4 H(T_2 - (273.15 + 70)) \end{aligned} \quad (2.47)$$

kde jsou

ρ_{pSvysl} (kg.m⁻³) výsledná koncentrace na konci procesu

ρ_{pSpoz} (kg.m⁻³) požadovaná výsledná koncentrace

ψ_i (-) váhy jednotlivých členů účelové funkce

$H()$ (-) Heavisideova funkce ($H(t) = 0; t \in (-\infty, 0), H(t) = 1; t \in (0, \infty)$)

2.4.4 Výsledky

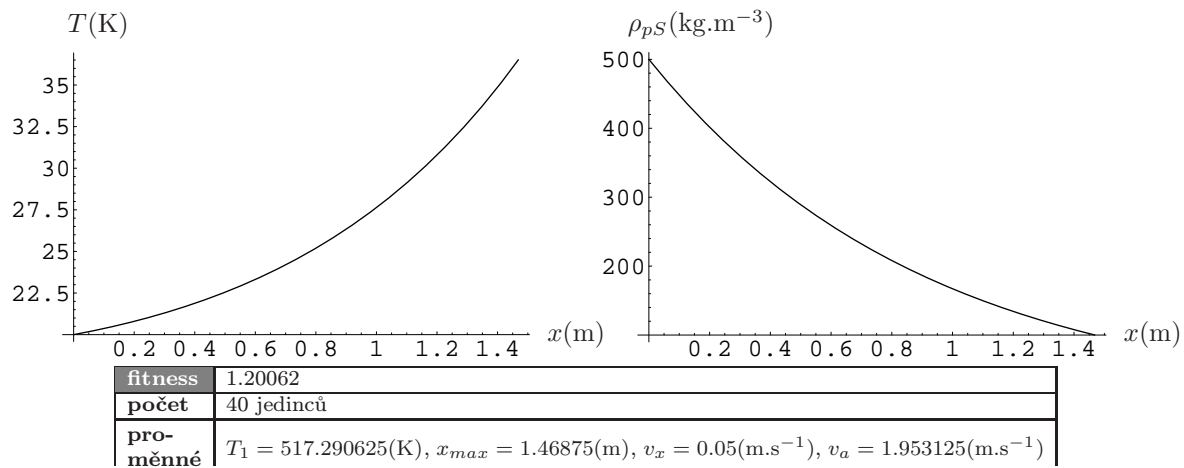
Na obrázku 2.53 jsou zobrazeny výsledné (po provedení optimalizační smyčky) průběhy teploty a koncentrací, tak jak jsou rozloženy v ustáleném stavu od vstupu pásu papíru do sušičky až po výstup v bodě x_{max} . Je patrné, že nejsilnější člen účelové funkce „dotlačil“ výslednou koncentraci na 10%, jak bylo požadováno. Ostatní parametry jsou uvedeny v tabulce, jež je součástí obrázku.

V další iteraci optimalizační metodiky by bylo možné rozdělit tepelný zářič na několik částí s různými teplotami a dále zpřesňovat matematický model např. s použitím místních bezrozměrných kritérií atp.

2.4.5 Závěry

Sušení papíru s použitím tepelného záření je v průmyslu úspěšně používáno již více než 30 let. Úloha nemá za cíl přesně modelovat všechny chemické a fyzikální děje, které probíhají v papírovině, ale ukázat přístup k optimalizaci zařízení, jež tepelné záření používá k sušení papíru. Použití obecnějších modelů

¹Ve skutečnosti papír některé vlnové délky propouští a částečně tlumí. Příklad, kdy záření prochází poloprůhledným (tlumícím) prostředím je analyzován v další úloze.



Obrázek 2.53: Průběh teploty a koncentrace vody v papíru podél pásu.

nijak nemění použitou metodiku, popsanou v kapitole 1.3, a ani významnou měrou časovou náročnost výpočtu.

V podrobnějších modelech sušení (např. [62]) parciální derivaci podle času je potřeba zaměnit za substanciální derivaci, neboť autoři uvažují sušení nepohybujícího materiálu.

2.5 Sklářská chladicí pec

Tato kapitola se zabývá úlohou návrhu sklářské chladicí pece. Jako zdroje pro tuto kapitolu jsem použil [27], [33] a [51].

2.5.1 Motivace

Proces výroby tabulového skla „plavením“, jehož jeden z dílčích kroků chceme analyzovat, začíná tavbou váženého poměru přísad (jako např. křemičitého písku, střeptů, vápence (CaCO_3) atd.) v elektrické tavící peci. Roztavená sklovina dále proudí do plavící vany na cínovou lázeň, na jejíž povrchu se rozlévá do stejnoměrné tloušťky a vytváří desku. Při vstupu do plavící vany má sklovina teplotu okolo 1000°C a při výstupu 600°C . V dalším kroku skleněná deska z plavící vany vstupuje do chladicí pece, kde dochází k řízenému chlazení na přibližně 60°C . Na obrázku D.5 v obrazové příloze je vidět jeden typů chladících pecí. Jako poslední operace v tomto procesu je provedeno řezání desky.

Na kvalitu skla má velký vliv právě průběh chladicího procesu. Velké teplotní rozdíly ve skle mohou způsobit stres (napětí). Velmi pomalý chladicí proces může zabránit těmto nechtěným následkům a odstranit vnitřní pnutí, je to však velmi časově náročné a nákladné. Správně sestavený model a účelová funkce pomůže najít nejlepší kompromisní řešení, může rovněž přispět i k lepšímu pochopení těchto procesů.

2.5.2 Analýza problému

Aby měla skleněná deska po opuštění chladicí pece přijatelnou teplotu, musí být vystavena po dostatečně dlouhou dobu chladicímu médiu. Při průchodu chladicí linkou bude působit na desku rovněž energetický příspěvek od tepelného zářiče, který bude napomáhat pomalejšímu a rovnoměrnějšímu ochlazení. Matematický model bude tedy muset pracovat s přímým chlazením nucenou konvekcí a přehříváním dopadajícím tepelným zářením. Vzhledem k tomu, že sklo je poloprůhledné pro záření, musíme počítat také s vnitřním zářením v materiálu. Veličinou, kterou hledáme, je průběh teplotního pole uvnitř skleněné desky v čase.

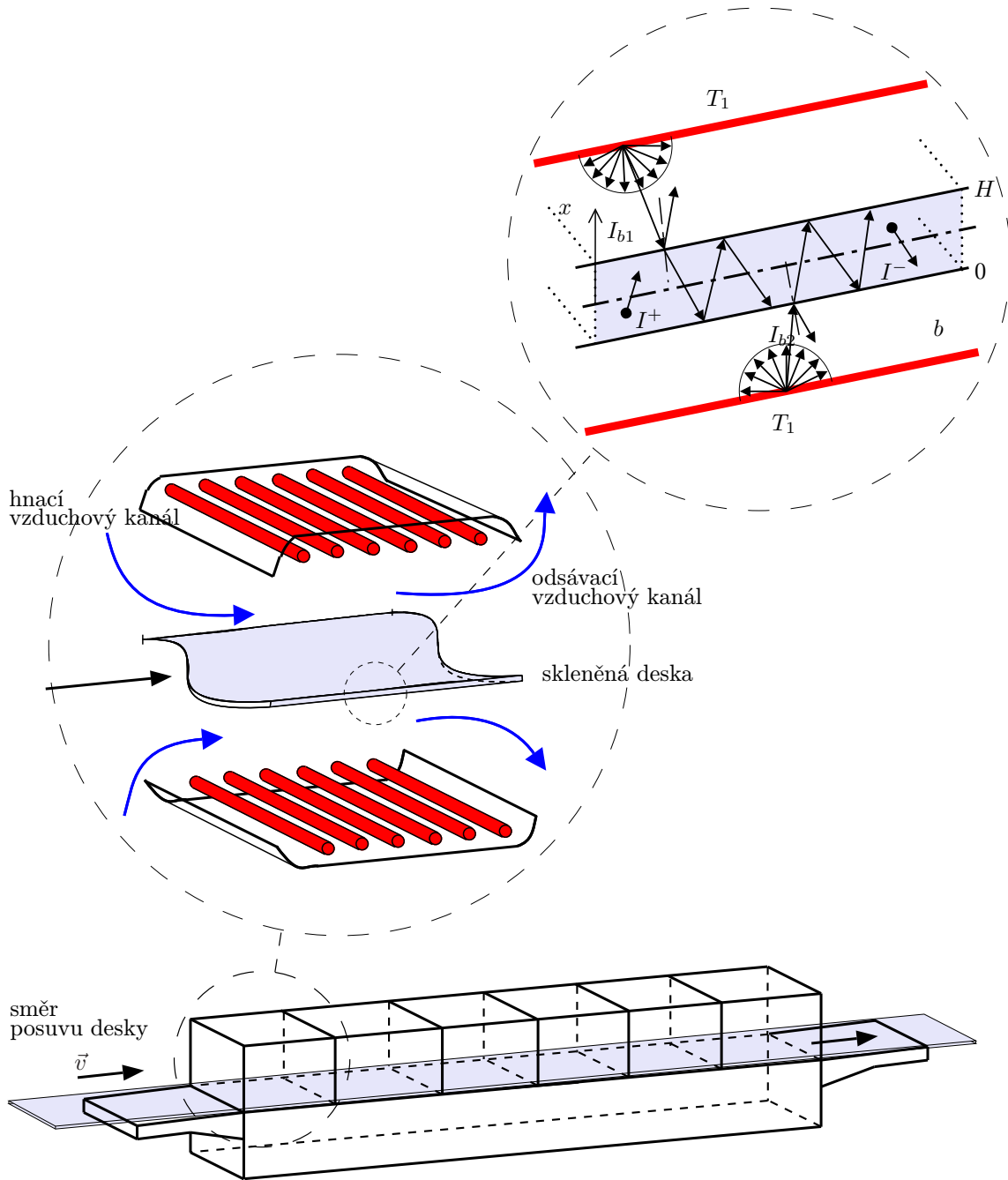
Jako první rovnici popisující tepelné děje v analyzované úloze vezmeme Fourierovu–Kirchhoffovu rovnici (1.15) v kartézských souřadnicích. Jako ukáзка jiného přístupu je použití soustavy souřadnic pevně spojené s pohybující se deskou.

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z}}_{\substack{\text{vyšetřujeme tepelné pole} \\ \text{v pevné látce}}} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial z} \right)}_{\text{jednorozměrné šíření}} - \underbrace{\left(\frac{\partial q_{rx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{ry}}{\partial y} + \frac{\partial q_{rz}}{\partial z} \right)}_{\text{jednorozměrné šíření}} + \underbrace{\sum Q_v}_{\text{zanedbáme}} \quad (2.48)$$

Úlohu budeme brát jako závislou na jedné prostorové souřadnici x . Na obrázku 2.54 je zobrazena konfigurace úlohy. Po aplikaci zjednodušení dostaneme.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial q_{rx}}{\partial x} \quad (2.49)$$

Člen $\frac{\partial q_{rx}}{\partial x}$, má fyzikální význam objemového tepelného zdroje, pokrývajícího vlastní tepelné záření uvnitř materiálu a současně pohlcené vnější tepelné záření, přeměněné na vnitřní energii. Pokud bychom zvolili jako metodu řešení Rosselandovu aproximaci (popsanou v kapitole 1.3.2.4), tento člen by bylo možné uvažovat jako „zvláštní“ druh tepelné vodivosti a jednoduše jej přičíst ke skutečné tepelné vodivosti λ_c . Tato metoda je však použitelná pouze pro opticky tlustší prostředí. Protože pracujeme s tenkou



Obrázek 2.54: Sklářská chladicí pec

skleněnou deskou, musíme tento člen získat ze sdružené rovnice, kterou je rovnice rovnice přenosu záření (1.16).

$$\vec{s} \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}, t) = -\kappa_s I(\vec{r}, \vec{s}, t) - \overbrace{\sigma_s I(\vec{r}, \vec{s}, t)}^{\text{zanedbáme rozptyl}} + \kappa_s \frac{M_{e0}}{\pi} + \underbrace{\frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}', t) \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega}_{\text{zanedbáme rozptyl}} \quad (2.50)$$

Rozptyl tepelného záření ve skle není významný, proto jej zanedbáme. Provedeme rozdělení úlohy na paprsky (podle [34]) jdoucí ve směru z prvního povrchu I^+ a paprsky jdoucí ve směru od druhého povrchu I^- a současně přepíšeme na jednorozměrnou úlohu.

$$\cos \theta \frac{dI^+}{dx} + \kappa_s I^+ = \frac{\kappa_s M_{e0}}{\pi} \quad (2.51a)$$

$$\cos \theta \frac{dI^-}{dx} - \kappa_s I^- = -\frac{\kappa_s M_{e0}}{\pi} \quad (2.51b)$$

Zavedeme substituci $A = \frac{\kappa_s}{\cos \theta}$ a $B = \frac{M_{e0}}{\pi}$.

$$\frac{dI^+}{dx} + AI^+ = AB \quad (2.52a)$$

$$\frac{dI^-}{dx} - AI^- = -AB \quad (2.52b)$$

Jak je nyní patrné, dostali jsme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic. Jejich řešení (uvedené např. v [35] nebo [53]), je při respektování konfigurace z obrázku 2.54 následující.

$$I^+ = I_{b2} e^{-\int_0^x A dx} + e^{-\int_0^x A dx} \int_0^x AB e^{\int_0^x A dx} dx \quad (2.53a)$$

$$I^- = I_{b1} e^{-\int_x^H A dx} + e^{-\int_x^H A dx} \int_x^H AB e^{\int_x^H A dx} dx \quad (2.53b)$$

Abychom získali člen $\frac{\partial q_{rx}}{\partial x}$, který je definován jako

$$\frac{\partial q_{rx}}{\partial x} = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{dI^+}{dx} - \frac{dI^-}{dx} \right) \cos \theta \cdot \sin \theta d\theta \quad (2.54)$$

musíme rovnice (2.53a) a (2.53b) derivovat podle x .

$$\frac{dI^+}{dx} = -A e^{-Ax} I_{b2} + AB - A e^{-Ax} \int_0^x A e^{Ax} B dx \quad (2.55a)$$

$$\frac{dI^-}{dx} = A e^{-A(H-x)} I_{b1} - AB + A e^{-A(H-x)} \int_x^H A e^{A(H-x)} B dx \quad (2.55b)$$

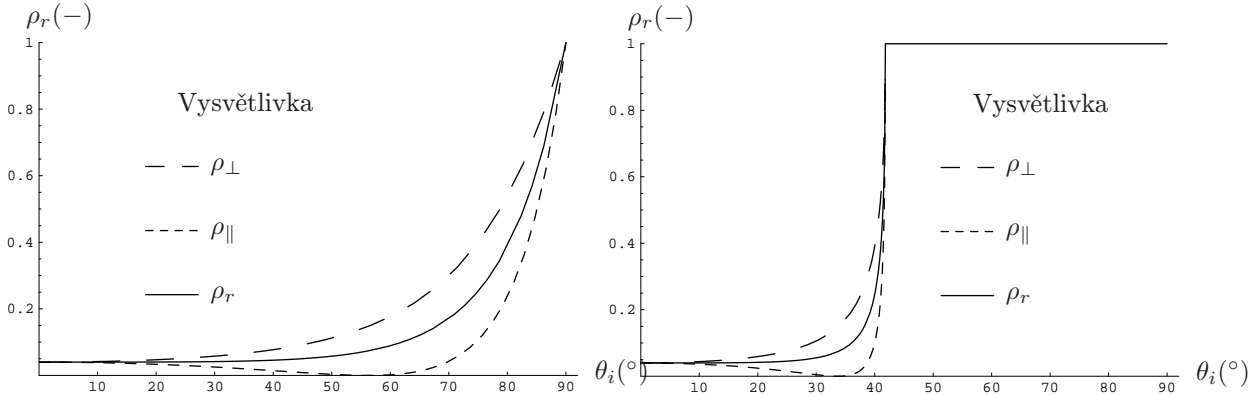
A nyní můžeme oba výrazy dosadit do (2.54).

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{rx}}{\partial x} = & 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-A e^{-Ax} I_{b2} - A e^{-A(H-x)} I_{b1} + 2AB \right. \\ & \left. - A e^{-A(H-x)} \int_x^H A e^{A(H-x)} B dx - A e^{-Ax} \int_0^x A e^{Ax} B dx \right) \cos \theta \cdot \sin \theta d\theta \end{aligned} \quad (2.56)$$

Nyní máme vzorec pro výpočet objemového zářivého zdroje. Členy I_{b1} a I_{b2} vyjadřují okrajové podmínky a jsou analyzované v následující kapitole.

2.5.2.1 Počáteční a okrajové podmínky

V rovnici (2.56) členy I_{b1} a I_{b2} vyjadřují okrajové podmínky tepelného záření. Pro jejich vyhodnocení musíme vzít v úvahu chování tepelného záření na rozhraní skla a vzduchu. Nejprve vezměme vliv vnějšího ozáření z tepelného zářiče, pro okrajové podmínky aproximovaného plošným zdrojem. Po dopadu tepelného záření z externího zdroje na rozhraní vzduch–sklo, dochází k částečnému odrazu a částečnému lomu. Zákony, kterými se řídí poměry energií odraženého a lomeného paprsku jsou popsány Fresnelovými rovnicemi, popsanými v podkapitole A.3.1.2. Energie odraženého paprsku je tedy přímo úměrná součiniteli absorpce, definovaného rovnicí (A.19). Její hodnota je závislá na úhlu dopadu a indexech lomu obou optických prostředí. V grafu na obrázku 2.55 je zobrazen graf součinitele odrazivosti pro rozhraní vzduch–sklo, pro různé polarizované vlny tepelného záření na rovinu dopadu, včetně střední hodnoty. Na obrázku 2.56 jsou stejné grafy pro rozhraní sklo–vzduch. Zde je vidět, že pro úhly větší než 40° dochází k totálnímu odrazu, tj. hodnota součinitele odrazu je rovna jedné.



Obrázek 2.55: Závislost součinitele odrazivosti na úhlu dopadu pro rozhraní vzduch–sklo.

Obrázek 2.56: Závislost součinitele odrazivosti na úhlu dopadu pro rozhraní sklo–vzduch.

Dále lomený paprsek prochází sklem, až narazí na rozhraní sklo–vzduch, kde dojde k dalšímu odrazu a lomu. Úhel lomu je definován Snellovým zákonem (viz rovnice (A.11)). Tímto způsobem dochází k násobným odrazům uvnitř skleněné desky. Na obrázku 2.57 je proces znázorněn. Na tomto obrázku jsou rovněž spočteny tepelné toky, vycházející z obou horního a dolního povrchu skleněné desky. Protože jsme dosud neuvažovali ztráty na intenzitě v důsledky absorpce ve skle, součty obou toků by měly dohromady dávat energii původního paprsku.

$$I_{b1} \frac{1 - \rho_1}{1 + \rho_2} + I_{b1} \frac{1 - \rho_1}{1 + \rho_2} = I_{b1} \quad (2.57)$$

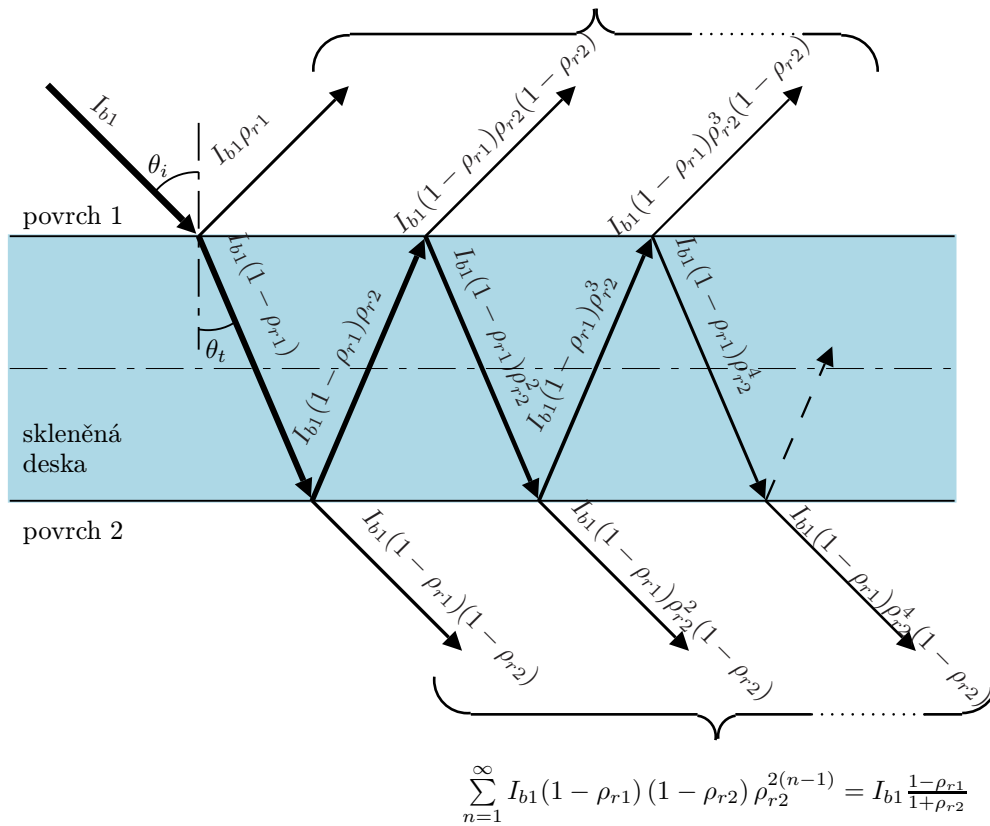
Ve skutečnosti ale součet výkonů odražených a prošlých paprsků nedává výkon původního paprsku, neboť ve skle dochází k absorpci. Obrázek 2.58 vychází z analýzy odrazů v obrázku 2.57, obsahuje již i absorpci. Intenzita paprsku I_{bx} , jehož zdrojem může být vnější nebo vlastní záření, prochází deskou a je částečně absorbováno. Záření procházející ve směru od povrchu 1 k povrchu 2 můžeme získat součtem nekonečné řady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} I_{bx} e^{-2n\kappa_s K} \rho_r^{(2n-1)} = I_{bx} \frac{\rho_r e^{-2K\kappa_s}}{1 - \rho_r^2 e^{-2K\kappa_s}} \quad (2.58)$$

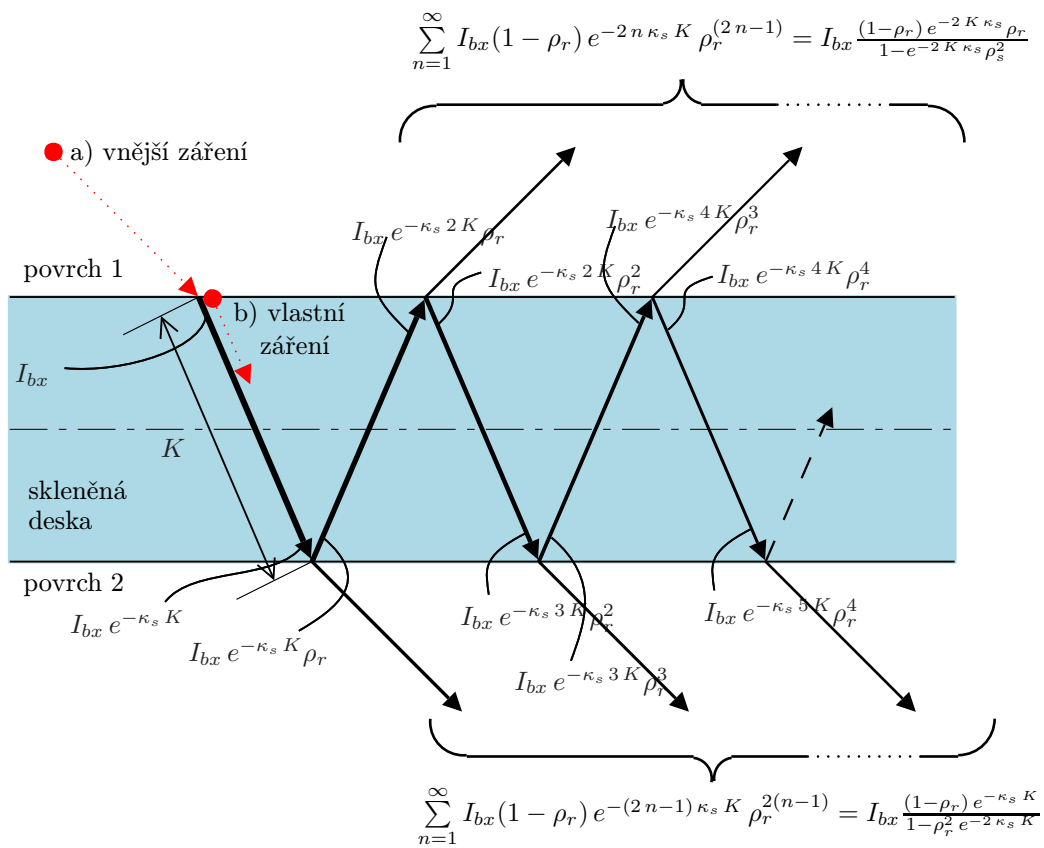
Paprsky procházející deskou ve směru od povrchu 2 k povrchu 1 jsou rovny součtu.

$$\sum_{n=1}^{\infty} I_{bx} e^{-(2n-1)\kappa_s K} \rho_r^{(2(n-1))} = I_{bx} \frac{e^{-K\kappa_s}}{1 - \rho_r^2 e^{-2K\kappa_s}} \quad (2.59)$$

$$I_{b1}\rho_{r1} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{b1}(1 - \rho_{r1})(1 - \rho_{r2}) * \rho_{r2}^{(2n-1)} = I_{b1} \frac{\rho_{r1} + \rho_{r2}}{1 + \rho_{r2}}$$



Obrázek 2.57: Násobné odrazy ve skleněné desce bez absorpce.



Obrázek 2.58: Násobné odrazy ve skleněné desce s absorpcí.

V každém vnitřně odraženém paprsku je započtena absorpce, podle vzorce (A.5) popsaného v kapitole A.2.4. Nyní přijmeme zjednodušení, kdy budeme brát vnější příhřev desky z obou stran jako dokonale symetrický, takže vliv paprsku šířícího se z vnějšího zářiče na povrch 2 můžeme vypočítat pomocí již odvozených vzorců (2.58) a (2.59). Výsledný paprsek I_{b1} pro dva symetrické zářiče bude dán součtem (2.58) a (2.59), neboť si můžeme obrázek 2.58 zrcadlově otočit, a paprsky jdoucí od povrchu 1 jdou od povrchu dva.

$$I_{b1} = I_{b2} = I_{bx} \frac{\rho_r e^{-2K\kappa_s}}{1 - \rho_r^2 e^{-2K\kappa_s}} + I_{bx} \frac{e^{-K\kappa_s}}{1 - \rho_r^2 e^{-2K\kappa_s}} = I_{bx} \frac{1}{e^{K\kappa_s} - \rho_r} \quad (2.60)$$

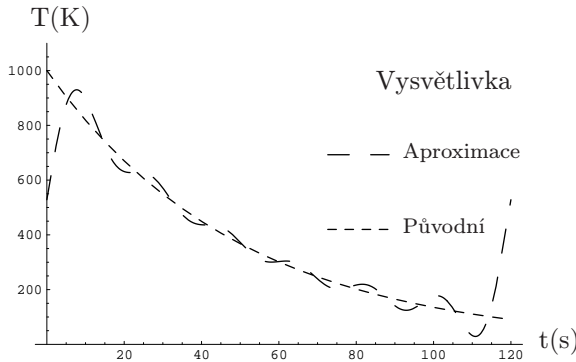
V tomto vzorci dosadíme za $I_{bx} = (1 - \rho_{r1}) \varepsilon_1 \sigma T_1^4 + \sigma T(H)^4$ a $I_{bx} = (1 - \rho_{r1}) \varepsilon_1 \sigma T_1^4 + \sigma T(-H)^4$, a za součinitel odrazivosti $\rho_r = \rho_r(\theta_i)$ za Fresnelův vzorec (A.19). Poté jej již můžeme použít do (2.56). Výsledný vzorec se však vzpírá praktickému použití v řešení bilanční diferenciální rovnice, neboť tento složitý vztah musíme nejdříve integrovat přes všechny úhly od 0 do $\frac{\pi}{2}$. Abychom obešli tento problém, dovolíme si jedno velmi „odvážné“ zjednodušení. Výraz zářivého objemového zdroje spočteme pro jeden průměrný úhel. Toto zjednodušení je publikované v práci [40], kdy jsou v modelu použity průměrné hodnoty úhlů dopadu a lomu, součinitel odrazivosti. Jako jistou záruku toho, že jej můžeme použít, je dobrá shoda s experimentálně naměřenými hodnotami.

V modelu musíme dále uvažovat konvektivní okrajové podmínky. Tento jev byl již analyzován v podkapitole 2.4.2.1, a můžeme jej převzít do tohoto modelu.

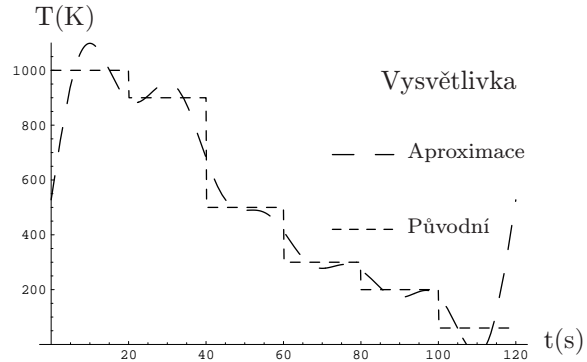
V počátečních podmínce předpokládáme rovnoměrné rozložení teploty v profilu desky.

2.5.2.2 Aproximace zdroje tepelného záření

Jako zdroj pro příhřev je zvolen zářič tvořený tyčemi, Jouleovými ztrátami ohřátými na vysokou teplotu (zobrazené na obr. 2.54). Jako reflektor může být uvažováno chlazené zrcadlo, které odráží tepelné paprsky zpět do prostoru, nebo naopak difúzní, tepelně izolovaný povrch, který pohlcuje dopadající záření a po ohřátí na vysokou teplotu se stává významným druhotným tepelným zářičem. V ideálním případě, pokud bude mít každá tyč vlastní zdroj elektrického proudu, máme při návrhu široké možnosti aproximace průběhu teplot na zářiči podél celé chladicí linky. Na obrázku 2.60 je zobrazen průběh aproximované funkce, která odpovídá stavu, kdy rozdělíme zářič na šest segmentů s různými teplotami. Aproximace je provedena pomocí šesti členů Fourierovy řady (trigonometrickým polynomem). Stejně aproximace je použito v obrázku 2.59, aproximovaná funkce je však spojitá a klesající.



Obrázek 2.59: Aproximace hladké funkce.



Obrázek 2.60: Aproximace nespojité funkce.

2.5.3 Řešení

2.5.3.1 Optimalizační proměnné

Zvolené parametry konfigurace

- tloušťka skla $b = 0.01(\text{m})$ a $b = 0.005(\text{m})$
- součinitel absorpce $\kappa_s = 32(\text{m}^{-1})$
- délka chladicí pece $6(\text{m})$ a rychlost pohybu pásu $0.36 (\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$ (oba parametry nám udávají čas, po který deska prochází chladicí pecí $t_{max} = 1000(\text{s})$)

Hledané parametry

- rychlost chladícího vzduchu v_a
- geometrie zářivého zdroje

V prvním přiblížení (iteraci) jsou optimalizační proměnné ($a_1, a_2 \dots b_6$ amplitudy trigonometrických funkcí části Fourierovy řady.

$$T_1(t) = \left(a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi t}{t_{max}} + a_2 \cos \frac{4\pi t}{t_{max}} + a_3 \cos \frac{6\pi t}{t_{max}} + a_4 \cos \frac{8\pi t}{t_{max}} + a_5 \cos \frac{10\pi t}{t_{max}} + a_6 \cos \frac{12\pi t}{t_{max}} + b_1 \sin \frac{2\pi t}{t_{max}} + b_2 \sin \frac{4\pi t}{t_{max}} + b_3 \sin \frac{6\pi t}{t_{max}} + b_4 \sin \frac{8\pi t}{t_{max}} + b_5 \sin \frac{10\pi t}{t_{max}} + b_6 \sin \frac{12\pi t}{t_{max}} \right) \quad (2.61)$$

Jemnost diskretizace optimalizačních proměnných v první iteraci byla zvolena na 8 bitů, tj. 2^8 možných stavů. Pro další iterace je možné adaptivně zpřesňovat ty proměnné, kterým mají největší vliv na výsledné řešení, tj. při jejich malé změně dochází k velké změně výsledku. Funkce $T_1(t)$ bude vyjadřovat „viděnou“ teplotu ze soustavy pevně svázané s deskou.

Ve druhé iteraci, jsme na základě výsledků z první iterace zvolili jinou aproximační funkci, která by se mohla lépe přiblížit skutečné.

$$T_1(t) = a_0 + a_1 e^{-a_2 t} \quad (2.62)$$

2.5.3.2 Zjednodušující předpoklady a omezující podmínky

V úloze jsme přijali následující zjednodušení.

- zanedbáme vliv chemických procesů ve skle
- zanedbáme závislosti součinitele absorpce na vlnové délce a teplotě
- chlazení i přehřev desky jsou dokonale symetrické. Vliv válečků, na kterých se skleněná deska pohybuje, v modelu zanedbáme.
- tepelný zářič (zdroj) bereme jako dokonale černý

2.5.3.3 Účelová funkce

Protože úloha je zjednodušena na dokonale symetrickou, jako místa s potenciálně největším rozdílem teplot budeme brát povrch a střed desky. Aby nedošlo k zhoršení kvality, musí být rozdíl mezi těmito místy menší nebo roven $60(\text{K})$. Výsledná teplota při výstupu z linky by měla být okolo 60°C při teplotě 100°C však již není potřeba udržovat teplotní gradient v desce pod striktní hodnotou a může být poté dále chlazen rychlým neřízeným procesem. Změna teploty by měla být co nejrovnoměrnější, bez rychlých změn. Těmto požadavkům odpovídá vícekriteriální účelová funkce.

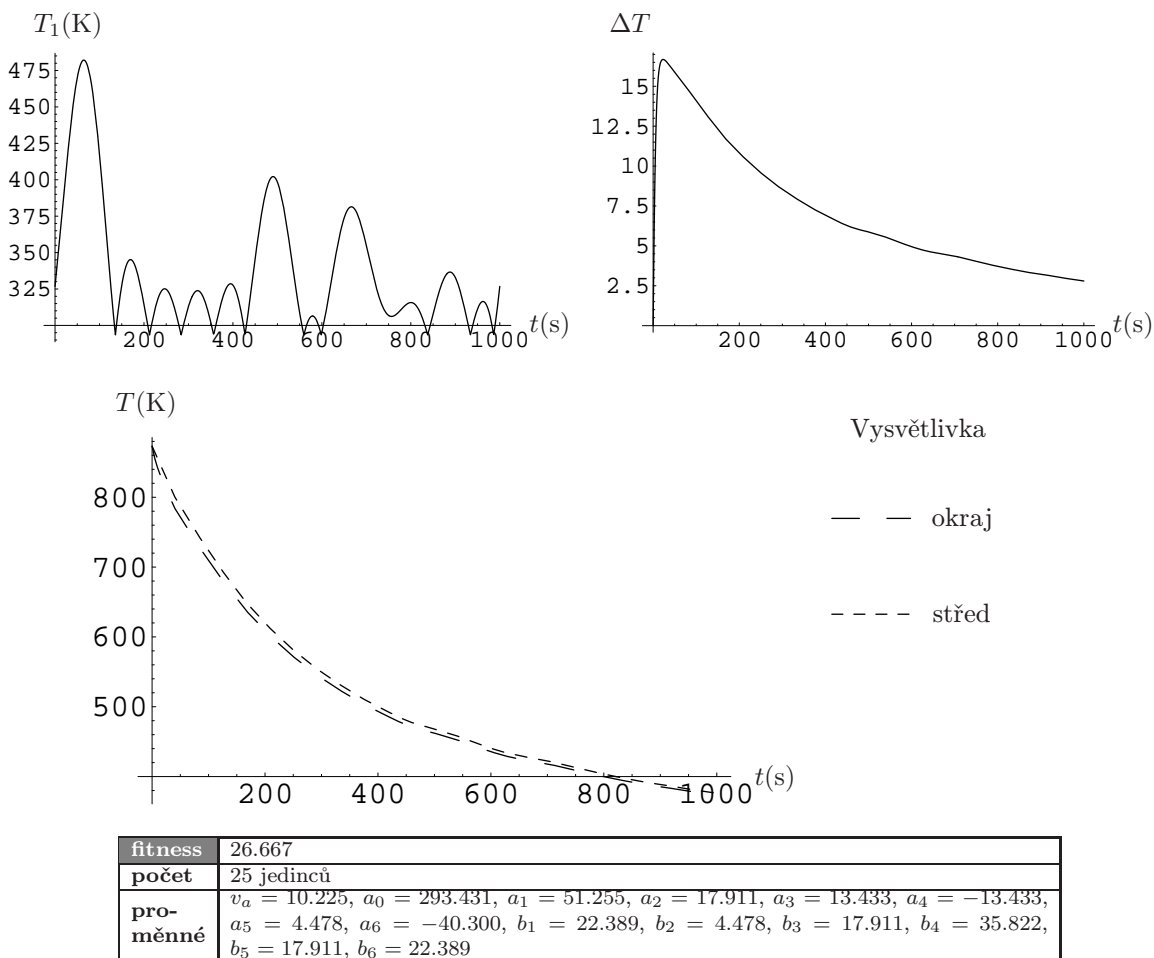
$$F(\dots) = \psi_1 \left(T[x, t_{max}] - T_{pozadovana} \right)^2 + \psi_2 \frac{\int_0^{t_{max}} |T(x_{okraj}, t) - T(x_{stred}, t)| dt}{t_{max}} + \psi_3 \left(\max \frac{\partial T(x=H, t)}{\partial t} - \min \frac{\partial T(x=H, t)}{\partial t} \right) \quad (2.63)$$

Změnou vah ψ_1 až ψ_3 je možné ovlivňovat důležitost jednotlivých požadavků.

2.5.4 Výsledky

2.5.4.1 Iterace 1

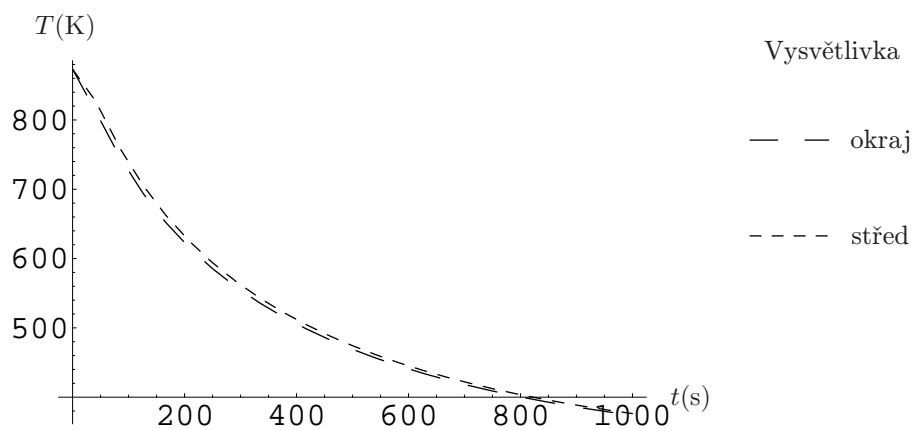
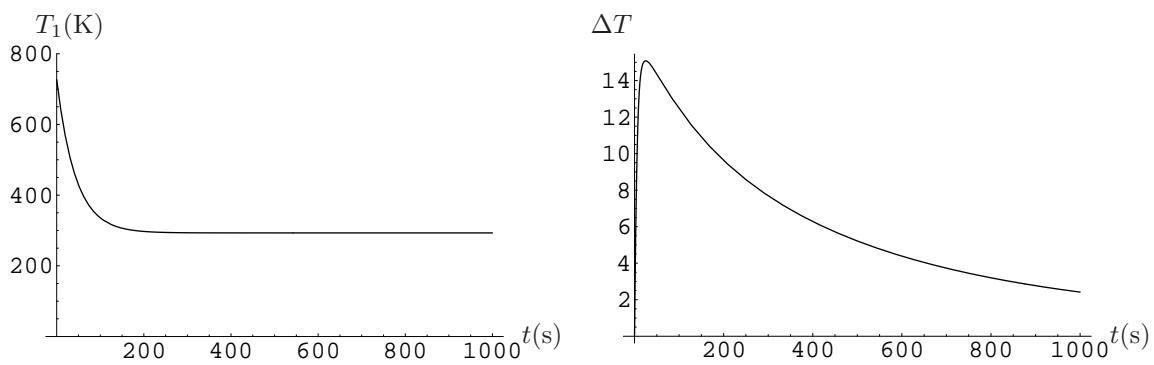
Při použití 14 parametrů a jako aproximace Fourierovy řady, došlo ke zpomalení konvergence a výsledná hodnota účelové funkce není blízká optimální (při srovnání s výsledkem druhé iterace). Rovněž průběh periodické funkce, která začíná z velké teploty, způsobuje na konci chladícího procesu zbytečný náběh. Nicméně z grafu zdroje je vytušitelná tendence k jiné funkci, která je použita v druhé iteraci. Grafy teploty zdroje, rozdíl teplot mezi povrchem a středem skleněné desky v průběhu chlazení a jejich průběhy jsou na obrázku 2.61. Požadovaná výstupní teplota je 100°C - skutečná je 100.2°C , maximální rozdíl teplot mezi okrajem a středem desky je $16.6808(\text{K})$ v čase $t = 23.0682(\text{s})$.



Obrázek 2.61: Průběh teploty zdroje T_1 , průběh rozdílu teplot na okraji a středu desky ΔT , a průběhy teplot na okraji a středu desky T v první iteraci.

2.5.4.2 Iterace 2

Po změně aproximační funkce se výsledná hodnota účelové funkce zlepšila. Grafy teploty zdroje, rozdíl teplot mezi povrchem a středem skleněné desky v průběhu chlazení a jejich průběhy jsou na obrázku 2.62. Požadovaná výstupní teplota je 100°C - skutečná je 100.788°C , maximální rozdíl teplot mezi okrajem a středem desky je $15.079(\text{K})$ v čase $t = 25.444(\text{s})$.



fitness	15.082
počet	25 jedinců
pro- měnné	$v_a = 7.484, a_0 = 293.15, a_1 = 433.593, a_2 = 0.0232$

Obrázek 2.62: Průběh teploty zdroje T_1 , průběh rozdílu teplot na okraji a středu desky ΔT , a průběhy teplot na okraji a středu desky T ve druhé iteraci.

2.5.5 Závěry

Úloha odpovídá typům provozních úloh z technologie skla, pochopitelně neřeší problém v celku a nečiní si nárok dát „obecné“ optimalizační přístupy pro technology zvolené jako příkladné. V úloze se potvrdila užitečnost iterativního přístupu z aplikované metodiky, kdy jsme po obecné aproximaci zdrojové funkce dostali potřebnou informaci o jejím tvaru, a následně ve druhé iteraci s lepší aproximací dostali lepší řešení účelové funkce. Jedním pootočením pomyslné spirály (obr. 1.4) jsme se tak dostali o stupínek výše ve znalostech problému a kvalitě výsledků.

Závěr

Téma využití tepelného záření v elektrotepelné technice a jeho optimalizace je velmi obsáhlé, a je zřejmé, že nelze v jedné disertační práci popsat vyčerpávajícím způsobem všechny jeho oblasti.

Přehled výsledků disertace včetně původního přínosu doktoranda

V úvodní části byla popsána metodika, která pokrývá všechny fáze procesu hledání optimálního řešení elektrotepelných zařízení. Její použitelnost byla demonstrována v následující kapitole, kde bylo vypracováno pět matematických modelů a účelových funkcí.

- jednokriteriální
 - ▶ s matematickým modelem respektujícím zákony geometrické optiky (zrcadlové plochy) - funkce (2.1)
 - ▶ s matematickým modelem z předchozí úlohy rozšířeným o průhledná tělesa - funkce (2.10)
- vícekriteriální
 - ▶ funkce (2.12), s modelem příspěvků panelových topidel s požadavkem na celkovou rovnoměrnost a energetickou účinnost
 - ▶ funkce (2.47), s modelem sdílení tepla a hmoty a požadavkem na definovanou výstupní vlhkostní koncentraci
 - ▶ funkce (2.63), s modelem poloprůhledného materiálu a požadavkem na co nejmenší teplotní gradienty

V modelech bylo použito parametrizace jak geometrických rozměrů, po dokončení výroby zařízení neměnných, tak i veličin, které lze měnit za chodu jako např. teploty topných těles zářičů, rychlost posuvu pásu atd. Modely, které mimo jiné umožnily ověřit funkčnost použité metodiky, je možné použít jak k výzkumu tak i k optimalizaci reálných zařízení, a mohou být současně použity jako vodítko k řešení i dalších podobných úloh. Pro optimalizační modul byla implementována modulární optimalizační knihovna genetických algoritmů (GA), vhodná pro řešení složitých optimalizačních úloh z oblasti vědecko-technických návrhů.

Hodnocení dosažených výsledků

Závěrečná zhodnocení výsledků jednotlivých úloh jsou uvedeny v samostatných podkapitolách na konci každé úlohy.

Matematické modely se liší v komplexnosti a výkonové náročnosti. Rychlost výpočtu závisí na požadované přenosti. Například v úlohách s matematickým modelem založeným na geometrické optice, se větší přesnosti dosahuje větším počtem paprsků které aproximují zářivé zdroje a nastavitelné hloubce vnoření rekurze při sledování jednotlivých paprsků. Pro zhruba 50 paprsků a reflektor popsany 30 parametry bylo na osobním počítači bylo třeba pro kvalitní výsledky počkat i několik hodin. Ke složitosti přispívá rovněž i počet optických objektů. V úloze sálavého vytápění se přesnost projeví v hustotě měřené/počítané sítě. Při volbě velkého počtu parametrů, velmi záleží na omezení rozsahu hodnot, jaké mohou jednotlivé parametry dosahovat a volba jemnosti diskretizace. (pro každý parametr v mé implementaci GA je definována max., min. a počet bitů v binárním vyjádření). Při příliš velkém počtu špatně omezených

a příliš jemných diskretizovaných parametrů GA potřeboval neúměrně vysoký výpočetní výkon avelký čas výpočtu.

Optimalizační modul využívá metod umělé inteligence, mezi které patří genetické algoritmy jako představitel heuristických optimalizačních metod. Nevýhodou této metody je, že není možné dokázat, že jde skutečně o globální extrém. Použitý GA se ukázal při řešení všech úloh jako velice stabilní a poskytl dobrou aproximaci optimálního řešení zkoumaných úloh. I v počátečních iteracích, kdy úlohy nebyly dobře podmíněny, se ze „směru“ konvergence dal odhadnout „směr“ úprav účelové funkce v dalších iteracích.

Závěry pro další rozvoj vědy nebo pro realizaci v praxi

Práce přispívá k rozšíření těchto teoretických poznatků oboru.

- analyzuje závislosti matematických modelů elektrotepelných zařízení na jejich ohodnocení účelovou funkcí
- navrhuje metodický přístup k hledání lepších řešení
- uplatňuje tuto metodiku na v praxi běžně používaná elektrotepelná zařízení a ukazuje znovupoužitelné návrhové vzory
- popisuje současný stav metod řešení a teorie tepelného záření a v ucelené formě způsob jejich aplikace

Přínos práce pro praxi.

- je sestavena konsistentní ucelená báze poznatků, která může být přímo použita návrhářem nebo výzkumníkem
- zrychlení práce návrháře pomocí použití matematického modelu v metodice místo práce se skutečným modelem
- optimální řešení přináší úspory energie, materiálu a nákladů navrhovaných zařízení

Výhledy do budoucna

Problematika optimalizace inženýrských úloh elektrického tepla je velice bohatá na množství nástrojů, metod a přístupů. Proto můžeme dále vykročit mnoha směry, a vždy se nám otevře široká paleta jejich možných vylepšení.

Problémy, které jdou mimo rozsah této práce, mohou přinášet nové typy požadavků na řešení, jako např. tvar sálavého pole, rozměry a tvar zařízení, vlivy spektrálních charakteristik zdroje, výkon a tvar použitého zářivého zdroje, polodifúzní/směrové odrazy, materiálové vlastnosti odrazných ploch atd.

Více úsilí může být vynaloženo ke zdokonalení použité geometrické reprezentace těles jako jsou např. NURBS (neuniformní racionální b-spline) plochy a křivky.

Dalším směrem, kterým by se další rozvoj mohl ubírat, je problematika distribuovaných výpočtů účelových funkcí a matematických modelů. Vzhledem k tomu, že se v průměru 90% strojového času spotřebuje výpočtem účelové funkce, paralelismus těchto výpočtů na více počítačích může významně zrychlit celkový proces optimalizace.

Literatura

- [1] Arquès, D., Michelin, S., Piranda, B.: EXTENDING THE ZONAL METHOD TO SPECULAR SURFACES, Équipe de synthèse d'images, Institut Gaspard Monge, research paper
- [2] Bartík, V.: Počítačové algebraické systémy - Mathematica 4.0, přednášky, FEL ČVUT
- [3] Beneš, B., Felkel, P., Sochor, J., Žára, J.: Vizualizace. Skripta ČVUT, Praha 1997
- [4] Boehm, B.: Spiral Development: Experience, Principles, and Refinements, Spiral Development Workshop February 9, 2000
- [5] Byun, J., Kyung, C.: Optimal Design Procedure for a Practical Induction Heating Cooker, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 36, NO. 4, JULY 2000
- [6] Cohen, M., F., Wallace, J., R.: Radiosity and Realistic Image Synthesis, Academic Press, London 1993
- [7] ČSN 73 0548, Výpočet tepelné zátěže klimatizovaných prostorů, 1. 7. 1986
- [8] Daun, K., J., Morton, D., P., Howell, J., R.: Geometric Optimization of Radiant Enclosures Containing Specular Surfaces, Journal of Heat Transfer, Vol. 125, str. 845-851, October 2003
- [9] Dong, W.: Design of Advanced Industrial Furnaces Using Numerical Modeling Method, Department of Materials Science and Engineering, Royal Institute of Technology, Doctoral Thesis, ISBN 91-7170-500-7
- [10] Encyklopedia efunda (Engineering Fundamentals), 2003
- [11] Ehlert, J., R., Smith, T., F.: View Factors for Perpendicular and Parallel, Rectangular Plates, Journal Thermophys. Heat Trans., vol. 7, č. 1, 1993
- [12] EM Consult s.r.o.: Energie slunce, EkoWatt, 2000, (EKIS ČEA)<http://www.emcon.cz/energieslun.html>
- [13] Energ, spol. s r. o.: Využití elektřiny - Infrazářiče, 2001-2002, <http://www.energ.cz/uspory/infraz.html>
- [14] Fluent Inc.: FLUENT 6.1 User's Guide, kap. 11.3, www.fluent.com
- [15] Fontijne, D., Dorst, L.: Performance and elegance of five models of 3D Euclidean geometry in a ray tracing application, University of Amsterdam, 2003
- [16] Groenhout, N., K., Morrison, G., L., Behnia, M.: Heat Transfer Analysis of Advanced Solar Water Heaters, ANZSES Annual Conference - From Fossils to Photons, Brisbane 2000
- [17] Groenhout, N., K., Behnia, M., Morrison, G., L.: Numerical Modelling of Natural Convection and Radiation Heat Transfer in Advanced Solar Water heaters, Proc 1st Asian-pacific Congress for Computational Mechanics, Sydney Nov 2001, str. 1705-1710.

- [18] Groenhout, N., K., Behnia, M., Morrison, G., L.: Investigation of Heat Loss from Advanced Solar Water Heaters, University of New South Wales, Sydney
- [19] Guzović, Z. Matijašević, B., Tuković, Ž.: Analytical model of radiative heat transfer in electrical furnace, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture of Zagreb, 1998
- [20] Infrared Heat for Glass Processing, informační brožura, Heraeus Noblelight Ltd., www.heraeus-noblelight.com
- [21] Honesom Enterprise Co., Ltd.: produktový katalog, 5F, 68-3 Chung Yang N. Road Sec 2, Peitou, Taipei, Taiwan, <http://www.honesom.com>
- [22] Hottel, H., C., Sarofim, A., F.: Přenos tepla zářením. SNTL, Praha 1979
- [23] Howell, J., R.: A Catalog of Radiation Heat Transfer Configuration Factors, University of Texas at Austin, <http://www.me.utexas.edu/~howell/index.html>
- [24] Incropera, F., P., DeWitt, D., P.: Introduction to Heat Transfer, 3. vyd., School of Mechanical Engineering, Purdue University, 1996
- [25] Jones, M., R.: Inverse Analysis of Radiative Heat Transfer Systems, Journal of Heat Transfer, ASME, Vol. 121, MAY 1999, str. 481-484
- [26] Kadlec, K., Kmínek, M.: Měřicí a řídicí technika, elektronický učební text, VŠCHT
- [27] Klar, A., Siedow, N.: Boundary layers and domain decomposition for radiative heat transfer and diffusion equations: applications to glass manufacturing process, European Journal of Applied Mathematics, Cambridge University Press, Volume 9 - Issue 04 - August 1998, str. 351-372
- [28] Kolat, P.: Přenos tepla a hmoty, 3. vyd. – Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2001
- [29] Koten, P.: Deep Space 1, <http://amber.zine.cz/AZ01d/astro/astro32.htm>
- [30] Kuri-Morales, A., F., Gutiérrez-García, J.: Penalty Function Methods for Constrained Optimization with Genetic Algorithms: a Statistical Analysis, research report, Instituto Tecnológico Autónomo de México
- [31] Lan, C., W., Leu, J., C., Huang, Y.: On the Design of Double-Ellipsoid Mirror Furnace and its Thermal Characteristics for Floating-Zone Growth of $\text{Sr}_x\text{Ba}_{1-x}\text{TiO}_3$ Single Crystals, Department of Chemical Engineering, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, ROC Materials Science Center, National Tsing-Hua University, Hsinchu, Taiwan, ROC
- [32] Larsen, E., W., Thömmes, G., Klar, A., Seaïd, M., Götz, T.: Simplified P_N Approximations to the Equations of Radiative Heat Transfer and Applications, Journal of Computational Physics, č. 183 (2002), str. 652-675, ISSN: 0021-9991
- [33] Lentès, F., T., Siedow, N.: Three-dimensional Radiative Heat Transfer in Glass Cooling Processes, Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik e.V., Kaiserslautern (Germany), Schott Glaswerke Mainz (Germany)
- [34] Modest, M., F.: Radiative Heat Transfer, The Pennsylvania State University, McGraw-Hill Publishing Company ISBN 0-07-042675-9
- [35] Němeček, M.: Tepelné záření skleněné desky, Státní výzkumný ústav sklářský Hradec Králové, pracoviště Praha, 1975
- [36] Press, W., H., Flannery, B., P., Teukolsky, S., A., Vetterling, W., T.: Numerical Recipes in C, : The Art of Scientific Computing, 2nd ed. Cambridge, England: Cambridge University Press

- [37] Pavelek, M., Janotková, E.: Vizualizační a optické měřicí metody, FSI VUT, Učební texty vysokých škol, Brno 2001, <http://dt.fme.vutbr.cz/~pavelek/optika/>
- [38] Perry, R., Green, D.: Perry's Chemical Engineers' Handbook, ISBN: 0070498415, The McGraw-Hill Companies, Inc., 1997
- [39] Pettersson, M.: Heat Transfer and Energy Efficiency in Infrared Paper Dryers. Doctoral Dissertation, Department of Chemical Engineering 1, Lund University, Sweden. November 1999., ISBN 91-628-3733-8
- [40] Rantala, M., Karvinen, R.: Treatment of transient radiative heat transfer in glass tempering process, Energy and Process Engineering, Tampere University of Technology, 33101 Tampere, Finland
- [41] Rasheed, K.: An Adaptive Penalty Approach for Constrained Genetic-Algorithm Optimization, Rutgers, The State University of New Jersey, Department of Computer Science, 1999
- [42] Rédr, M., Příhoda, M.: Základy tepelné techniky, SNTL, Praha 1991
- [43] Research, Inc.: Model E4 Infrared Heating System Chamb IR, Product Data Sheet, Thermal Solutions Division
- [44] Richards, A., R.: Zeroth-order shape optimization utilizing a learning classifier system, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, 1995
- [45] Rodriguez, D., L.: A Multidisciplinary Optimization Method for Designing Inlets using Complex Variables, Stanford University Stanford, American Institute of Aeronautics and Astronautics 2000-4875
- [46] Sazima, M.: Tabulky sdílení tepla. ČVUT, Praha 1986
- [47] Seaid, M.: Generalized Numerical Approximations for the Radiative Heat Transfer Problems in Two Space Dimensions, Proceedings of Eurotherm73 on Computational Thermal Radiation in Participating Media, Mons, Belgium 2003
- [48] Šesták, J., Žitný, R.: Tepelné pochody II, skripta ČVUT, 1997
- [49] National Fire Protection Association: SFPE Handbook of Fire Protection Engineering, National Fire Protection Association - March 2002, ISBN 0877654514, Tabulka B-2
- [50] Schröder, P., Hanrahan, P.: A Closed Form Expression for the Form Factor between Two Polygons, Res. Report CS-TR-404-93, Department of Computer Science, Princeton University 1993
- [51] Sklostroj Turnov CZ, s.r.o: Sklářská chladicí pec, produktový katalog, <http://www.sklostroj.cz/czech/products/gal/gal.htm>
- [52] Šorin, S., N.: Sdílení tepla, 1. vyd. – Praha ; Bratislava : Nakladatelství techn. lit. : Alfa, 1968
- [53] Sparrow, E., M., Cess, R., D.: Radiation heat transfer, Augmented ed., Washington : Hemisphere Publ. Corp., 1978
- [54] Spath, D., Neithardt, W., Bangert, C.: Integration of Topology and Shape Optimization in the Design Process, Institute of Machine Tools and Production Science, University of Karlsruhe (TH), Germany, FE-DESIGN GmbH, Karlsruhe, 2001
- [55] Stadler, W.: Multicriteria Optimization in Engineering and in the Science, San Francisco State University, Plenum Press 1988
- [56] Štecha, J.: Optimální rozhodování a řízení, skripta ČVUT FEL, Praha, 2000
- [57] Storck, K.: Thermal system analysis : heat transfer in glass forming and fluid temperature-control systems. Linköping University, 1998., Dissertations, ISBN 91-7219-270-4

- [58] Vaněček, M.: Přeměna sluneční energie v energii elektrickou, http://www.fzu.cz/texty/brana/fotovoltaika/slunecni_energie.php3
- [59] WeldNet: Welding and Joining information Network, Edison Welding institute, Inc. 2003
- [60] Wolfram, S.: The Mathematica Book. 4th. Ed., Wolfram Media/Cambridge University Press, online verze
- [61] Wyseure, G.: Fysische transport-verschijnselen, I125-practicum, Niet-stationair, Massatransport, Acad. Jaar 2003-2004, Eerste ingenieursjaar Bio-ingenieur
- [62] Yeo, Y.-K., Hwang, K.-S., Yi, S., Ch., Hong Kang, H.: Modeling of the Drying Process in Paper Plants, Department of Chemical Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea, 8 April 2004
- [63] Zaidi, A.: Paper Manufacturing, PE, UnionGas Co, CIGC- IGT Presentation, 7/2000, http://www.industrialcenter.org/GasIRPaper/Learn\%20About/Paper_Manufacture.htm
- [64] Metric Conversion Tables to or from Imperial Measurements The SI System for Metric Conversion http://www.simetric.co.uk/si_materials.htm

Seznam publikací autora vztahujících se k disertaci

- [L0] Krumphanzl J.: Implementation of Genetic Algorithms in Mathematica® language, 5th International Student Conference on Electrical Engineering, POSTER 2001, May 21, Prague, CTU, Faculty of Electrical Engineering, 2001, p. 157-158.
- [L1] Krumphanzl, J., Kyncl, J., Kubín, P.: Genetické algoritmy při návrhu kanálkových pecí. In: Budoucnost elektroenergetiky v regionu Jižní Morava. Brno : VUT FEI, 2001, s. 58-63. ISBN 80-214-2015-4.
- [L2] Krumphanzl, J., Kubín, P., Kyncl, J.: Global Optimization Methods Applied on Channel Furnaces Design. In: International Seminar on Heating by Internal Sources. Padova : Universita degli Studi di Padova, 2001, p. 651-656. ISBN 88-86281-64-1.
- [L3] Tůma, J., Habel, J., Kyncl, J., Hašpica, R., Krumphanzl, J.: Optimalizace klimatu interiérů. In: Journal of Electrical Engineering. 2002, roč. 53, č. 4, s. A. ISSN 1335-3632.
- [L4] Tůma, J., Habel, J., Kyncl, J., Krumphanzl, J., Hašpica, R.: Optimalizace klimatu interiérů. In: Elektroenergetika 2001. Košice : TU, FEI, 2001, s. 149-154. ISBN 80-88922-34-8.
- [L5] Kyncl, J., Krumphanzl, J.: Optimal Proportion between Radiation and Convection due to PMV Formula. In: ENTREE 99. Brussels: IEEE. 1999. p. 179-188. - ISBN 90-76760-01-2, Tampere, Finland
- [L6] Krumphanzl, J., Kyncl, J.: Optimalizace sálavého pole v souvislosti s úsporami při radiačním vytápění interiérů, konference Energetika 2000, FEL ČVUT

Příloha A

Teorie přenosu tepla zářením

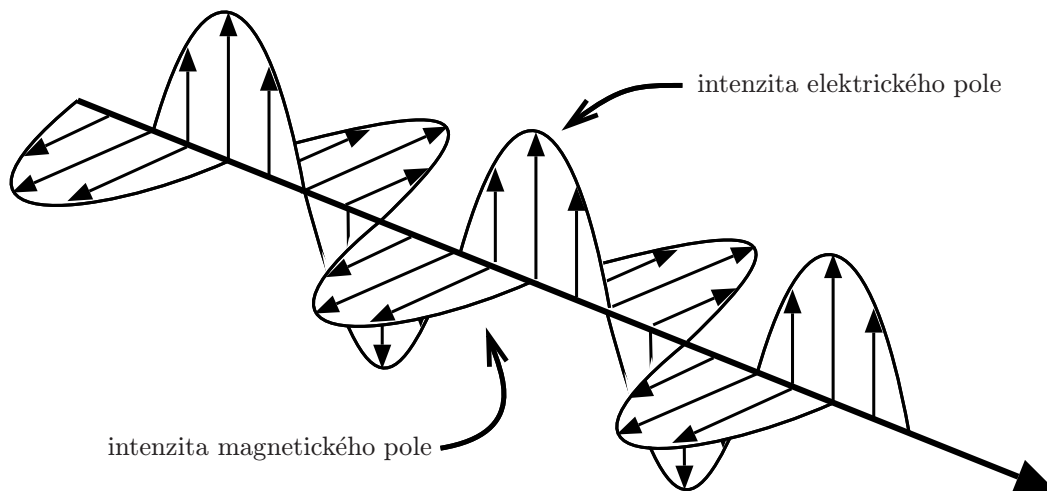
Tato kapitola má sloužit kapitole 2 k uvedení teoretických základů, na kterých výpočty staví. Nejdříve jsou nadefinovány základní veličiny, jejich značení a pojmenování a dále pokračují nejdůležitější zákony jako je Lambertův zákon, Planckův zákon, Stefanův-Boltzmannův a další.

A.1 Fyzikální představa tepelného záření

Každé těleso, které má teplotu vyšší než absolutní nula, vyzařuje do okolí určité množství energie ve formě transverzálně elektromagnetických vln (na obrázku A.1). Podle Planckovy kvantové teorie může být záření o kmitočtu ν vyzařováno nebo pohlcováno pouze v celistvých kvantech energie.

$$Q_e = h \cdot \nu \quad (\text{J}) \quad (\text{A.1})$$

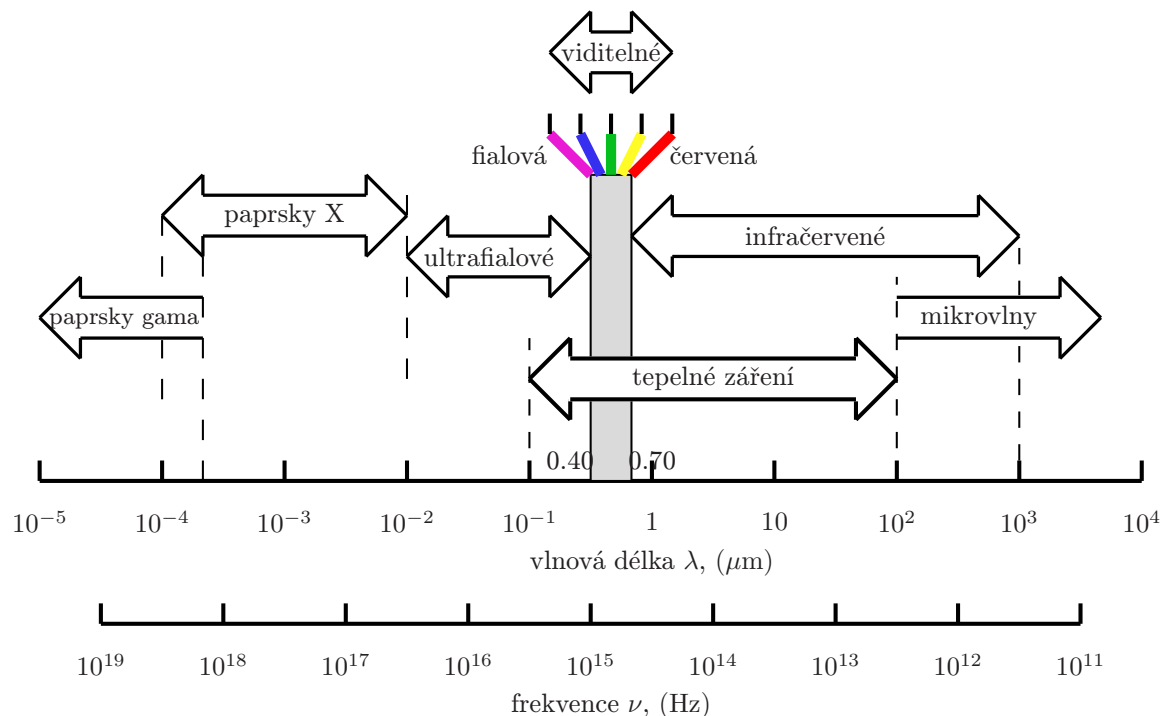
Můžeme je rovněž považovat za částice s hmotností $h \cdot \frac{\nu}{c^2}$ a hybností $h \cdot \frac{\nu}{c}$, jejichž klidová hmotnost je nulová.



Obrázek A.1: Šíření elektromagnetické vlny

Tato elementární kvanta se nazývají fotony. Důvod plyne z mechanismu vzniku. Záření má svůj původ ve vybuzení částice. Návrat této částice do nižší energetické hladiny (na jinou kvantovou dráhu) je doprovázen emisí fotonu záření. Energie fotonu je rovna úbytku energie elektronu. U tělesa s vyšší teplotou

dochází k velkému počtu přechodů elektronů na různé energetické hladiny a proto je energie vyzářených fotonů rozdělena do širokého spektra frekvencí.



Obrázek A.2: Spektrum elektromagnetických vln

A.2 Základní pojmy tepelného záření

A.2.1 Základní veličiny

Nyní si výčtem uvedeme veličiny, které popisují tepelný sálavý tok.

zářivá energie Q_e (J) celkové množství energie vyzářené do poloprostoru na všech vlnových délkách
zářivý tok $\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}$ (W) výkon přenášený zářivou energií, tedy množství energie vyzářené povrchem tělesa do poloprostoru za jednotku času

spektrální (monochromatická) hustota zářivého toku $\Phi_{e\lambda} = \frac{d\Phi_e}{d\lambda}$ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}$) výkon přenášený zářivou energií při určité vlnové délce

intenzita vyzařování $M_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) zářivý tok, vysílaný jednotkou povrchu

spektrální (monochromatická) intenzita vyzařování $M_{e\lambda} = \frac{dM_e}{d\lambda}$ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$) výkon vyzářený z jednotkového povrchu tělesa do poloprostoru za jednotku času při určité vlnové délce

intenzita záření I ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$) tok energie za jednotku času na jednotku plochy jednotkovým prostorovým úhlem, kolmo k této ploše

A.2.1.1 Klasifikace optických prostředí

Z pohledu vlivu na parametry tepelného záření rozdělujeme prostředí na:

- Průhledné - nedochází k rozptylu záření
- Průsvitné - záření prostředím prochází, ale zčásti se rozptyluje
- Neprůhledné - záření se silně pohlcuje (absorbuje) nebo se na povrchu odráží

- Homogenní - má všude stejné vlastnosti
- Izotropní - má ve všech směrech stejné vlastnosti
- Anizotropní - vlastnosti závisí na směru
- opticky hustší - větší index lomu, menší rychlost záření
- opticky řidší - menší index lomu, větší rychlost záření

A.2.2 Emisivita

Emisivita se určuje jako podíl intenzity vyzařování reálného tělesa M_e a dokonale černého tělesa M_{e0} se stejnou teplotou.

$$\varepsilon = \frac{M_e}{M_{e0}} \quad (\text{A.2})$$

Z této definice plyne, že maximální množství energie vyzařuje dokonale černé těleso ($\varepsilon = 1$). U ostatních těles je $\varepsilon \in (0, 1)$.

A.2.3 Prostorový úhel

Prostorový úhel je prostorový geometrický ekvivalent plošného úhlu. Je definován jako velikost plochy vyřáté obecnou kuželovou plochou na povrchu koule o jednotkovém poloměru, jejíž střed (vrchol prostorového úhlu) je totožný s vrcholem uvažované kuželové plochy.

$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (\text{sr; m}^2, \text{m}) \quad (\text{A.3})$$

Prostorový úhel $d\Omega$, pod nímž je z bodu P vidět element dS obecné plochy S ve vzdálenosti l , se vypočítá z výrazu:

$$d\Omega = \frac{dS \cos \beta}{l^2} \quad (\text{sr; m}^2, \text{m}) \quad (\text{A.4})$$

Například podle obrázku A.10 přísluší plošce dS' elementární prostorový úhel o vrcholu ve středu polokoule.

$$d\Omega = \frac{dS' \cos \psi}{r^2} \quad (\text{sr; m}^2, \text{m})$$

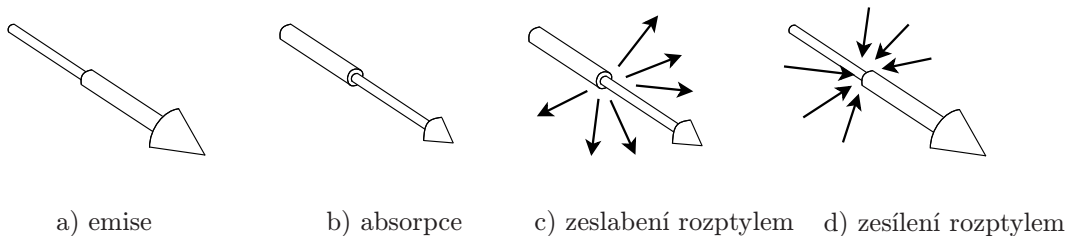
Prostorový úhel je velmi důležitou veličinou používanou jak při výpočtech sdílení tepla záření, tak i ve světelné technice. S jeho pomocí budeme moci odvozovat i výpočetně nejnáročnější veličinu - konfigurační faktor.

A.2.4 Průchod záření zeslabujícím prostředím

Při průchodu tepelného záření prostředím, může dojít ke změně jeho intenzity v důsledku interakce s jeho částicemi. Interakce probíhá formou absorpce (pohlcování) a rozptylu. Velikost vlivu obou jevů je dána vlastnostmi daného prostředí a vlnovou délkou záření a je možno jej vyhodnotit pomocí konstant součinitele absorpce $\kappa_s (\text{m}^{-1})$ a součinitele rozptylu $\sigma_s (\text{m}^{-1})$.

$$I = I_0 e^{-\int_0^l \kappa_s dl} \quad (\text{A.5})$$

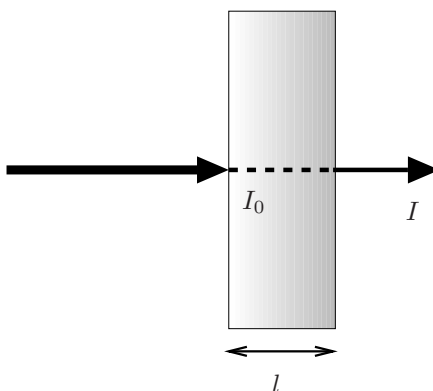
Součet obou konstant, zvaný součinitel útlumu $\gamma_s (\text{m}^{-1})$, podává informaci o celkové ztrátě intenzity vlivem absorpce a rozptylu. Rozdíl mezi absorpcí a rozptylem je dán tím, že při absorpci se tepelné záření



Obrázek A.3: Jevy nastávající při průchodu paprsku pohlcujícím prostředím.

mění na vnitřní energii prostředí, naproti tomu při rozptylu se pouze změní směr paprsku a ten dále může zesílit jiný paprsek jdoucí v jiném směru. Na obrázku A.4 je znázorněn průchod paprsku pohlcujícím prostředím (sklo, CO₂, páry H₂O atd.).

$$\gamma_s = \kappa_s + \sigma_s \tag{A.6}$$



Obrázek A.4: Průchod paprsku pohlcujícím prostředím.

A.3 Zákony popisující přenos tepla zářením

A.3.1 Zákony geometrické optiky

Dopadá-li na těleso zářivý tok Φ_e , potom se jeho část Φ_a pohltí, část Φ_r odrazí a část Φ_{tr} tělesem pronikne (obrázek A.8). Podle zákona o zachování energie musí platit:

$$\Phi_e = \Phi_a + \Phi_r + \Phi_{tr}. \tag{A.7}$$

Dělíme-li všechny členy Φ_e , dostaneme:

$$1 = \frac{\Phi_a}{\Phi_e} + \frac{\Phi_r}{\Phi_e} + \frac{\Phi_{tr}}{\Phi_e} \tag{A.8}$$

kde

$\frac{\Phi_a}{\Phi_e} = \alpha_r \dots$ je součinitel pohltivosti (absorptance)

$\frac{\Phi_r}{\Phi_e} = \rho_r \dots$ je součinitel odrazivosti (reflektance)

$\frac{\Phi_{tr}}{\Phi_e} = \tau_r \dots$ je součinitel propustnosti (transmitance).

Platí tedy:

$$\alpha_r + \rho_r + \tau_r = 1 \tag{A.9}$$

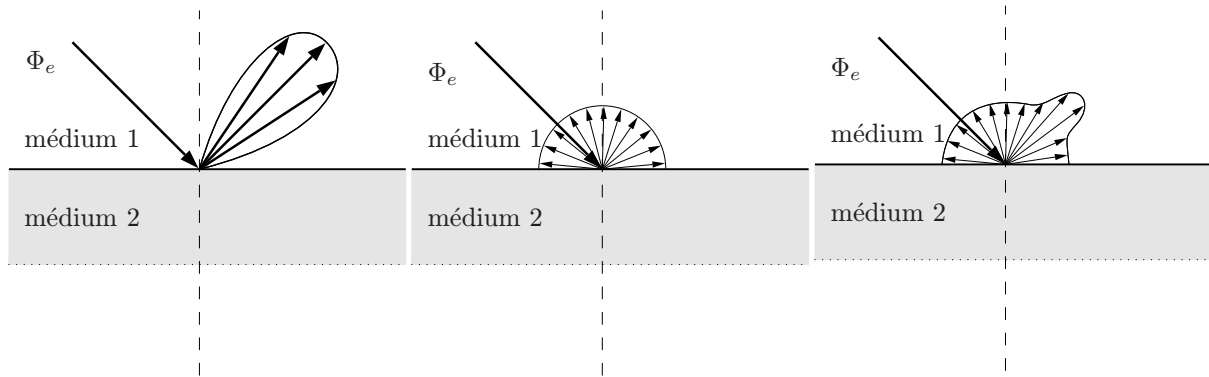
A.3.1.1 Speciální případy těles

Těleso, které má $\alpha_r = 1$ ($\rho_r = 0$, $\tau_r = 0$) se nazývá *dokonale černé těleso*. Pro toto těleso byly odvozeny základní zákony záření, a to zákon Planckův a zákon Stefanův-Boltzmannův, jenž budou uvedeny v oddílech A.3.3 a A.3.5. Budeme dodržovat konvenci, že všechny veličiny vztahované na dokonale černé těleso budou mít v indexu 0.

Dalším extrémním případem je těleso s $\rho_r = 1$ ($\alpha_r = 0$, $\tau_r = 0$). Takové těleso nazýváme *dokonalým zrcadlem* nebo *dokonale bílým tělesem* (obrázek A.6). Na obrázku znázorňujícím dokonale bílé těleso vidíme difúzní odraz paprsku. Povrchy, u kterých dochází k tomuto jevu říkáme Lambertovské povrchy.

Třetím ideálním tělesem je těleso s $\tau_r = 1$ ($\alpha_r = 0$, $\rho_r = 0$). Takové nazýváme *dokonale průteplivým tělesem*. Rovnice, které popisují částečný odraz, lom a průchod paprsku jsou uvedeny v oddíle A.3.1.2.

Pokud budeme chtít až dosud uvedené abstraktní typy povrchů nahradit skutečnými, potom bude situace vypadat jako na obrázku A.5.



Obrázek A.5: Geometrie odrazu od hrubého zrcadla.

Obrázek A.6: Geometrie difúzního odrazu.

Obrázek A.7: Geometrie odrazu od skutečného povrchu.

A.3.1.2 Odraz a lom paprsků

Při dopadu paprsku na rovinné rozhraní dvou opticky různých prostředí (s rozdílným indexem lomu), dochází k částečnému odrazu a částečnému lomu, nebo totálnímu odrazu.

Odraz je jev (viz obr. A.8), při kterém dopadající paprsek opouští plochu dopadu bez změny své frekvence. Při odrazu z ideálně hladkého povrchu platí zákon odrazu:

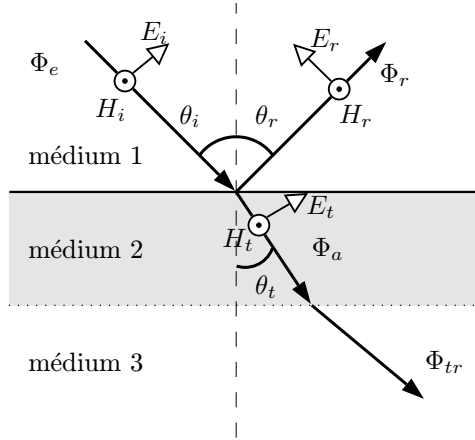
1. úhel dopadu je roven úhlu odrazu,
2. dopadající paprsek, odražený paprsek a normálový vektor plochy dopadu jsou ve stejném polo-
prostoru.

$$\theta_i = \theta_r \quad (\text{A.10})$$

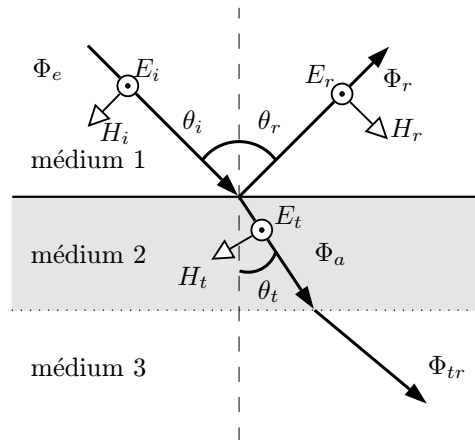
kde

θ_i (rad) úhel dopadu

θ_r (rad) úhel odrazu



Obrázek A.8: E kolmá na rovinu dopadu



Obrázek A.9: E rovnoběžná s rovinou dopadu

Když paprsek prochází z jednoho média do druhého, pro úhel lomu platí *zákon lomu*, který vyjadřuje Snellův zákon.

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t) \quad (\text{A.11})$$

kde

θ_t (rad) úhel lomu

n (–) index lomu

Abychom mohli vyhodnotit jak velká část paprsku byla odražena a jaká lomena, použijeme Fresnelovy rovnice, které počítají energetické poměry odražených a lomaných paprsků na rovinném rozhraní dvou neabsorbujících, homogenních, izotropních, lineárních, nemagnetických dielektrik s indexy lomu n_1 a n_2 .

Pro odrazivost vlny paralelně polarizované na rovinu dopadu platí



Augustin-Jean Fresnel
(1788-1827)

Francouzský fyzik, významně přispěl k vybudování vlnové teorie světla a optiky.

$$\begin{aligned}
r_{\perp} &= \frac{\frac{n_1}{\mu_1} \cos(\theta_i) - \frac{n_2}{\mu_2} \cos(\theta_t)}{\frac{n_1}{\mu_1} \cos(\theta_i) + \frac{n_2}{\mu_2} \cos(\theta_t)} & \mu_1 \approx \mu_2 \\
&= \frac{n_1 \cos(\theta_i) - n_2 \cos(\theta_t)}{n_1 \cos(\theta_i) + n_2 \cos(\theta_t)} \\
&= \frac{\cos(\theta_i) - \frac{n_2}{n_1} \cos(\theta_t)}{\cos(\theta_i) + \frac{n_2}{n_1} \cos(\theta_t)} & \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} \\
&= \frac{\cos(\theta_i) - \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} \cos(\theta_t)}{\cos(\theta_i) + \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} \cos(\theta_t)} = \frac{\frac{\cos(\theta_i)}{\cos(\theta_i)} - \frac{\sin(\theta_i)}{\cos(\theta_i)} \frac{\cos(\theta_t)}{\sin(\theta_t)}}{\frac{\cos(\theta_i)}{\cos(\theta_i)} + \frac{\sin(\theta_i)}{\cos(\theta_i)} \frac{\cos(\theta_t)}{\sin(\theta_t)}} = \frac{1 - \frac{\tan(\theta_i)}{\tan(\theta_t)}}{1 + \frac{\tan(\theta_i)}{\tan(\theta_t)}} = \frac{\tan(\theta_t) - \tan(\theta_i)}{\tan(\theta_t) + \tan(\theta_i)} \\
&= -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}
\end{aligned} \tag{A.12}$$

kde

μ_r (–) relativní permeabilita

$$R_{\perp} = r_{\perp}^2 = \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right)^2 \tag{A.13}$$

Pro propustnost platí

$$\begin{aligned}
t_{\perp} &= \frac{2 \frac{n_1}{\mu_1} \cos(\theta_i)}{\frac{n_1}{\mu_1} \cos(\theta_i) + \frac{n_2}{\mu_2} \cos(\theta_t)} & \mu_1 \approx \mu_2 \\
&= \frac{2n_1 \cos(\theta_i)}{n_1 \cos(\theta_i) + n_2 \cos(\theta_t)} = -\frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Pro odrazivost vlny kolmo polarizované na rovinu dopadu platí

$$\begin{aligned}
r_{\parallel} &= \frac{\frac{n_2}{\mu_2} \cos(\theta_i) - \frac{n_1}{\mu_1} \cos(\theta_t)}{\frac{n_2}{\mu_2} \cos(\theta_i) + \frac{n_1}{\mu_1} \cos(\theta_t)} & \mu_1 \approx \mu_2 \\
&= \frac{n_2 \cos(\theta_i) - n_1 \cos(\theta_t)}{n_2 \cos(\theta_i) + n_1 \cos(\theta_t)} = \frac{\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} \cos(\theta_i) - \cos(\theta_t)}{\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} \cos(\theta_i) + \cos(\theta_t)} \\
&= \frac{\sin(\theta_i) \cos(\theta_i) - \cos(\theta_t) \sin(\theta_t)}{\sin(\theta_i) \cos(\theta_i) + \cos(\theta_t) \sin(\theta_t)} \\
&= \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}
\end{aligned} \tag{A.15}$$

$$R_{\parallel} = r_{\parallel}^2 = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \tag{A.16}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\cos(\theta_i - \theta_t) \sin(\theta_i + \theta_t)} \tag{A.17}$$

Součinitel odrazivosti je možno uvažovat aritmetický průměr součinitel odrazivosti pro paralelně A.13 a kolmo A.16 polarizované paprsky

$$\rho_r = \frac{1}{2}(R_{\perp} + R_{\parallel}) = \frac{1}{2} \left[\frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} + \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \right] \quad (\text{A.18})$$

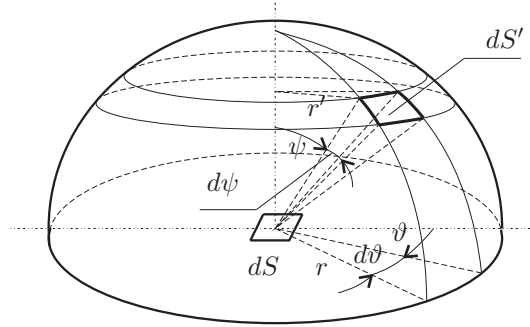
Při použití (A.11) a $n = \frac{n_1}{n_2}$ dostaneme (A.18) ve tvaru

$$\rho_r = \frac{1}{2} \left[\frac{\tan^2(\theta_i - \sin^{-1}(n \sin \theta_t))}{\tan^2(\theta_i + \sin^{-1}(n \sin \theta_t))} + \frac{\sin^2(\theta_i - \sin^{-1}(n \sin \theta_t))}{\sin^2(\theta_i + \sin^{-1}(n \sin \theta_t))} \right] \quad (\text{A.19})$$

Při přechodu paprsku z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího, pokud paprsek dopadá pod úhlem větším než je kritický úhel, nastává totální odraz paprsku. Při tomto jevu se odráží veškeré dopadající záření.

A.3.2 Lambertův zákon

Lambertův kosinový zákon se zabývá vyzařováním energie v různých směrech, svírajících úhel ψ s normálou k vyzařující ploše.



Obrázek A.10: Projekce elementu na polokouli.

Ploška dS (na obrázku A.10) vyzařuje celkově všemi směry výkon:

$$d\Phi_e = M_{e0} \cdot dS \quad (\text{W}) \quad (\text{A.20})$$

Vyjádříme výkon vyzařovaný ploškou dS ve směru normály k této plošce:

$$d\Phi_n = M_{e0n} \cdot dS \quad (\text{W}) \quad (\text{A.21})$$

Lambertův kosinový zákon: výkon vyzařovaný ploškou dS pod úhlem ψ na plošku dS' je úměrný výkonu vyzařovanému ploškou dS ve směru normály $M_{e0n} \cdot dS$, násobenému $\cos \psi$ a elementárním prostorovým úhlem $d\Omega$ (definovaným v sekci A.4).

$$d^2\Phi_{\psi} = M_{e0n} \cdot dS \cdot \cos \psi \cdot d\Omega \quad (\text{W}) \quad (\text{A.22})$$

Intenzitu vyzařování plošky v kolmém směru M_{e0n} spočteme následujícím postupem.

Nejprve zintegrujeme Lambertův kosinový zákon přes celou polokulovou plochu:

$$dS' = r \cdot d\psi \cdot r' \cdot d\vartheta$$

$$r' = r \cdot \sin \psi$$

$$dS' = r^2 \cdot \sin \psi \cdot d\psi \cdot d\vartheta \quad : \quad \frac{dS'}{r^2} = \sin \psi \cdot d\psi \cdot d\vartheta$$

$$d\Omega = \frac{dS'}{r^2} = \sin \psi \cdot d\psi \cdot d\vartheta \quad (\text{A.23})$$

Dosadíme výraz A.23 do A.22:

$$d^2\Phi_\psi = M_{e0n} \cdot dS \cdot \cos \psi \cdot \sin \psi \cdot d\psi \cdot d\vartheta \quad (\text{A.24})$$

Výkon dopadající z plošky dS na celou polokulovou plochu vypočteme integrací rovnice A.24.

$$d\Phi = M_{e0n} \cdot dS \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot d\psi = M_{e0n} \cdot dS \cdot \pi \quad (\text{A.25})$$

Porovnáme-li rovnici A.25 s rovnicí A.20:

$$M_{e0n} \cdot dS \cdot \pi = M_{e0} \cdot dS \quad : \quad M_{e0n} = \frac{M_{e0}}{\pi} \quad (\text{A.26})$$

Intenzita vyzařování ve směru normály je rovna celkové intenzitě vyzařování do polokoule dělené π , což je *Lambertův směrový zákon*.

A.3.3 Planckův vyzařovací zákon

Roku 1900 Max Planck odvodil vztah pro intenzitu vyzařování dokonale černého tělesa. *Planckův vyzařovací zákon* vyjadřuje spektrální intenzitu vyzařování dokonale černého tělesa $M_{e\lambda 0}$ jako funkci vlnové délky λ a absolutní teploty T :

$$u_{\lambda m} d\lambda_m = \underbrace{\left(\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right)}_{\text{střední energie harmonického kvantového oscilátoru o teplotě } T} \underbrace{(8\pi\lambda_m^{-4} d\lambda_m)}_{\text{počet stupňů volnosti v jednotkovém objemu pole záření}} \quad (\text{A.27})$$

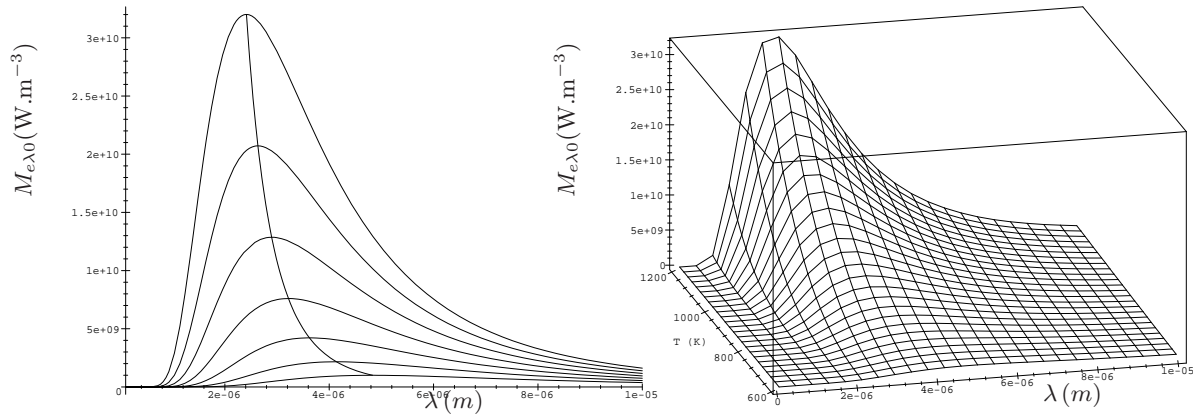
$u_{\lambda m} d\lambda_m$ je energie na jednotku objemu, ležící v intervalu vlnové délky $d\lambda_m$. Frekvence ν vlny vyjádříme jako podíl rychlosti jejího šíření (rychlost elektromagnetické vlny c) a její délky λ

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (\text{A.28})$$



Max Karl Ernst Ludwig Planck
(1858-1947)

Německý fyzik, vynálezce kvantové teorie, formuloval rovnici popisující spektrum vyzařování černého tělesa.



Obrázek A.11: Planckův zákon v grafické reprezentaci

za použití A.27 a A.28 dostaneme po úpravě

$$M_{e\lambda 0} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{\pi}{\left(e^{\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)} - 1\right)} \quad (\text{W.m}^{-3}) \quad (\text{A.29})$$

kde

h (J.s) Planckova konstanta ($h = 6,6260693 \cdot 10^{-34}$ (J.s))

k (J.K⁻¹) Boltzmannova konstanta ($k = 1,3806503 \cdot 10^{-23}$ (J.K⁻¹))

c (m.s⁻¹) rychlost šíření elektromagnetického záření ve vakuu ($c = 2,997929 \cdot 10^8$ (m.s⁻¹))

λ (m) vlnová délka elektromagnetického záření

Na obrázku A.11 vlevo je 2D graf Planckova zákona. Křivky grafů závislostí na vlnové délce přísluší různým teplotám mezi 600 K až 1200 K odstupňované po 100 K. Obrázek A.11 vpravo vyjadřuje Planckův zákon funkcí dvou proměnných v 3D grafu.

A.3.4 Wienův posunovací zákon

Délku vlny λ_{max} , určující při dané teplotě polohu maxima, vypočteme z derivace Planckova zákona (vztah A.29).

$$\frac{dM_{e\lambda 0}}{d\lambda} = 0$$

$$\frac{d \left[\frac{2hc^2\pi}{\lambda^5 \left(e^{\left(\frac{hc}{\lambda kT} \right)} - 1 \right)} \right]}{d\lambda} = 0$$

$$\frac{-2\pi c^2 h \left(5k\lambda T e^{\left(\frac{hc}{\lambda kT} \right)} - 5k\lambda T - hc e^{\left(\frac{hc}{\lambda kT} \right)} \right)}{\lambda^7 \left(e^{\left(\frac{hc}{\lambda kT} \right)} - 1 \right)^2 kT} = 0$$

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \quad (\text{m.K}) \quad (\text{A.30})$$

Rovnice A.30 je vyjádřením *Wienova posunovacího zákona*. Po jeho dosazení do funkce A.29 dostaneme závislost maximální intenzity vyzařování na teplotě.

$$M_{e\lambda_{0max}} = 1,286 \cdot 10^{-5} \cdot T^5 \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-3}) \quad (\text{A.31})$$

Hodnoty této funkce můžeme ilustrativně odečíst z grafu na obrázku A.11 vlevo, kde nalezneme průsečík mezi křivkami a křivkou protínající jejich vrcholy. Tento bod promítneme do osy λ a máme hledanou λ_{max} .

A.3.5 Stefanův-Boltzmannův zákon

Intenzitu vyzařování získáme integrací Planckova zákona, tedy vztahu pro spektrální intenzitu vyzařování, přes vlnové délky. Přenos může probíhat teoreticky přes celé spektrum vlnových délek (ne všechny se realizují tepelně), z toho plyne, že integrační meze budou od nuly do nekonečna.

$$\begin{aligned} M_{e0} &= \int_0^\infty M_{e0\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{K_1}{\lambda^5 \left[e^{\left(\frac{K_2}{\lambda T}\right)} - 1 \right]} d\lambda \\ &= \left| \begin{array}{l} u = \frac{K_2}{\lambda T} \quad : \quad \lambda = \frac{K_2}{uT} \\ \frac{du}{d\lambda} = -\frac{K_2}{\lambda^2 T} \quad : \quad d\lambda = -\frac{\lambda^2 T}{K_2} du \end{array} \right| \\ &= \int_\infty^0 -\frac{K_1 u^3 T^4}{K_2^4 (e^u - 1)} du = \\ &= \frac{K_1 T^4}{K_2^4} \int_0^\infty \frac{u^3}{e^u - 1} du = \left| \frac{1}{e^u - 1} = \sum_{k=1}^\infty e^{-ku} \right| = \\ &= \frac{K_1 T^4}{K_2^4} \int_0^\infty u^3 \left(\sum_{k=1}^\infty e^{-ku} \right) du = \frac{K_1 T^4}{K_2^4} \Gamma(4) \left(\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^4} \right) \\ &= \frac{\pi^4 K_1}{15 K_2^4} T^4 = \sigma T^4 \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (\text{A.32}) \end{aligned}$$

$$\sigma = \frac{\pi^4 K_1}{15 K_2^4} = 5,669\,236 \cdot 10^{-8} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}) \quad (\text{A.33})$$

Výsledný vztah A.32 je důležitý *Stefanův-Boltzmannův zákon*, který nám udává funkci závislosti velikosti intenzity vyzařování na teplotě dokonale černého tělesa. Mění se s její čtvrtou mocninou.



Josef Stefan
(1835-1893)

Rakouský matematik, ukázal, že celkové záření dokonale černého tělesa je úměrné čtvrté mocnině jeho absolutní teploty.



Ludwig Boltzmann
(1844-1906)

Rakouský fyzik, spoluautor kinetické teorie plynů a statistické mechaniky.

A.3.6 Kirchhoffův zákon vyzařování

Kirchhoffův zákon udává vzájemnou souvislost mezi emisivitou a pohltivostí těles. Pro jeho odvození použijeme konfiguraci dvou velkých rovnoběžných ploch, kde veškeré teplo vyzařované plochou 1 o emisivitě ε_1 a pohltivosti α_1 dopadá na plochu 2 o parametrech ε_2 a α_2 a naopak.

měrný výkon vyzařený povrchem 1 je rovný (Jeho velikost můžeme spočítat podle A.32)

$$M_{e1} \tag{A.34}$$

záření dopadne na povrch 2 a z části se pohltí

$$q'_{\text{pohl}} = M_{e1}\alpha_2 \tag{A.35}$$

a částečně odrazí

$$q'_{\text{odr}} = M_{e1}(1 - \alpha_2) \tag{A.36}$$

první povrch z odražené energie pohltí

$$q''_{\text{pohl}} = M_{e1}(1 - \alpha_2)\alpha_1 \tag{A.37}$$

a odrazí

$$q''_{\text{odr}} = M_{e1}(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1) \tag{A.38}$$

druhý povrch opět z toho pohltí

$$q'''_{\text{pohl}} = M_{e1}(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1)\alpha_2 \tag{A.39}$$

a odrazí

$$q'''_{\text{odr}} = M_{e1}(1 - \alpha_2)^2(1 - \alpha_1) \tag{A.40}$$

první povrch opět z toho pohltí

$$q''''_{\text{pohl}} = M_{e1}(1 - \alpha_2)^2(1 - \alpha_1)\alpha_1 \tag{A.41}$$

a odrazí

$$q''''_{\text{odr}} = M_{e1}(1 - \alpha_2)^2(1 - \alpha_1)^2 \tag{A.42}$$

atd.

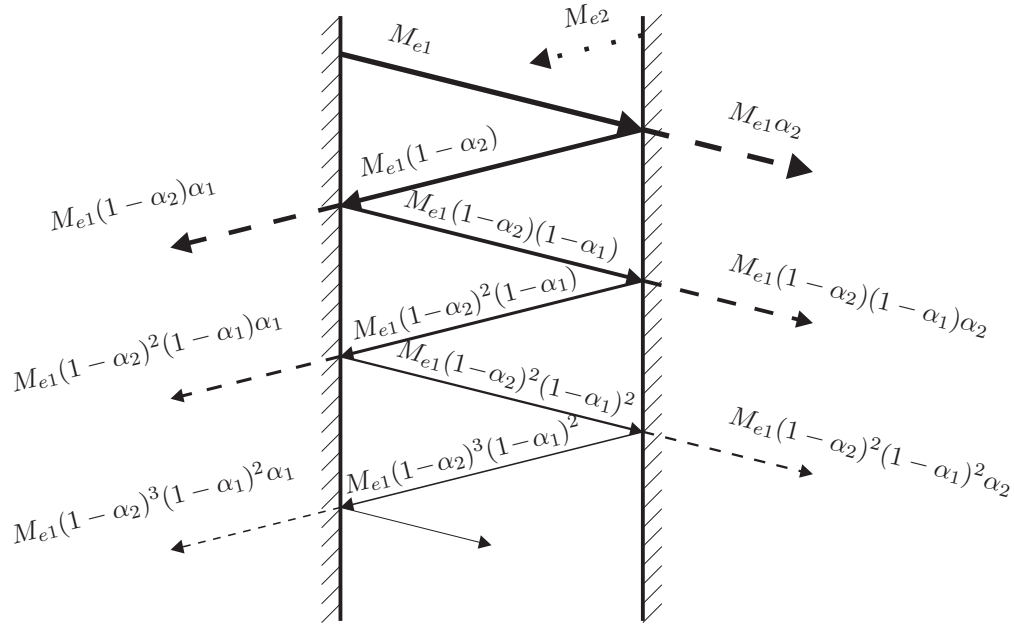
Výslednou hustotu intenzity vyzařování z tělesa 1 můžeme určit jako rozdíl intenzity vyzařování M_{e1} a hustoty pohlceného zářivého toku $q_{\text{pohl},1}$ tělesem 1:

$$q_{\text{výsl},1} = M_{e1} - q_{\text{pohl},1} \tag{A.43}$$

Hustota pohlceného toku je složena ze dvou částí:

$$q_{\text{pohl},1} = q_{\text{pohl},11} + q_{\text{pohl},21} \tag{A.44}$$

$q_{\text{pohl},11}$ je část vlastního záření, která se odrazila od povrchu 2 a zpětně povrchem 1 pohltila. Dostaneme ji jako součet A.37, A.41 a dalších v řadě.



Obrázek A.12: Výměna tepelných výkonů mezi rovnoběžnými povrchy.

$$q_{\text{pohl},11} = M_{e1}(1-\alpha_2)\alpha_1 + M_{e1}(1-\alpha_2)^2(1-\alpha_1)\alpha_1 + M_{e1}(1-\alpha_2)^3(1-\alpha_1)^2\alpha_1 + \dots \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{A.45})$$

položíme-li

$$(1-\alpha_2)(1-\alpha_1) = k \quad (\text{A.46})$$

potom

$$q_{\text{pohl},11} = M_{e1}(1-\alpha_2)\alpha_1(1+k+k^2+\dots) \quad (\text{A.47})$$

pro $k < 1$ je součet nekonečné řady

$$1+k+k^2+\dots = \frac{1}{1-k} \quad (\text{A.48})$$

a tedy

$$q_{\text{pohl},11} = \frac{M_{e1}(1-\alpha_2)\alpha_1}{1-k} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{A.49})$$

od druhého povrchu první přijme

$$q_{\text{pohl},21} = M_{e2}\alpha_1 + M_{e2}(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\alpha_1 + M_{e2}(1-\alpha_1)^2(1-\alpha_2)^2\alpha_1 + \dots \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{A.50})$$

$$q_{\text{pohl},21} = M_{e2}\alpha_1(1+k+k^2+\dots) = \frac{M_{e2}\alpha_1}{1-k} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{A.51})$$

Dosadíme-li výrazy A.49 a A.51 do A.44 a odtud do A.43 získáme:

$$q_{\text{výsl},1} = M_{e1} - \frac{M_{e1}(1 - \alpha_2)\alpha_1}{1 - k} - \frac{M_{e2}\alpha_1}{1 - k} \quad (\text{W}\cdot\text{m}^{-2}) \quad (\text{A.52})$$

Pokud zpětně dosadíme za k :

$$q_{12} = \frac{M_{e1}\alpha_2 - M_{e2}\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1\alpha_2} \quad (\text{W}\cdot\text{m}^{-2}) \quad (\text{A.53})$$

V případě termodynamické rovnováhy, kdy jsou teploty obou těles stejné, musí platit $q_{12} = 0$ a rovnice se zjednoduší na výraz

$$M_{e1}\alpha_2 - M_{e2}\alpha_1 = 0 \quad (\text{W}\cdot\text{m}^{-2}) \quad (\text{A.54})$$

Nyní budeme druhé těleso považovat za dokonale černé. Potom bude $\alpha_2 = 1$ a $M_{e2} = M_{e0}$. Druhé těleso má libovolnou emisivitu a pohltivost $M_{e1} = M_e$ a $\alpha_1 = \alpha$

$$M_e - M_{e0}\alpha = 0 \quad : \alpha = \frac{M_e}{M_{e0}} \quad (\text{A.55})$$

Pokud porovnáme tuto rovnici s A.2, můžeme napsat

$$\alpha = \varepsilon \quad (\text{A.56})$$

Kirchhoffův zákon tedy můžeme vyslovit jako: Poměr intenzity vyzařování k pohltivosti se rovná vyzařování dokonale černého tělesa, které závisí jen na teplotě. Platnost jeho odvození funguje jen tehdy, pokud jsou tělesa v tepelné rovnováze [42].

A.4 Konfigurační faktory

Povrch vyzařuje tepelný výkon do celého okolí (polokulového prostoru). Pokud chceme určit jaká část zářivého toku vyzařeného povrchem prvního tělesa dopadne na druhé těleso, musíme získat hodnotu konfiguračního faktoru¹. Konfigurační faktor závisí pouze na geometrii scény tj. vzdálenosti, sklonu a viditelnosti příslušných ploch.

$$\Phi_{dS_1dS_2} = \varphi_{dS_1dS_2} \cdot \Phi_{dS_1} \quad : \quad \varphi_{dS_1dS_2} = \frac{\Phi_{dS_1dS_2}}{\Phi_{dS_1}} \quad (\text{A.57})$$

Podobně z druhého tělesa na první dopadá



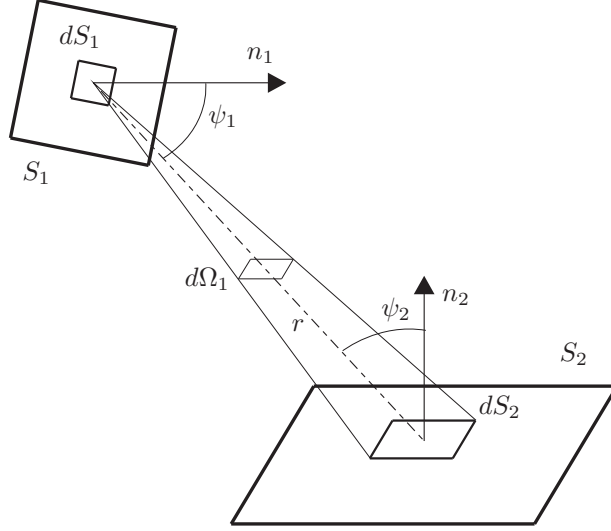
Gustav Robert Kirchhoff
(1824-1887)

Německý fyzik, vyvinul základy spektrální analýzy.

¹V české literatuře je také pojmenován jako směrový součinitel, součinitel ozáření[46] nebo též střední a místní index směrovosti[42]. V angličtině je označen jako view factor, configuration factor, angle factor, form factor[6] nebo shape factor. V této práci bude užíváno označení konfigurační faktor, který, ačkoli nemá tak výstižný název jako *součinitel vzájemného ozáření*, je nejvíce používán v české terminologii počítačové grafiky.

$$\Phi_{dS_2 dS_1} = \varphi_{dS_2 dS_1} \cdot \Phi_{dS_2} \quad : \quad \varphi_{dS_2 dS_1} = \frac{\Phi_{dS_2 dS_1}}{\Phi_{dS_2}} \quad (\text{A.58})$$

kde $\varphi_{S_i S_j}$ je výše zmíněný konfigurační faktor (obecně závislý na tvaru a vzdálenosti povrchů), jehož hodnota dosahuje hodnot mezi nulou a jedničkou, podle toho zda si povrchy předávají celý ($\varphi_{S_i S_j} = 1$), část ($\varphi_{S_i S_j} \in (0, 1)$) nebo nulový ($\varphi_{S_i S_j} = 0$) zářivý tok.



Obrázek A.13: Definice geometrie pro konfigurační faktor.

Potřebujeme určit *konfigurační faktor* $\varphi_{dS_1 dS_2}$ a $\varphi_{dS_2 dS_1}$. Plošky dS_1 a dS_2 předpokládáme dokonale černé a zanedbatelně malé ve srovnání s jejich vzájemnou vzdáleností r .

Podle Lambertova směrového zákona (vztah A.26) je intenzita vyzařování plošky dS_1 rovna M_{e1} a tedy bude vyzařování dS_1 v kolmém směru rovno $\frac{M_{e1}}{\pi}$.

Potom podle Lambertova kosinového zákona (vztah A.22) bude ploška dS_1 vyzařovat ve směru svírajícím úhel ψ s její normálou n_1 sálavý tepelný tok na plošku dS_2 :

$$d^2 \Phi_{dS_1 dS_2} = \frac{M_{e1}}{\pi} \cdot dS_1 \cdot \cos \psi_1 \cdot d\Omega_1 \quad (\text{W}) \quad (\text{A.59})$$

Pro elementární prostorový úhel $d\Omega_1$ podle definice A.4 platí:

$$d\Omega_1 = \frac{dS_2 \cdot \cos \psi_2}{r^2} \quad (\text{A.60})$$

dosadíme A.60 do A.59 a dostaneme

$$d^2 \Phi_{dS_1 dS_2} = M_{e1} \cdot dS_1 \cdot \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi r^2} \cdot dS_2 \quad (\text{A.61})$$

Obdobně bude ploška dS_2 sálat na plošku dS_1 :

$$d^2 \Phi_{dS_2 dS_1} = \frac{M_{e2}}{\pi} \cdot dS_2 \cdot \cos \psi_2 \cdot d\Omega_2 \quad (\text{A.62})$$

$$d\Omega_2 = \frac{dS_1 \cdot \cos \psi_1}{r^2} \quad (\text{A.63})$$

a opět po dosazení A.63 do A.62 bude

$$d^2\Phi_{21} = M_{e2} \cdot dS_2 \cdot \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi r^2} \cdot dS_1 \quad (\text{A.64})$$

Porovnáme-li rovnice A.61 a A.64 s rovnicemi A.57 a A.58 můžeme analogicky označit v rovnici A.61 výraz

$$\varphi_{dS_1 dS_2} = \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi r^2} \cdot dS_2 \quad (\text{A.65})$$

a v rovnici

$$\varphi_{dS_2 dS_1} = \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi r^2} \cdot dS_1 \quad (\text{A.66})$$

Tím jsme získali definici konfiguračního faktoru mezi ploškou dS_1 a dS_2 a naopak. Nyní můžeme napsat

$$d^2\Phi_{dS_1 dS_2} = M_{e1} \cdot dS_1 \cdot \varphi_{dS_1 dS_2} \quad (\text{W}) \quad (\text{A.67})$$

$$d^2\Phi_{dS_2 dS_1} = M_{e2} \cdot dS_2 \cdot \varphi_{dS_2 dS_1} \quad (\text{W}) \quad (\text{A.68})$$

Integrací přes plochu S_2 dostaneme konfigurační faktor diferenciální plošky ke konečné ploše

$$\varphi_{dS_1 S_2} = \int_{S_2} \left(\frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\pi r^2} \right) dS_2 \quad (\text{A.69})$$

A totéž přes plochu S_1

$$\varphi_{dS_2 S_1} = \int_{S_1} \left(\frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\pi r^2} \right) dS_1 \quad (\text{A.70})$$

Konfigurační faktor mezi dvěma plochami S_1 a S_2 je určen jako plošný průměr a je roven:

$$\varphi_{S_1 S_2} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \left(\frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\pi r^2} \right) dS_2 dS_1 \quad (\text{A.71})$$

$$\varphi_{S_2 S_1} = \frac{1}{S_2} \int_{S_2} \int_{S_1} \left(\frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\pi r^2} \right) dS_1 dS_2 \quad (\text{A.72})$$

Metody řešení výrazů A.71 a A.72 jsou uvedeny v kapitole A.5. Výpočet konfiguračních faktorů je v celém algoritmu časově a paměťově nejnáročnějším krokem.

A.5 Metody výpočtu konfiguračních faktorů

Tato kapitola se podrobně věnuje vlastnostem konfiguračních faktorů a metodám jejich výpočtu. Jsou uvedeny jak analytické tak numerické metody zhruba v pořadí jejich vzniku, nebo podle výkonu. Zvlášť obsáhle se zaměříme na numerickou metodu s názvem *Metoda polokrychle*[6]. Tato metoda vychází z *Nusseltovy geometrické analogie*.

A.5.1 Přenos mezi dvěma plochami

V oddíle A.4 jsme odvodili geometrickou veličinu zvanou konfigurační faktor mezi plochami. Konfigurační faktor popisuje, jaká část z celkového difúzního záření první plochy dopadne na plochu druhou. Už z této definice je jasné, že jde o bezrozměrné číslo mezi nulou a jedničkou. Pokud je rovný jedné, může jít o případ kdy jedno těleso předává veškerý zářivý tepelný výkon druhému (např. nekonečně rozměrné paralelní desky), a naopak pokud je rovný nule, potom na sebe obě tělesa „nevidí“, tedy druhé těleso může být ve stínu třetího nebo mají opačně orientované normálové vektory.

Rozlišujeme tři typy konfiguračních faktorů:

Mezi dvěma elementárními ploškami,

$$\varphi_{dS_i dS_j} = \frac{\cos \psi_i \cdot \cos \psi_j}{\pi r^2} dS_j \quad (\text{A.73})$$

$$\varphi_{dS_j dS_i} = \frac{\cos \psi_i \cdot \cos \psi_j}{\pi r^2} dS_i \quad (\text{A.74})$$

mezi elementární ploškou a plochou konečných rozměrů

$$\varphi_{dS_i S_j} = \int_{S_j} \frac{\cos \psi_i \cdot \cos \psi_j}{\pi r^2} dS_j \quad (\text{A.75})$$

$$\varphi_{dS_j S_i} = \int_{S_i} \frac{\cos \psi_i \cdot \cos \psi_j}{\pi r^2} dS_i \quad (\text{A.76})$$

a konečně mezi dvěma plochami konečných rozměrů.

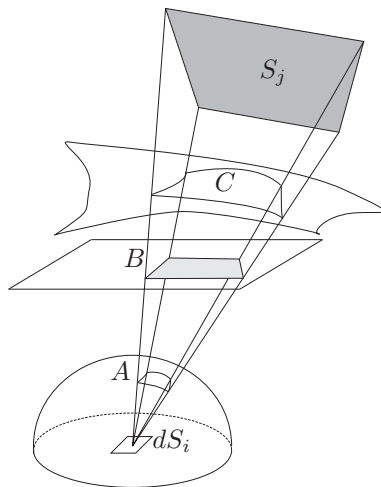
$$\varphi_{S_i S_j} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos \psi_i \cdot \cos \psi_j}{\pi r^2} V_{ij} dS_i dS_j \quad (\text{A.77})$$

$$\varphi_{S_j S_i} = \frac{1}{S_j} \int_{S_j} \int_{S_i} \frac{\cos \psi_j \cos \psi_i}{\pi r^2} V_{ji} dS_i dS_j \quad (\text{A.78})$$

Kde V_{ij} je *faktor viditelnosti*. Je to funkce která dosahuje hodnoty jedna nebo nula podle toho zda na sebe plošky dS_i a dS_j navzájem vidí či nikoliv. Jeho vliv bude brán v úvahu pouze u numerických metod řešení konfiguračních faktorů pomocí algoritmů viditelnosti.

A.5.1.1 Vlastnosti konfiguračních faktorů

Pro konfigurační faktory platí tato pravidla (vlastnosti): (Plynou ze vztahu A.77 a A.78)



Obrázek A.14: Oblasti se stejným konfiguračním faktorem

1. pravidlo vzájemnosti

$$S_i \varphi_{dS_i dS_j} = S_j \varphi_{dS_j dS_i} \quad (\text{A.79})$$

$$S_i \varphi_{S_i dS_j} = dS_j \varphi_{dS_j S_i} \quad (\text{A.80})$$

$$dS_i \varphi_{dS_i dS_j} = dS_j \varphi_{dS_j dS_i} \quad (\text{A.81})$$

$$S_i \varphi_{S_i S_j} = S_j \varphi_{S_j S_i} \quad (\text{A.82})$$

Vzájemná přímá výměnná plocha obou těles je stejná.

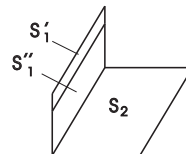
2. pravidlo uzavřenosti

$$\sum_{j=1}^N \varphi_{S_i S_j} = 1 \quad (\text{A.83})$$

V uzavřeném systému platí, že součet konfiguračních faktorů z jedné plochy na všechny ostatní je roven jedné. Jako příklad uzavřeného systému můžeme použít konfiguraci rovinné nebo vypuklé plochy S_i na plochu S_j , která plochu S_i zcela obklopuje.

3. pravidlo aditivnosti

$$\begin{aligned} S_1 &= S'_1 + S''_1 \\ S_1 \varphi_{S_1 S_2} &= S'_1 \varphi_{S'_1 S_2} + S''_1 \varphi_{S''_1 S_2} \\ \varphi_{S_1 S_2} &= \varphi_{S'_1 S_2} + \varphi_{S''_1 S_2} \end{aligned}$$



Druhou plochu můžeme rozdělit na n částí a výsledný konfigurační faktor bude sumou dílčích konfiguračních faktorů mezi první plochou a těmito částmi.

$$S_i \varphi_{S_i S_j} = \sum_n S_{i_n} \varphi_{S_{i_n} S_j} \quad (\text{A.84})$$

z pravidla vzájemnosti

$$S_j \varphi_{S_j S_i} = \sum_n S_j \varphi_{S_j S_i n} \quad (\text{A.85})$$

což implikuje

$$\varphi_{S_j S_i} = \sum_n \varphi_{S_j S_i n} \quad (\text{A.86})$$

Pokud budeme dělit první(emisní) plochu na m částí, konfigurační faktor **nebude** sumou dílčích konfiguračních faktorů mezi druhou plochou a těmito částmi, jako v případě dělení druhé(přijímací) části.

$$S_i \varphi_{S_i S_j} = \sum_m S_{i_m} \varphi_{S_{i_m} S_j} \quad (\text{A.87})$$

Jestliže budeme dělit povrchy na m a n částí potom

$$S_i \varphi_{S_i S_j} = \sum_m \sum_n S_{i_m} \varphi_{S_{i_m} S_j n} \quad (\text{A.88})$$

4. pravidlo zastínění

Nejsou-li plochy S_i a S_j navzájem viditelné, platí že:

$$\varphi_{S_i S_j} = 0 \quad (\text{A.89})$$

5. pravidlo ekvivalence

Pokud je prostorový úhel, pod kterým jsou plochy S_j a S_k viditelné z plochy S_i , stejný, platí že:

$$\varphi_{S_i S_k} = \varphi_{S_i S_j} \quad (\text{A.90})$$

Tuto vlastnost používá zákon zvaný Yamautiův princip popsany v oddíle A.5.3.1. Toto pravidlo lze intuitivně dokázat podle obrázku A.14.

A.5.2 Metody řešení konfiguračních faktorů

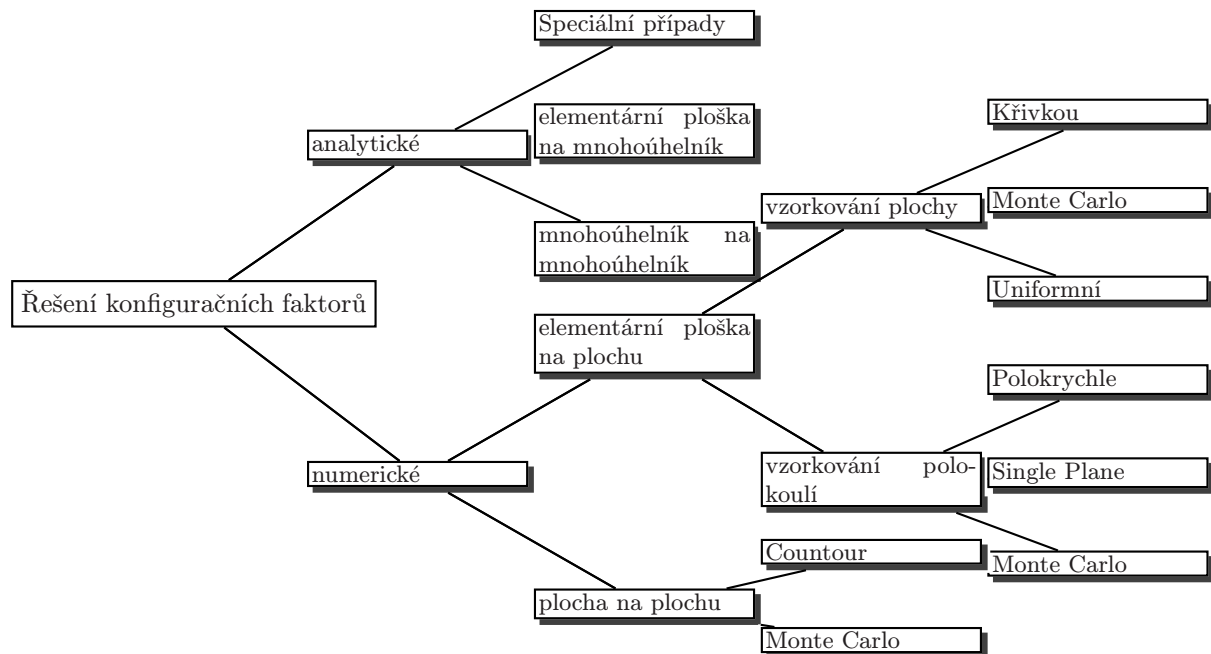
Algoritmus pro výpočet konfiguračních faktorů je nejnáročnější částí problému výpočtu sálavých toků mezi povrchy. Na obrázku A.15 je strom rozdělující různé metody. První základní dělení je na metody analytické a numerické. Oběma těmito přístupům budou věnovány následující sekce. V jejich pododdílech jsou popsány konkrétní metody.

A.5.3 Analytické řešení konfiguračních faktorů

Analytické řešení konfiguračních faktorů představuje analytickou integraci rovnice A.77. Jde o dva plošné integrály, které v obecném případě nejdou analyticky algoritmovat. V následujících oddílech uvedu tři pomocné metody, které používají analytický postup a řešení dostaneme ve tvaru vzorce.

A.5.3.1 Yamautiův princip

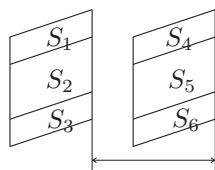
Tato metoda se používá pro výpočet konfiguračních faktorů u nových systémů pomocí podkladů pro případy již známé.



Obrázek A.15: Taxonomie algoritmů konfiguračních faktorů

Konfigurační faktory u dvou soustav dvou povrchů jsou stejné, jestliže ke každé dvojici elementů jedné libovolně zvolené soustavy existuje ve druhé soustavě dvojice elementů tak, že konfigurační faktory u obou dvojic jsou stejné. Použití této věty budeme nejlépe ilustrovat na následujícím příkladu.

příklad: Chceme zjistit konfigurační faktor mezi dvěma rovnoběžnými obdélníky posunutými proti sobě tak, že příčka spojující jejich vrcholy je kolmá na rovinu obdélníků (na obrázku A.16 jsou to obdélníky s čísly 3 a 4).



Obrázek A.16: Příklad Yamautiova principu.

Jde tedy o konfigurační faktor φ_{34} .

Podle Yamautiova principu můžeme napsat:

$$S_3\varphi_{3-45} = S_{12}\varphi_{12-6} \quad (\text{A.91})$$

dále platí

$$S_4\varphi_{3-4} = S_3\varphi_{3-4} \quad (\text{A.92})$$

z obrázku je dále zřejmé:

$$S_{123}\varphi_{123-456} = S_3\varphi_{3-456} + S_{12}\varphi_{12-456} \quad (\text{A.93})$$

$$S_3\varphi_{3-456} = S_3\varphi_{3-6} + S_3\varphi_{3-45} \quad (\text{A.94})$$

obdobně:

$$S_{12}\varphi_{12-456} = S_{12}\varphi_{12-45} + S_{12}\varphi_{12-6} \quad (\text{A.95})$$

Spojením výše uvedených rovnic dostaneme:

$$\varphi_{3-45} = \frac{S_{123}}{2S_3} \cdot \varphi_{123-456} - \frac{1}{2}\varphi_{3-6} - \frac{S_{12}}{2S_3} \quad (\text{A.96})$$

$$\varphi_{3-4} = \varphi_{3-45} - \varphi_{3-5} \quad (\text{A.97})$$

Stejným způsobem jako rovnicí A.96 získáme i následující vztah:

$$\varphi_{3-5} = \frac{S_{23}}{2S_3} \cdot \varphi_{23-56} - \frac{1}{2}\varphi_{3-6} - \frac{S_2}{2S_3} \cdot \varphi_{2-5} \quad (\text{A.98})$$

Dosadíme-li do rovnice A.97 ze A.96 a A.98, dostaneme:

$$\varphi_{3-4} = \frac{1}{2S_3} (S_{123}\varphi_{123-456} - 2S_{12}\varphi_{12-45} + S_2\varphi_{2-5}) \quad (\text{A.99})$$

Na výpočet konfiguračních faktorů v tomto vzorci nám bude stačit analytický vzorec z [23] pro případ paralelních obdélníkových ploch ležících proti sobě.

A.5.3.2 Speciální případy

Analytický vzorec pro základní geometrická uspořádání můžeme najít v některých titulech, jako např. [46], [22] atd. Tyto (většinou velmi složité) vzorce byly získány pomocí dvou plošných integrálů.

A.5.3.3 Element na konvexní mnohoúhelník

Analytický vzorec konfiguračních faktorů pro uspořádání element na konvexní mnohoúhelník uvedený v tomto oddílu je použitelný pro více konfigurací. Význam symbolů ze vzorce je zřejmý z obrázku A.17.

$$\varphi_{dS_i S_j} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n \beta_i \cos \alpha_i \quad (\text{A.100})$$

nebo obdobně

$$\varphi_{dS_i S_j} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n \beta_i N_i \cdot \overline{(R_i \times R_{(i+1)\%n})} \quad (\text{A.101})$$

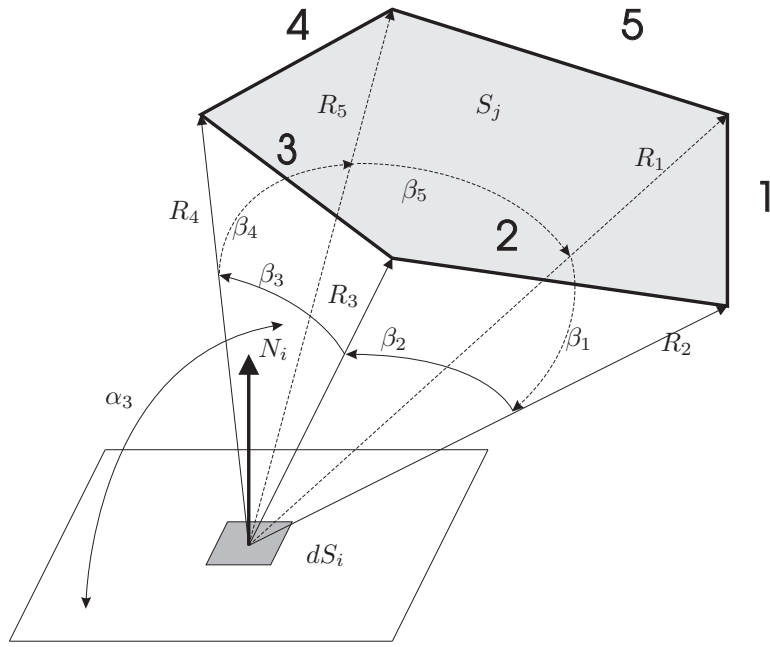
kde:

n počet stran mnohoúhelníku

β_i úhel mezi R_i a $R_{(i+1)\%n}$ v radiánech

α_i úhel mezi rovinou elementární plošky dS_i a trojúhelníkem tvořeném dS_i a i -tou hranou mnohoúhelníku

N_i normála dS_i



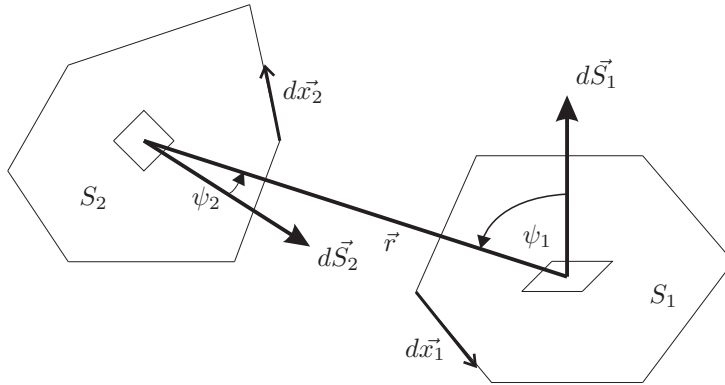
Obrázek A.17: Element na mnohoúhelník.

A.5.3.4 Obecný mnohoúhelník na mnohoúhelník

V [22] a [50] je odvození založené na převedení dvou plošných integrálů na dva křivkové pomocí Stokesovy věty. Začneme upravovat základní definici konfiguračního faktoru mezi dvěma plochami

$$\pi S_1 \varphi_{S_1 S_2} = \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\|\vec{r}_{12}\|^2} dS_1 dS_2 \quad (\text{A.102})$$

kde všechny veličiny veličiny mají stejný význam jako na obrázku A.18



Obrázek A.18: Geometrie konfiguračního faktoru mezi dvěma povrchy.

$$\frac{\vec{r}_{21} \times d\vec{x}_2}{\|\vec{r}_{21}\|^2} = \nabla \ln \|\vec{r}_{21}\| \times d\vec{x}_2 = \nabla \times (\ln \|\vec{r}_{21}\| d\vec{x}_2) \quad (\text{A.103})$$

$$\begin{aligned}
\pi S_1 \varphi_{dS_1 dS_2} &= \frac{1}{2} \int_{S_1} \int_{\partial S_2} \nabla \times (\ln \|\vec{r}_{21}\| d\vec{x}_2) \cdot d\vec{S}_1 \\
&= \frac{1}{2} \int_{\partial S_1} \int_{\partial S_2} \ln \|\vec{r}_{21}\| d\vec{x}_2 \cdot d\vec{x}_1 \\
&= \frac{1}{4} \int_{\partial S_1} \int_{\partial S_2} \ln (\vec{r} \cdot \vec{r}) d\vec{x}_2 \cdot d\vec{x}_1 \\
\int_{E_i} \int_{E_j} \ln (\vec{r} \cdot \vec{r}) d\vec{E}_j \cdot d\vec{E}_i &= \cos \angle E_i E_j \int_0^{l_i} \int_0^{l_i} \ln \left(\left[\vec{x}_i(t) - \vec{x}_j(s) \right] \cdot \left[\vec{x}_i(t) - \vec{x}_j(s) \right] \right) ds dt \quad (\text{A.104})
\end{aligned}$$

což lze zapsat ekvivalentně

$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi A_i} \oint_{C_i} \oint_{C_j} \ln r dx_i dx_j + \ln r dy_i dy_j + \ln r dz_i dz_j \quad (\text{A.105})$$

A.5.4 Numerické řešení konfiguračních faktorů

Numerické metody jsou založeny na pravidle o aditivnosti uvedeném v oddíle A.5.1.1 na začátku této kapitoly.

Prvním krokem všech numerických algoritmů bude rozdělení ploch na plošky. Všechny následující metody mají jako druhý krok scanování z bodů které leží ve středech plošek emisní plochy skrz diskretizační plochu, pro níž známe konfigurační faktory ok sítě na plochu dopadu. Sumací těchto označených ploch(ok sítě) získáme tolik konfiguračních faktorů, na kolik jsme rozřezali emisní plochu. Čím více bude těchto plošek, tím větší přesnost dostaneme ve výsledku.



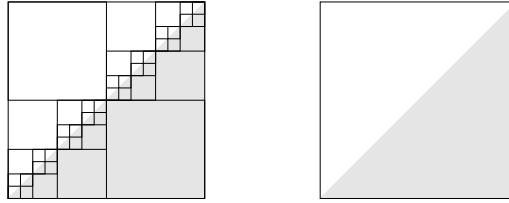
Obrázek A.19: Algoritmus výpočtu konfiguračních faktorů.

Na obrázku A.19 a) je graficky znázorněn případ pro jednu plošku. Tímto uspořádáním získáme slušnou přesnost jen pro malou emisní plochu. Musíme si uvědomit že získaný konfigurační faktor je mezi diferenciální ploškou a plochou konečných rozměrů. Abychom jej mohli považovat za hledaný konfigurační faktor, museli bychom vnitřek integrálu A.77 považovat za nezávislý na S_i . Potom by po vykrácení S_i přešel A.77 na A.75. To platí za předpokladu, že vzdálenost mezi plochami je velká, vzhledem k jejich velikosti a plochy nejsou částečně zakryty některou mezilehlou plochou. Vnitřní integrál zůstane při integraci převážně konstantní.

$$\varphi_{S_i S_j} \approx \varphi_{dS_i dS_j} \quad (\text{A.106})$$

Pokud jsou si plochy příliš blízko vzhledem ke své velikosti, nebo jsou zakryty některou plochou, lze je rozdělit na menší plošky tak, aby došlo ke splnění výše uvedených předpokladů.

Na obrázku A.19 b) je graficky znázorněn případ, kdy emisní plochu rozřežeme na čtyři dílky. Tím již získáme větší přesnost i pro větší emisní plochy, ale musíme již počítat s většími paměťovými nároky.



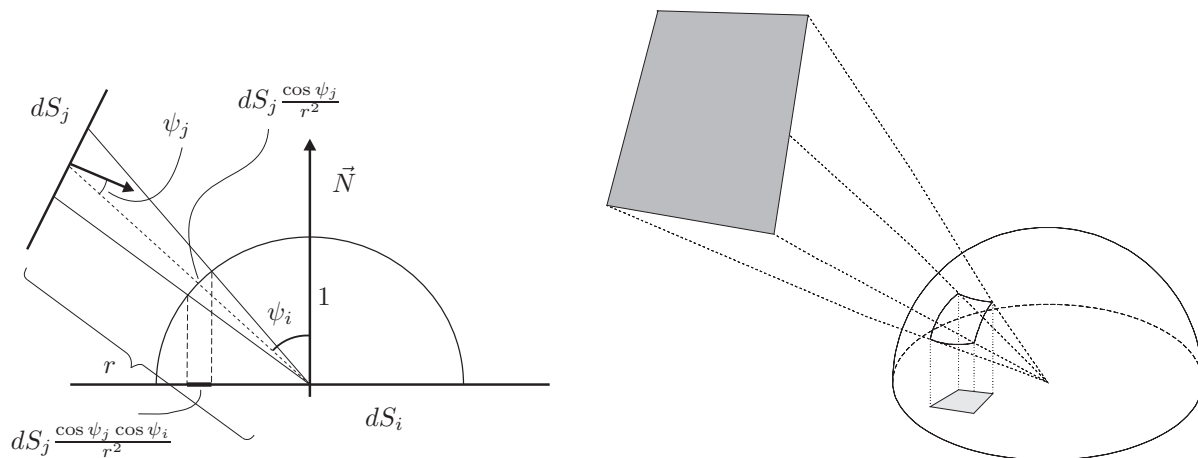
Obrázek A.20: Adaptivní dělení na hranici stínu

Na obrázku A.20 je znázorněna inteligentní strukturalizace emisní plochy s ohledem na největší přesnost a nejmenší paměťové nároky. Toto dělení se nazývá adaptivní. Tento nový postup vychází z předpokladu, že největší chyby a tedy potřeba co nejjemnějšího dělení je potřeba v oblastech velké změny gradientu osálení, zatímco rovnoměrně osálené plochy není třeba dělit vůbec.

Nusseltova geometrická analogie a její aplikace jako metoda polokrychle, kdy se jako diskretizační plocha použije krychlička nebo metoda mapování na jednu rovinu, kdy z předchozí metody zůstane jen horní podstava.

A.5.4.1 Nusseltova geometrická analogie

Všechny prakticky používané způsoby výpočtu jsou založeny na Nusseltově geometrické analogii. Tato analogie vychází z představy, že každé elementární plošce dS_i definované na ploše S_i patří půlkulový zorný úhel. V tomto zorném úhlu přijímá ploška energii ze svého okolí. Každé ploše z okolí, která září energii, potom přísluší část tohoto prostorového úhlu. Prostorový úhel příslušející j -té plošce vymezuje na jednotkové polokouli sférickou oblast. Poměr obsahu kolmého průmětu této oblasti na základnu polokoule vůči obsahu celé základny je roven hledanému konfiguračnímu faktoru. Důkaz je zřejmý z obrázku A.21.



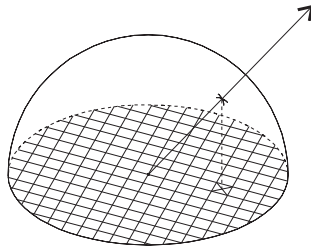
Obrázek A.21: Nusseltova analogie

Konfigurační faktor z elementární plošky na Plochu je úměrný ploše promítnuté na základně polokoule.

A.5.4.2 Dělení podstavy a vrhání paprsku

Tento způsob výpočtu je založen na rozdělení podstavy jednotkové polokoule pomocí čtvercové sítě. Na tuto síť zobrazujeme okolní plochy. Konfigurační faktor určíme jako podíl součtu obsahů všech elementárních čtverečků, na které se daná plocha zobrazila, vůči obsahu celé podstavy. Okolní plochy se zobrazují

na podstavu polokoule pomocí sférické projekce. Nevýhodou této projekce je, že obrazem rovných čar nejsou rovné čáry.

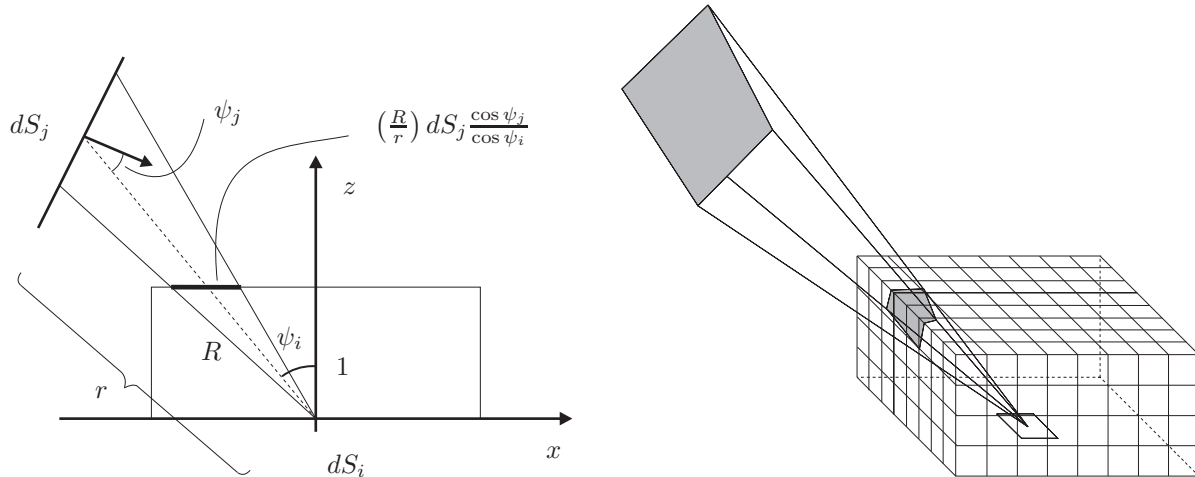


Obrázek A.22: Diskretizace podstavy a vrhání paprsků.

Můžeme také jednotkovou polokouli pokrýt pravidelnou sítí, které tvoří diskrétní prostorové úhly. Jim budou odpovídat dílčí konfigurační faktory. Na polokouli postupně promítáme okolní plochy. Celkový konfigurační faktor dostaneme součtem dílčích konfiguračních faktorů, které odpovídají prostorovým úhlům pokrývajících danou oblast.

A.5.4.3 Metoda polokrychle

Metoda polokrychle je založena na faktu, že je jednodušší promítat na kolmé plochy než na povrch polokoule. Při výpočtu konfiguračních faktorů mezi konkrétní aktualizovanou plochou a všemi ostatními plochami je nad touto plochou umístěna virtuální polokrychle skládající se z elementárních plošek s explicitně určenými tzv. delta konfiguračními faktory. Jednotlivé plochy jsou pak na tuto polokrychli promítnuty s vyřešením jejich viditelnosti z aktualizované plochy (polokrychle se vlastně v tomto okamžiku chová jako prostorový Z-buffer). Konfigurační faktor každé z ploch vůči aktualizované ploše je pak určen jako součet delta konfiguračních faktorů všech elementárních plošek polokrychle, na něž je daná plocha promítnuta.



Obrázek A.23: Polokrychle

Budeme promítat na horní podstavu polokrychle. Odvodíme vztah pro plochu vyřátou prostorovým úhlem příslušejícím dané oblasti (podle obrázku A.23). Vyjdeme z bilance pro rovnost prostorových úhlů.

$$\frac{dS_j \cos \psi_j}{r^2} = \frac{T(dS_j) \cos \psi_i}{R^2} \quad (\text{A.107})$$

Dále upravíme na:

$$T(dS_j) = \left(\frac{R}{r}\right)^2 dS_j \frac{\cos \psi_j}{\cos \psi_i} = \left|R = \frac{1}{\cos \psi_i}\right| = \frac{dS_j \cos \psi_j \cos \psi_i}{\pi r^2} \frac{\pi}{(\cos \psi_i)^4} \quad (\text{A.108})$$

Když si tento výraz porovnáme s definicí konfiguračního faktor A.73, všimneme si, že váhová oblast $T(dS_j)$ je rovna konfiguračnímu faktoru, pokud vykompenzujeme $\frac{\pi}{(\cos \psi_i)^4}$. Pokud zavedeme souřadnicový systém do středu dS_i , potom bude váhová funkce pro horní podstavu polokrychle:

$$w_z(x, y) = \frac{(\cos \phi_i)^4}{\pi} = \frac{1}{\pi(x^2 + y^2 + 1)^2} \quad (\text{A.109})$$

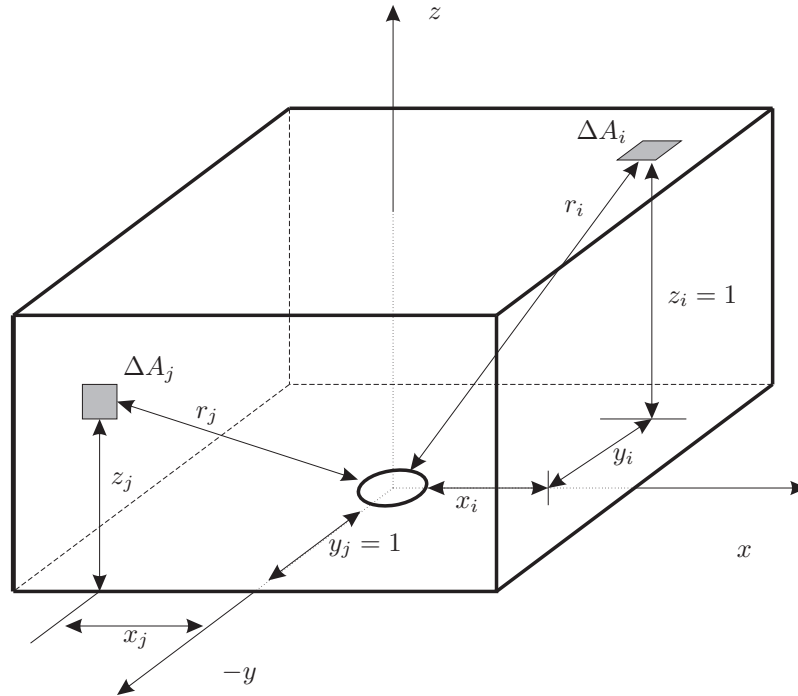
Boční stěna je kolmá na osu y :

$$w_y(x, z) = \frac{z}{\pi(x^2 + z^2 + 1)^2} \quad (\text{A.110})$$

Nebo je boční stěna kolmá na osu x :

$$w_x(y, z) = \frac{z}{\pi(y^2 + z^2 + 1)^2} \quad (\text{A.111})$$

Rovnice A.109, A.110 a A.111 definují delta faktory. Bližší geometrickou představu podává obrázek A.24.



Obrázek A.24: Delta konfigurační faktory

Nyní budeme integrovat přes dS_j .

$$\varphi_{dS_i dS_j} = \int_{dS_j} T(dS_j) \cdot \frac{\pi}{(\cos \psi_i)^4} \quad (\text{A.112})$$

Stejný řešení integrálu dostaneme, i když budeme integrovat přes promítnutou část horní podstavy polokrychle.

$$\varphi_{dS_i dS_j}^{\text{TOP}} = \int_{T(dA_j)} V_{ij} \frac{1}{\pi(x^2 + y^2 + 1)^2} dx dy \quad (\text{A.113})$$

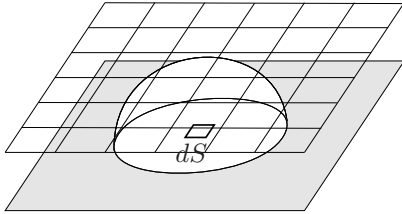
Tento integrál můžeme aproximovat konečnou sumou, pokud vytvoříme na horní podstavě polokrychle rastr $P \times P$.

$$\varphi_{dS_i dS_j}^{\text{TOP}} = \int_{T(dA_j)} V_{ij} w_z(x, y) dx dy \approx \sum_{X=-\frac{P}{2}}^{\frac{P}{2}-1} \sum_{Y=-\frac{P}{2}}^{\frac{P}{2}-1} V_{ij}(X, Y) w_z(X, Y) \frac{1}{P^2} \quad (\text{A.114})$$

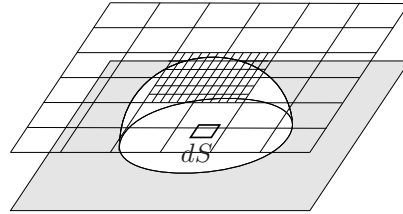
A.5.4.4 Mapování na jednu rovinu

Polokrychle představovala základní modifikaci původní polokoule. Její výhodou je to, že nahradila kulovou plochu několika rovinami. Na druhé straně ovšem každá okolní plocha musí být pětkrát transformována, ořezána a rozkreslena (polokrychle má pět stěn). Pokud si spočítáme delta konfigurační faktory pro boční stěny polokrychle, zjistíme, že jsou relativně malé. Nabízí se tedy myšlenka zcela zanedbat boční stěny a použít pouze horní stěnu. Tuto horní stěnu je ovšem vhodné poněkud modifikovat, aby výsledná chyba nebyla příliš velká. Vhodnou volbou velikosti roviny a její vzdálenosti od podstavy můžeme nepřesnosti výrazně omezit (obrázek A.25). Hlavní výhodou *algoritmu jedné roviny* je zvýšení rychlosti výpočtu konfiguračních faktorů. Místo zobrazování okolních ploch na všech pět stěn polokrychle je stačí zobrazit pouze jednou.

Nevýhodou algoritmu jedné roviny jsou velké rozdíly v přesnosti pro různé směry. Aby se co nejvíce zvětšil prostorový úhel, který je rovina schopna postihnout, zvětšuje se poměr velikosti strany roviny a její vzdálenost od podstavy. Delta konfigurační faktory buněk blízkých středu jsou potom mnohonásobně větší než delta konfigurační faktory na horní stěně polokrychle při stejném rozlišení. tento problém řeší zvýšení rozlišení v blízkosti středu roviny (obrázek A.26).



Obrázek A.25: Algoritmus jedné roviny



Obrázek A.26: Zvýšení rozlišení blízko středu

Tato modifikace podstatně snižuje nepřesnosti při současném malém zpomalení. Algoritmus pracuje ve dvou fázích. Nejprve jsou okolní povrchy transformovány a ořezány vůči vnější ploše a uloženy pro pozdější použití. Potom jsou povrchy rozkresleny na vnější plochu a jejich delta konfigurační faktory jsou sečteny (buňky uprostřed plochy se nezapočítávají). V druhé fázi jsou uložené povrchy ořezány vůči vnitřní ploše a rozkresleny na ni. Delta konfigurační faktory jsou potom sečteny a přidány k již dříve získaným faktorům z první fáze. Při tomto způsobu stačí provádět pro každý povrch perspektivní transformaci jen jednou.

Příloha B

Optimalizační metody

B.1 Nelineární programování

V této kapitole bude stručně popsán matematický model nelineárního programování. Jako hlavní zdroj k této kapitole jsem použil [56].

Pokud je účelová funkce $f(\vec{x})$ lineární v proměnné \vec{x} a množina \mathbb{X} je určena soustavou lineárních nerovnic, pak se jedná o problém lineárního programování.

V našem případě je však účelová funkce nelineární, vazební a omezující podmínky jsou určeny soustavou rovnic a nerovnic. Naším úkolem je najít vázaný extrém.

B.1.1 Vázané extrémy

Minimalizační problém s funkcionálními omezeními ve tvaru rovnic a nerovnic

$$\text{minimalizuj } f(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \mathbb{X} \subset \mathbb{R}^n \tag{B.1}$$

$$h_i(\vec{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, m, \tag{B.2}$$

$$g_i(\vec{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, p. \tag{B.3}$$

zápis $f(\vec{x})$ označuje $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$

Zavedeme vektorové funkce $\mathbf{h}(\vec{x}) = [h_1, h_2, \dots, h_m]^T$ a $\mathbf{g}(\vec{x}) = [g_1, g_2, \dots, g_p]^T$

Máme tedy

$$\min \{f(\vec{x}) : \mathbf{h}(\vec{x}) = 0; \mathbf{g}(\vec{x}) \leq 0\} \tag{B.4}$$

Definice: Nechť \vec{x}^* je bod splňující omezení a nechť \mathbb{J} je množina indexů j pro která $g_j(\vec{x}) = 0$ (omezení jsou aktivní). Pak \vec{x}^* je regulární bod omezení, jestliže gradienty $\nabla h_i(\vec{x})$, $\nabla g_j(\vec{x})$, pro $1 \leq i \leq m$; $j \in \mathbb{J}$ jsou lineárně nezávislé.

B.1.2 Karush-Kuhn-Tuckerův teorém

Lineární kombinace účelové funkce a omezujících podmínek

$$L(\vec{x}, \lambda, \mu) = f(\vec{x}) + \lambda^T \mathbf{h}(\vec{x}) + \mu^T \mathbf{g}(\vec{x}) \tag{B.5}$$

se nazývá Lagrangeova funkce a λ_i a μ_i jsou Lagrangeovy multiplifikátory.

Definice: Necht x^* je bod relativního minima problému (B.4). Pak existuje vektor $\lambda \in \mathbb{R}^m$ a vektor $\mu \in \mathbb{R}^p$, že

$$\nabla_x L(\vec{x}, \lambda, \mu) = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla_\lambda L(\vec{x}, \lambda, \mu) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\nabla_\mu L(\vec{x}, \lambda, \mu) \leq 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\nabla_\mu L(\vec{x}, \lambda, \mu) \mu = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\mu \geq 0 \quad (\text{B.10})$$

neboli rozepsáno

$$\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial x_1} \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \nabla_\lambda L(x, \lambda, \mu) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_m} \end{bmatrix} \quad \nabla_\mu L(x, \lambda, \mu) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \mu_1} \\ \frac{\partial L}{\partial \mu_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial \mu_p} \end{bmatrix}$$

$$\nabla_\mu L(x, \lambda, \mu) \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \frac{\partial L}{\partial \mu_1} \\ \mu_2 \frac{\partial L}{\partial \mu_2} \\ \vdots \\ \mu_p \frac{\partial L}{\partial \mu_p} \end{bmatrix}$$

Rovnice a nerovnice (B.6)-(B.10) reprezentují Karush-Kuhn-Tuckerovy podmínky a může být na ně pohlíženo jako na „standardizovanou“ formu pro reprezentaci podmínek prvního řádu.

B.1.3 Podmínky prvního řádu

Definice: Mějme bod $\vec{x} \in \mathbb{X}$, pak vektor \vec{s} je přípustný směr v bodě \vec{x} , jestliže existuje $\beta > 0$, že

$$\vec{x} + \alpha \vec{s} \in \mathbb{X} \quad \text{pro všechny} \quad \alpha; \quad 0 \leq \alpha \leq \beta \quad (\text{B.11})$$

Aproximace prvního řádu funkce $f(\vec{x})$ v bodě \vec{x}^*

$$f(\vec{x}) \doteq f(\vec{x}^*) + \nabla f(\vec{x}^*)(\vec{x} - \vec{x}^*) \quad (\text{B.12})$$

Derivace skalární funkce $f(\vec{x})$ podle \vec{x} je

$$\nabla f(\vec{x}) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]. \quad (\text{B.13})$$

Může být popsán jako vektor ve směru největšího přírůstku f , a jeho velikost $|\nabla f|$ je mírou přírůstku v tomto směru. (platí $\text{grad} f(\vec{x}) = \nabla^T f(\vec{x})$)

Definice: Je-li \vec{x}^* bodem relativního minima funkce $f(\vec{x}) \in \mathbb{C}^1$ na množině \mathbb{X} , pak pro libovolný vektor \vec{s} , který je přípustným směrem v bodě \vec{x}^* platí

$$\nabla f(\vec{x}^*) \vec{s} \geq 0 \quad (\text{B.14})$$

Definice: Pokud \vec{x}^* je bod relativního minima funkce $f(\vec{x})$ na množině (X) a x^* je vnitřní bod množiny, pak

$$\nabla f(\vec{x}^*) = 0 \quad (\text{B.15})$$

Rovnice (B.15) vyjadřuje nutnou podmínku prvního řádu.

B.1.4 Podmínky druhého řádu

Aproximace druhého řádu funkce $f(\vec{x})$ v bodě \vec{x}^*

$$f(\vec{x}) \doteq f(\vec{x}^*) + \nabla f(\vec{x}^*)(\vec{x} - \vec{x}^*) + \frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{x}^*)^T \nabla^2 f(\vec{x}^*)(\vec{x} - \vec{x}^*) \quad (\text{B.16})$$

Z aproximace (B.16) plynou nutné podmínky druhého řádu.

Definice: Je-li x^* bodem relativního minima funkce $f(x) \in \mathbb{C}^2$ na množině \mathbb{X} , pak pro libovolný vektor \vec{s} , který je přípustným směrem v bodě x^* platí

1. $\nabla f(\vec{x}^*) \geq 0$
2. Je-li $\nabla f(\vec{x}^*)\vec{s} = 0$, pak $\vec{s}^T \nabla^2 f(\vec{x}^*)\vec{s} \geq 0$

B.1.4.1 Hessova matice

$$\mathcal{H}(\vec{x}) = \nabla^2 f(\vec{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_3} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

Jestliže platí $\nabla f(\vec{x}^*) = 0$

- Jestliže $\mathcal{H}(\vec{x}^*)$ je negativně definitní potom \vec{x}^* je lokální maximum.
- Jestliže \vec{x}^* je lokální maximum potom $\mathcal{H}(\vec{x}^*)$ je negativně semidefinitní.
- Jestliže $\mathcal{H}(\vec{x}^*)$ je pozitivně definitní potom \vec{x}^* je lokální minimum.
- Jestliže \vec{x}^* je lokální minimum potom $\mathcal{H}(\vec{x}^*)$ je pozitivně semidefinitní.

Definice: (Sylvestrovo kritérium) Matice je pozitivně definitní, jestliže všechny hlavní subdeterminanty této matice mají kladnou hodnotu. Matice je negativně definitní, jestliže hodnoty hlavních subdeterminantů střídají znaménka, ale první subdeterminant musí být záporný.

Matice \mathcal{A} je pozitivně definitní když,

$$(\mathcal{A}\vec{v}) \cdot \vec{v} > 0 \quad (\text{B.18})$$

pro všechny vektory $\vec{v} \neq 0$.

Vlastní čísla pozitivně definitních matic jsou kladná.

B.1.4.2 Vlastní čísla a vlastní vektory matice

Nechť A je lineární transformace reprezentovaná \mathcal{A} . Jestliže existuje vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^n \neq \mathbf{0}$ takový, že

$$\mathcal{A}\vec{x} = \lambda\vec{x} \quad (\text{B.19})$$

pro některé λ , pak λ je vlastní čísla A korespondující s vlastním vektorem \vec{x} . Nechť A bude $k \times k$ matice,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

s vlastním číslem λ , pak pro odpovídající vlastní vektor platí

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}, \quad (\text{B.21})$$

který je ekvivalentní homogennímu systému

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.22})$$

Rovnice B.22 může být kompaktně napsána jako

$$(\mathcal{A} - \lambda \mathcal{I})\vec{x} = \mathbf{0}, \quad (\text{B.23})$$

kde I je jednotková matice.

B.2 Genetické algoritmy

Genetické algoritmy (GA) jsou stochastické iterační vyhledávací metody, které napodobují přirozenou biologickou evoluci.

GA pracují na populaci (generaci) s konstantním počtem jedinců (potenciálních řešení) a aplikují na ni principy přežití nejlepších k produkci lepších a lepších aproximací řešení.

Jedinec je reprezentován řetězcem 0 a 1 (genotypem), který je ekvivalentem informací uložených v chromozómech jednotlivých organismů v biologii. Pomocí tohoto řetězce je zakódováno místo v daném prohledávaném prostoru. Vlastností každého jedince je jeho hodnota tzv. fitness funkce. Její velikost nám dává při porovnání s ostatními jedinci kritérium kvality řetězce. Její hodnotou může být např. při optimalizaci hodnota funkce v bodě, který kóduje daný jedinec.

Každá nová generace vznikne z předchozí za použití genetických operátorů, reprodukce (výběru), křížení a mutace.

Hlavní síla genetického algoritmu je v jeho paralelismu, tzn. že prohledává více bodů prostoru řešení najednou (celou populací) s tím, že dochází k výměně informací mezi prohledávanými body. Z toho vyplývá hlavně jeho odolnost proti uváznutí v nějakém lokálním extrému. Genetický algoritmus je tak schopen pracovat bez zvláštních požadavků na prohledávaný prostor (např. jeho spojitost) a umí na rozdíl od jiných metod nalézt dobré řešení i když je prohledávaný prostor velmi "divoký". GA tedy umí hledat řešení i bez znalosti struktury řešené úlohy.

```
Clear[RandomPositionsSelection];
RandomPositionsSelection[ number_, range_ ] := Module[{PositionArray, RangeArray},
```



```

If[number>range, Throw["RandomPositionsSelection::You are selecting more indexes than you can"]];
RangeArray=Range[range];
PositionArray=Sort[Table[
  Module[{index, value},
    index=Random[Integer, {1, Length[RangeArray]}];
    value=RangeArray[[index]];
    RangeArray=Delete[RangeArray, index];
    value],
  {number}]];
PositionArray
];

Clear[SplitString];
SplitString[string_, cutpoints_] := Module[{SplittedArray},
  SplittedArray=Table[
    Take[string, {cutpoints[[i]]+1, cutpoints[[i+1]]}]]
  , {i, 1, Length[cutpoints]-1}];

If[Last[cutpoints]<Length[string], AppendTo[SplittedArray, Take[string, {Last[cutpoints]+1, Length[string]}]]];
PrependTo[SplittedArray, Take[string, {1, cutpoints[[1]}]]];

SplittedArray
];

```

B.2.0.3 Operátory křížení

Při křížení je náhodně vybrán pár jedinců a náhodně zvolena pozice v jejich řetězci. Oba vybrané řetězce se rozdělí a vznikají nové dva řetězce, kdy každý dostane část řetězce od obou rodičů.

jedinec 1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0
jedinec 2	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
bod křížení bude 5											
potomek 1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
potomek 2	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0

Tento druh křížení je nazýván jednobodovým. Jiným druhem je křížení uniformní. Náhodně vygenerujeme řetězec(vzor) 0 a 1 s obsazením 50% 0 a 50% 1. Následující schéma dobře ilustruje mechanismus vzniku nových potomků.

vzor 1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
vzor 2	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
potomek 1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
potomek 2	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0

```

Clear[DiagonalCrossover];
DiagonalCrossover[ parents_ ] := Module[{NumberOfParents, CutPositionsArray, SplittedParents},
  If [Global`debugMode, Print["DiagonalCrossover ", parents]];
  NumberOfParents=Length[parents];
  If[NumberOfParents<2, Return[parents]];

  CutPositionsArray=RandomPositionsSelection[NumberOfParents-1, Length[parents][[1]]-1];

```

```

SplittedParents=Table[SplitString[parents[[i1]], CutPositionsArray], {i1, 1, NumberOfParents}];

Table[
  Flatten[ Table[
    If[(i2+i3-1)>NumberOfParents,
      SplittedParents[[i2+i3-1]-NumberOfParents, i3]],
      SplittedParents[[i2+i3-1, i3]]],
    {i3,1,NumberOfParents}
  ],
  {i2, 1, NumberOfParents}
];

Clear[NPointCrossover];
NPointCrossover[ parents_, NumberOfCrossoverPoints_ ] := Module[{CutPositionsArray, SplittedParents,
idx},
  If [Global`debugMode, Print["NPointCrossover ", parents, NumberOfCrossoverPoints]];
  If [ Length[parents] != 2, Throw["NPointCrossover::bad number of parents"]];
  CutPositionsArray=RandomPositionsSelection[NumberOfCrossoverPoints, Length[parents[[1]]]-1];
  SplittedParents=Table[SplitString[parents[[idx]], CutPositionsArray], {idx, 1, 2}];

  {Flatten[Table[
    If[OddQ[i2], SplittedParents[[1, idx]], SplittedParents[[2, idx]],
    {idx, 1, NumberOfCrossoverPoints+1}]],
  Flatten[Table[
    If[EvenQ[idx], SplittedParents[[1, idx]], SplittedParents[[2, idx]],
    {idx, 1, NumberOfCrossoverPoints+1}]]}
];

Clear[UniformCrossover];
UniformCrossover[ parents_ ] := Module[{idx, uniform, potomek1, potomek2},
  If [Global`debugMode, Print["UniformCrossover ", parents]];

  If [ Length[parents] != 2, Throw["UniformCrossover::bad number of parents"]];

  uniform = Table[If[OddQ[Random[Integer, {1, 10}]], 0, 1], {idx, 1,Length[parents[[1]]}];

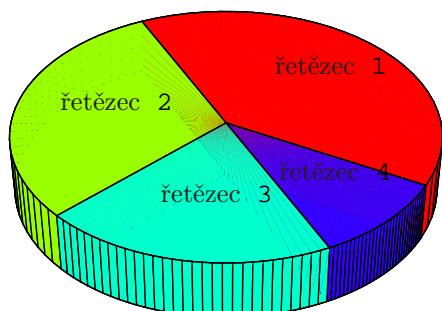
  potomek1 = {}; potomek2 = {};
  Table[
    If[uniform[[i]] == 0,
      AppendTo[potomek1, parents[[1,i]]]; AppendTo[potomek2, parents[[2,i]]];
    ,
      AppendTo[potomek1, parents[[2,i]]]; AppendTo[potomek2, parents[[1,i]]];
    ]
  , {i, 1, Length[parents[[1]]]};
  {potomek1, potomek2}
];

```

B.2.0.4 Operátor výběru

Při reprodukci se kopírují řetězce ze staré generace do nové s pravděpodobností přímo úměrnou jejich hodnotě fitness. Mechanizmů tohoto výběru je několik, my jsme však použili výběr s pomocí vážené rulety. Na obrázku B.1 je znázorněno, jak řetězce s větším ohodnocením fitness zabírají geometricky větší část rulety, a mají proto větší šanci vylosování.

Druhý typ operátoru výběru je založen na tzv. „turnajovém“ výběru. Jsou náhodně vybráni dva jedinci a jedinec s lepším ohodnocením jde do další generace.



jedinec	fitness
řetězec 1	4.0
řetězec 2	3.0
řetězec 3	2.0
řetězec 4	1.0

Obrázek B.1: Ruletový výběr

```

Clear[RouletteWheelSelection];
RouletteWheelSelection[gen_] :=
Module[{ruleta, temp, jmin, jmax, suma = 0.0, nahodne, tempsum, ix, i},
  (* vytvor ruletu *)
  jmax = Last[NajdiMaximum[gen]];
  ruleta = Table[jmax - Last[gen][[i]], {i, 1, Length[gen]}];
  Do[suma += ruleta[[i]], {i, 1, Length[ruleta]}];
  Table[
    tempsum = 0.0;
    ix = -1;
    nahodne = Random[Real, {0.0, suma}];
    Do[tempsum += ruleta[[i]];
      If[tempsum > nahodne, ix = i; Break[]], {i, 1, Length[ruleta]}];
    If[ix == -1, Print["nahodne=", nahodne, " suma=", suma];
      Throw["renonc"]];
    gen[[ix]]
  , {Length[gen]}
];

Clear[TurnajovaSelekce];
TurnajovaSelekce[gen_] := Module[{vel, i1, i2},
  vel = Length[gen];
  Table[
    i1 = Random[Integer, {1, vel}];
    i2 = Random[Integer, {1, vel}];
    If[Last[gen][[i1]] < Last[gen][[i2]], gen[[i1]], gen[[i2]]],
  {vel}
];

```

desítková hodnota	Grayův kód	Binární reprezentace
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0011	0010
3	0010	0011
4	0110	0100
5	0111	0101
6	0101	0110
7	0100	0111
8	1100	1000
9	1101	1001
10	1111	1010
11	1110	1011
12	1010	1100
13	1011	1101
14	1001	1110
15	1000	1111

Tabulka B.1: Srovnání Grayova kódu a binární reprezentace.

B.2.0.5 Operátor mutace

Mutací rozumíme náhodnou změnu části řetězce jakéhokoli jedince. Tato operace probíhá s velmi malou pravděpodobností.

```
Clear[Mutation];
Mutation[ string_ ] := Module[{idx},
  If [Global`debugMode, Print["Mutation ", string]];
  Table[
    If[ Random[] < Global`pravdepodobnostMutace,
      1 - string[[idx]],
      string[[idx]]
    ], {idx, 1, Length[string]}]
];
```

B.2.0.6 Grayův kód

Grayův kód má tu vlastnost, že se mění při každém kroku pouze o 1 bit. Nevznikají tedy nedefinované hodnoty během vícebitových změn (dvě sousední hodnoty se liší v jediném bitu, přednost při změně má bit s nižší vahou), čímž se nezpomaluje konvergence. V tabulce B.1 je vidět porovnání s binární reprezentací.

```
BinaryToGray[retezec_] :=
Module[{index},
  Join[
    {First[retezec]},
    Reverse[
      Table[If[retezec[[index - 1]] == 1, 1 - retezec[[index]],
        retezec[[index]]], {index, Length[retezec], 2, -1}]
    ]
  ]
];
```

```

GrayToBinary[retezec_] :=
Module[{index, spravne = True},
  Table[
    If[(spravne && retezec[[index]] == 1) || (! spravne &&
                                             retezec[[index]] == 0),
      spravne = False; 1,
      spravne = True; 0
    ]
  ], {index, 1, Length[retezec]}]
];

```

B.2.0.7 Operátor elitismu

Operátor elitismu vždy zkopíruje jednoho až několik nejlepších jedinců ze staré populace do nové. Tento operátor většinou výrazně zvyšuje účinnost genetického algoritmu.

```

Clear[VyberElity];
VyberElity[gen_, pocet_] := Module[{temp, elita},
  (*      temp = Sort[Union[gen], Last[#1] <= Last[#2] &];*)
  (*
  If[Length[temp] < pocet,
    Throw["Vyjimka ve vyberu elity - homogenni generace"],;*)
  (*
  elita = Take[temp, pocet];*)
  (*  elita *)

  {NajdiMinimum[gen]}
]

```

B.2.0.8 Pomocné funkce

```

Clear[KorelacePoctu];
KorelacePoctu[gen_] := Module[{temp},
  If[Length[gen] > Global'pocetJedincu,
    Delete[gen, NajdiIndexMaxima[gen]], gen]
]

```

```

Clear[Recombination];
Recombination[ parents_ ] := Module[{},
  If [Parents[parents]<2, Throw["Recombination::error"]];
  Module[{},
    If[OddQ[Random[Integer, {1, 10}]],
      GeneticOperators'NPointCrossover[{parents[[1]], parents[[2]]}, 1],
      GeneticOperators'UniformCrossover[parents]
    ]];
]

```

```

Clear[UdelejKrizeni];
UdelejKrizeni[pop_] := Module[{r1, r2, retezec, cislo1, cislo2, pop1},
  r1 = Random[Integer, {1, Length[pop]}];
  While[(r2 = Random[Integer, {1, Length[pop]}]) == r1, Null];
]

```

```

retezec = If[ Random[] < Global['pravdepodobnostKrizeni,
  Recombination[{VektorNaRetezec[pop[[r1]]], VektorNaRetezec[pop[[r2]]]}],
  {VektorNaRetezec[pop[[r1]]], VektorNaRetezec[pop[[r2]]]}];
cislo1 = RetezecNaVektor[retezec[[1]]];
cislo2 = RetezecNaVektor[retezec[[2]]];
pop1 = Delete[pop, {{r1}, {r2}}];
{pop1, {cislo1, cislo2}}
];

Clear[UdelejKrizeniVsech];
UdelejKrizeniVsech[pop_] := Module[{pracpop, temp, novapop = {}},
  pracpop = pop;
  Table[
    temp = UdelejKrizeni[pracpop];
    pracpop = temp[[1]];
    AppendTo[novapop, temp[[2, 1]]];
    AppendTo[novapop, temp[[2, 2]]];
    , {IntegerPart[Length[pop]/2]}
  ];
  novapop
];

Clear[UdelejMutaci];
UdelejMutaci[pop_] := Module[{index},
  Table[RetezecNaVektor[GeneticOperators['Mutation[VektorNaRetezec[pop[[index]]]]],{index, 1, Length[pop]}]
];

Clear[VygenerujJedince];
VygenerujJedince := Module[{x1, x2},
  Table[
    x1 = Global['VektorPromennych[[i, 2]];
    x2 = Global['VektorPromennych[[i, 3]];
    Random[Real, {x1, x2}]
    , {i, 1, Length[Global['VektorPromennych]]}
  ]

Clear[Inicializace];
Inicializace[pocet_] := Module[{temp},
  Table[temp = VygenerujJedince;
  Flatten[{temp, Global['Fitness[temp]]}, {pocet}]];

Clear[NajdiIndexMinima];
NajdiIndexMinima[vek_] := Position[Map[Last[#] &, vek], Min[Map[Last[#] &, vek]]][[1, 1]]

Clear[NajdiMinimum];
NajdiMinimum[vek_] := Part[vek, Position[Map[Last[#] &, vek], Min[Map[Last[#] &, vek]]][[1, 1]]

NajdiMinimum[vek_] := Module[{minimum, j},
  minimum = vek[[1]];
  For[ j = 1, j <= Length[vek], j++,
    If[Last[minimum] > Last[vek[[j]]], minimum = vek[[j]];];
  minimum
];

Clear[NajdiIndexMaxima];
NajdiIndexMaxima[vek_] :=
Position[Map[Last[#] &, vek], Max[Map[Last[#] &, vek]]][[1, 1]]

```

```

Clear[NajdiMaximum];
NajdiMaximum[vek_] :=
Part[vek, Position[Map[Last[#] &, vek], Max[Map[Last[#] &, vek]]][[1, 1]]]

NajdiMaximum[vek_] := Module[{maximum = vek[[1]], j},
  For[ j = 1, j <= Length[vek], j++,
    If[Last[maximum] < Last[vek[[j]]], maximum = vek[[j]];];];
maximum
]

```

B.2.0.9 Hlavní programová smyčka.

Tato funkce implementuje hlavní smyčku genetických algoritmů podle obrázku 1.15 na str. 31.

```

Clear[OptimalizacniSmycka];
OptimalizacniSmycka[pocetIteraci_] :=
Print[ Catch[Timing[Table[
elita = VyberElity[Global'Populace, 1];
Global'Populace = If[Global'pouzitRuletu,
  GeneticOperators'RouletteWheelSelection[Global'Populace],
  GeneticOperators'TurnajovaSelekce[Global'Populace]];
Global'Populace = Join[Global'Populace, elita];
Global'Populace = UdelejKrizeniVsech[Global'Populace];
Global'Populace = KorelacePoctu[Global'Populace];
Global'Populace = UdelejMutaci[Global'Populace];
Global'Populace = Join[Global'Populace, elita];
Print[N[VyberElity[Global'Populace, 1], 10]];
Global'Populace = KorelacePoctu[Global'Populace];
, {pocetIteraci}]]]];

```

Příloha C

Tabulky vlastností látek

V této kapitole jsou soustředěny různé materiálové konstanty, které jsou potřebné k výpočtům. Žlutě označené byly použité přímo v této práci.

C.1 Tabulka emisivit kovů

Jako zdroj k této tabulce byl použit [37].

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Cín		
Nezoxidovaný	25	0,04
Nezoxidovaný	100	0,05
Pocínované železo, lesklé	24	0,05
Pocínované železo, lesklé	100	0,08
Haynesova slitina C		
Zoxidovaná	316-1093	0,90-0,96
Haynesova slitina 25		
Zoxidovaná	316-1093	0,86-0,89
Haynesova slitina X		
Zoxidovaná	316-1093	0,85-0,88
Hliník		
Nezoxidovaný	25	0,02
Nezoxidovaný	100	0,03
Nezoxidovaný	500	0,06
Zoxidovaný	199	0,11
Zoxidovaný	599	0,19
Zoxidovaný při 599 °C	199	0,11
Zoxidovaný při 599 °C	599	0,19
Silně zoxidovaný	93	0,2
Silně zoxidovaný	504	0,31
Vysoký lesk	100	0,09
Hrubě leštěný	100	0,18
Fólie	100	0,09
Vysoce leštěný plát	227	0,04
Vysoce leštěný plát	577	0,06
Lesklý svinutý plech	170	0,04

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Lesklý svinutý plech	500	0,05
Slitina A3003, zoxidovaná	316	0,4
Slitina A3003, zoxidovaná	482	0,4
Slitina 1100-0	93 - 427	0,05
Slitina 24ST	24	0,09
Slitina 24ST, leštěná	24	0,09
Slitina 75ST	24	0,11
Slitina 75ST, leštěná	24	0,08
Hořčík	38-260	0,07-0,13
Oxid hořečnatý	1027-1727	0,16-0,20
Chrom	38	0,08
Chrom	538	0,26
Chrom leštěný	150	0,06
Kobalt, neoxidovaný	500	0,13
Kobalt, neoxidovaný	1000	0,23
Inconel		
Plech	538	0,28
Plech	649	0,42
Plech	760	0,58
X, leštěný	24	0,19
B, leštěný	24	0,21
Kadmium	25	0,02
Oxid uranu	1027	0,79
Měď		
Oxid mědný	38	0,87
Oxid mědný	260	0,83
Oxid mědný	538	0,77
Černá, zoxidovaná	38	0,78
Leptaná	38	0,09
Lech (matte)	38	0,22
Hrubě leštěná	38	0,07
Leštěná	38	0,03
Vysoce leštěná	38	0,02
Válcovaná	38	0,64
Surová	38	0,74
Roztavená	538	0,15
Roztavená	1077	0,16
Roztavená	1221	0,13
Poniklovaná	38-260	0,37
Molybden	38	0,06
Molybden	260	0,08
Molybden	538	0,11
Molybden	1093	0,18
Zoxidovaný při 538 °C	316	0,8
Zoxidovaný při 538 °C	371	0,84
Zoxidovaný při 538 °C	427	0,84
Zoxidovaný při 538 °C	482	0,83
Zoxidovaný při 538 °C	538	0,82

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Monel		
Monel, Ni-Cu	200	0,41
Monel, Ni-Cu	400	0,44
Monel, Ni-Cu	600	0,46
Zoxidovaný	20	0,43
Zoxidovaný při 599 °C	599	0,46
Mosaz		
73%Cu, 27%Zn, leštěná	247	0,03
73%Cu, 27%Zn, leštěná	357	0,03
62%Cu, 37%Zn, leštěná	257	0,03
62%Cu, 37%Zn, leštěná	377	0,04
83%Cu, 17%Zn, leštěná	277	0,03
Lech (matte)	20	0,07
Leštěná do hnědé barvy	20	0,4
Cu-Zn, mosaz zoxidovaná	200	0,61
Cu-Zn, mosaz zoxidovaná	400	0,6
Cu-Zn, mosaz zoxidovaná	600	0,61
Nezoxidovaná	25	0,04
Nezoxidovaná	100	0,04
Nikl		
Leštěný	38	0,05
Zoxidovaný	38-260	0,31-0,46
Nezoxidovaný	25	0,05
Nezoxidovaný	100	0,06
Nezoxidovaný	500	0,12
Nezoxidovaný	1000	0,19
Elektrolytický	38	0,04
Elektrolytický	260	0,06
Elektrolytický	538	0,1
Elektrolytický	1093	0,16
Oxid nikelnatý	538-1093	0,59-0,86
Niob		
Nezoxidovaný	816	0,19
Nezoxidovaný	1093	0,24
Ocel		
Válcovaná za studena	93	0,75-0,85
Plech	938-1099	0,55-0,61
Plech leštěný	38	0,07
Plech leštěný	260	0,1
Plech leštěný	538	0,14
Měkká ocel, leštěná	24	0,1
Měkká ocel, hladká	24	0,12
Měkká ocel, tekutá	1599-1793	0,28
Ocel, nezoxidovaná	100	0,08
Ocel, zoxidovaná	25	0,8
Ocelo-slityny		
Typ 301, leštěná	24	0,27
Typ 301, leštěná	232	0,57

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Typ 301, leštěná	949	0,55
Typ 303, zoxidovaná	316-1093	0,74-0,87
Typ 310, válcovaná	816-1149	0,56-0,81
Typ 316, leštěná	24	0,28
Typ 316, leštěná	232	0,57
Typ 316, leštěná	949	0,66
Typ 321	93-427	0,27-0,32
Typ 321, leštěná	149-815	0,18-0,49
Typ 321, s oxidem	93-427	0,66-0,76
Typ 347, zoxidovaná	316-1093	0,87-0,91
Typ 350	93-427	0,18-0,27
Typ 350, leštěná	149-982	0,11-0,35
Typ 446, leštěná	149-815	0,15-0,37
Typ 17-7 PH	93-316	0,44-0,51
Typ 17-7 PH, leštěná	149-815	0,09-0,16
Typ C1020, zoxidovaná	316-1093	0,87-0,91
Typ PH-15-7 MO	149-649	0,07-0,19
Stellit, leštěný	20	0,18
Palladiový plátek na stříbře	93-399	0,16-0,17
Platina	38	0,05
Platina	260	0,05
Platina	538	0,1
Platinová čern	38	0,93
Platinová čern	260	0,96
Platinová čern	1093	0,97
Zoxidovaná při 593 °C	260	0,07
Zoxidovaná při 593 °C	538	0,11
Rhodium	93-371	0,10-0,18
Rtuť	0	0,09
Rtuť	25	0,1
Rtuť	38	0,1
Rtuť	100	0,12
Slitiny		
20-Ni, 24-CR, 55-FE, zoxidované	200	0,9
20-Ni, 24-CR, 55-FE, zoxidované	500	0,97
60-Ni, 12-CR, 28-FE, zoxidované	270	0,89
60-Ni, 12-CR, 28-FE, zoxidované	560	0,82
80-Ni, 20-CR, zoxidované	100	0,87
80-Ni, 20-CR, zoxidované	600	0,87
80-Ni, 20-CR, zoxidované	1300	0,89
Stříbro		
Plátek na Ni	93-371	0,06-0,07
Leštěné	38	0,01
Leštěné	260	0,02
Leštěné	538	0,03
Leštěné	1093	0,03
Tantal		
Nezoxidovaný	727	0,14

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Nezoxidovaný	1093	0,19
Nezoxidovaný	1982	0,26
Nezoxidovaný	2930	0,3
Titan		
Slitina C110M, leštěná	149-649	0,08-0,19
Slitina C110M, zoxidovaná při 538 °C	93-427	0,51-0,61
Slitina Ti-95A, zoxidovaná při 538 °C	93-427	0,35-0,48
Eloxován na nerez	93-316	0,96-0,82
Uhlík		
Lampová čerň	25	0,95
Nezoxidovaný	25	0,81
Nezoxidovaný	100	0,81
Nezoxidovaný	500	0,79
Svíčkové saze	121	0,95
Vlákno	260	0,95
Grafitovaný	100	0,76
Grafitovaný	300	0,75
Grafitovaný	500	0,71
Vizmut		
Lesklý	80	0,34
Nezoxidovaný	25	0,05
Nezoxidovaný	100	0,06
Wolfram		
Nezoxidovaný	25	0,02
Nezoxidovaný	100	0,03
Nezoxidovaný	500	0,07
Nezoxidovaný	1000	0,15
Nezoxidovaný	1500	0,23
Nezoxidovaný	2000	0,28
Vlákno	38	0,08
Vlákno	538	0,11
Vlákno	2760	0,35
Zinek		
Lesklý, galvanizovaný	38	0,23
Komerční 99,1 %	260	0,05
Galvanizovaný	38	0,28
Zoxidovaný	260-538	0,11
Leštěný	38	0,02
Leštěný	260	0,03
Leštěný	538	0,04
Leštěný	1093	0,06
Zlato		
Povlak	100	0,37
Plátek na stříbře	93-399	0,11-0,14
Plátek na niklu	93-399	0,07-0,09
Leštěné	38-260	0,02

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Leštěné	538-1093	0,03
Železo		
Zoxidované	100	0,74
Zoxidované	499	0,84
Zoxidované	1199	0,89
Nezoxidované	100	0,05
Červená rez	25	0,7
Zrezivělé	25	0,65
Tekuté	1516-1771	0,42-0,45
Železo odlévané		
Zoxidované	199	0,64
Zoxidované	599	0,78
Nezoxidované	100	0,21
Silná oxidace	104	0,95
Silná oxidace	250	0,95
Tekuté	1535	0,29
Železo, svářková ocel		
Matná	25	0,94
Matná	349	0,94
Hlazená	38	0,35
Leštěná	38	0,28
Pokrytá olovem		
Leštěná	38-260	0,06-0,08
Neobrobená	38	0,43
Zoxidovaná	38	0,43
Zoxidovaná při 590 °C	38	0,63

Tabulka C.1: Emisivity kovů

C.2 Tabulka emisivit nekovů

Jako zdroj k této tabulce byl použit [37].

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Azbest		
Deska	38	0,96
Cement	0-200	0,96
Cement, červený	1371	0,67
Cement, bílý	1371	0,65
Tkanina	93	0,9
Papír	38-371	0,93
Břidlice	20	0,97
Asfalt, dlažba (vozovka)	38	0,93
Asfalt, dehtový papír	20	0,93
Bavlněná látka	20	0,77
Beton		
Drsný	0-1093	0,94
Taška, bez příměsí	1371-2760	0,63-0,62
Hnědý	1371-2760	0,87-0,83

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Černý	1371-2760	0,94-0,91
Břidlice	38	0,67-0,80
Cihla		
Červená, surová	21	0,93
Šamot	1371	0,75
Žlutohnědý popílek	538	0,8
Vápenný jíł	1371	0,43
Žáruvzdorná cihla	1000	0,75-0,80
Magnezit, žáruvzdorný	1000	0,38
Šedá cihla	1100	0,75
Křemen glazovaný	1093	0,88
Křemen neglazovaný	1093	0,8
Vápenný písek	1371-2760	0,59-0,63
Čedič	20	0,72
Dolomitové vápno	20	0,41
Dřevo	nížká	0,80-0,90
Bukové, hoblované	70	0,94
Dubové, hoblované	38	0,91
Smrkové, smirkované	38	0,89
Hedvábná látka	20	0,78
Jíl (hlinka)	20	0,39
Pálený	70	0,91
Lupek	20	0,69
Krytinová taška, světle červená	1371-2760	0,32-0,34
Krytinová taška, červená	1371-2761	0,40-0,51
Taška, tmavě purpurová	1371-2762	0,78
Kamenné zdivo	38	0,93
Karbid křemíku	149-649	0,83-0,96
Karborundum	1010	0,92
Keramické materiály		
Oxid hlinitý na inkonelu	427-1093	0,69-0,45
Bílá užitková keramika, glazovaná	21	0,9
Kamenina, neglazovaná	21	0,93
Zeleň č. 5210-2C	93-399	0,89-0,82
Povrchová úprava č. C20A	93-399	0,73-0,67
Porcelán	22	0,92
Bílý Al ₂ O ₃	93	0,9
Oxid zirkoničitý na inkonelu	427-1093	0,62-0,45
Křemen		
Glazovaný	1000	0,85
Neglazovaný	1100	0,75
Křemenné sklo, neobrobené	21	0,93
Sklo 1,98 mm	282	0,9
Sklo 1,98 mm	838	0,41
Sklo 6,88 mm	282	0,93
Sklo 6,88 mm	838	0,47
Neprůhledné	299	0,92
Neprůhledné	838	0,68

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Lak		
Černý	93	0,96
Modrý na hliníkové fólii	38	0,78
Čirý na hliníkové fólii, (2 nátěry)	93	0,08 (0,09)
Čirý na lesklé mědi	93	0,66
Čirý na matné mědi	93	0,64
Červený na hliníkové fólii, (2 nátěry)	38	0,61 (0,74)
Bílý	93	0,95
Bílý na hliníkové fólii, (2 nátěry)	38	0,69 (0,88)
Žlutý na hliníkové fólii (2 nátěry)	38	0,57 (0,79)
Led		
Hladký	0	0,97
Drsný	0	0,98
Lněný olej		
Na hliníkové fólii, nenatřeno	121	0,09
Na hliníkové fólii, 1 nátěr	121	0,56
Na hliníkové fólii, 2 nátěry	121	0,51
Na leštěném železe, film 0,025 mm	38	0,22
Na leštěném železe, film 0,050 mm	38	0,45
Na leštěném železe, film 0,102 mm	38	0,65
Na leštěném železe, hustá vrstva	38	0,83
Lupek	20	0,69
Mramor		
Bílý	38	0,95
Hladký, bílý	38	0,56
Leštěný, šedý	38	0,75
Nátěry		
Modrý, Cu ₂ O ₃	24	0,94
Černý, CuO	24	0,96
Zelený, Cu ₂ O ₃	24	0,92
Červený, Fe ₂ O ₃	24	0,91
Bílý, Al ₂ O ₃	24	0,94
Bílý, Y ₂ O ₃	24	0,9
Bílý, ZnO	24	0,95
Bílý, MgCO ₃	24	0,91
Bílý, ZrO ₂	24	0,95
Bílý, ThO ₂	24	0,9
Bílý, MgO	24	0,91
Bílý, PbCO ₃	24	0,93
Žlutý, PbO	24	0,9
Žlutý, PbCrO ₄	24	0,93
Nátěry bronzové	nízká	0,34-0,80
Pryskyřicový lak, 2 nátěry	21	0,53
Pryskyřicový lak, 3 nátěry	21	0,5
Celulózové pojivo, 2 nátěry	21	0,34
Nátěry hliníkové	38	0,27-0,67
10 % Al	38	0,52
26 % Al	38	0,3

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Dow XP-310	93	0,22
Nátěry olejové		
Všechny barvy	93	0,92-0,96
Černá	93	0,92
Černý lesk	21	0,9
Maskovací zelená	52	0,85
Matná čern	27	0,88
Matná běloba	27	0,91
Šedozeleň	21	0,95
Zelená	93	0,95
Lampová čern	93	0,96
Červená	93	0,95
Bílá	93	0,94
Nepálená cihla	20	0,9
Olej na niklovém podkladu		
Film 0,025 mm	22	0,27
Film 0,050 mm	22	0,46
Film 0,127 mm	22	0,72
Hustá vrstva	22	0,82
Piliny	20	0,75
Písek	20	0,76
Pískovec	38	0,67
Pískovec - červený	38	0,60-0,83
Pryž (kaučuk)		
Tvrdá	23	0,94
Měkká, šedá	24	0,86
Sádrovec	20	0,80-0,90
Saze		
Acetylenové	24	0,97
Kafrové	24	0,94
Svíčkové	121	0,95
Uhelné	20	0,95
Sklo		
Vypuklé (konvexní) D	100	0,8
Vypuklé (konvexní) D	316	0,8
Vypuklé (konvexní) D	500	0,76
Nonex	100	0,82
Nonex	316	0,82
Nonex	500	0,78
Broušené	0-93	0,92-0,94
Slída	38	0,75
Smirkový korund	80	0,86
Sníh		
Prachový	-7	0,82
Zrnitý	-8	0,89
Suřík	100	0,93
Štěrka	38	0,28
Vápenec	38	0,95

LÁTKA	Index lomu
Benzol C ₆ H ₆	1,5013
Borosilikátové sklo korunové BK1	1,5100
Cedrový olej	1,5050
Diamant	2,4173
Kanadský balsám	1,5420
Křemenné sklo SiO ₃	1,4589
Lehké flintové sklo LF3	1,5202
Monobromnaftalin C ₁₆ H ₇ Br	1,6582
Sůl kamenná NaCl	1,5443
Těžké korunové sklo SK1	1,6102
Velmi těžké flintové sklo SFS 1	1,9229
Voda H ₂ O	1,3330
PMMA	1,4931

Tabulka C.3: Indexy lomu látek při teplotě 20 °C a pro $l = 589,4$ nm

MATERIÁL	Teplota °C	Emisivita
Vápenná malta	38-260	0,90-0,92
Voda	38	0,67
Vodní sklo	20	0,96
Zemina		
Povrchová	38	0,38
Černá hlína	20	0,66
Zorané pole	20	0,38
Žula	21	0,45

Tabulka C.2: Emisivity nekovů

C.3 Tabulka tepelných vodivostí

Materiál	Tepelná vodivost λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
Ag	422
Cu	384
Al	201
Dural (Al+)	140 - 190
Kovar	167
Pb	34
Fe	80
slída	0.5
sklo	0.7 - 1.2
epoxid	0.26
azbest	0.11
PVC	0.44
křemík	0.83
korek	0.037
voda	0.651
vzduch	0.01 - 0.02
dusík	0.0238
papír	0.05 (při 25°C)

Tabulka C.4: Tepelné vodivosti

Materiál	hustota ρ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)
sklo, tabulové	2579
papír, standard	1201

Tabulka C.5: Hustoty materiálů při 20°C

Příloha D

Obrazová příloha

Tato kapitola soustředí obrázky zařízení, kterými se práce zabývá. V předchozích kapitolách jsou odkazy na tyto obrázky.



Obrázek D.1: Tunelová pec s tepelnými zářiči.



Obrázek D.2: Sálavý topný panel.



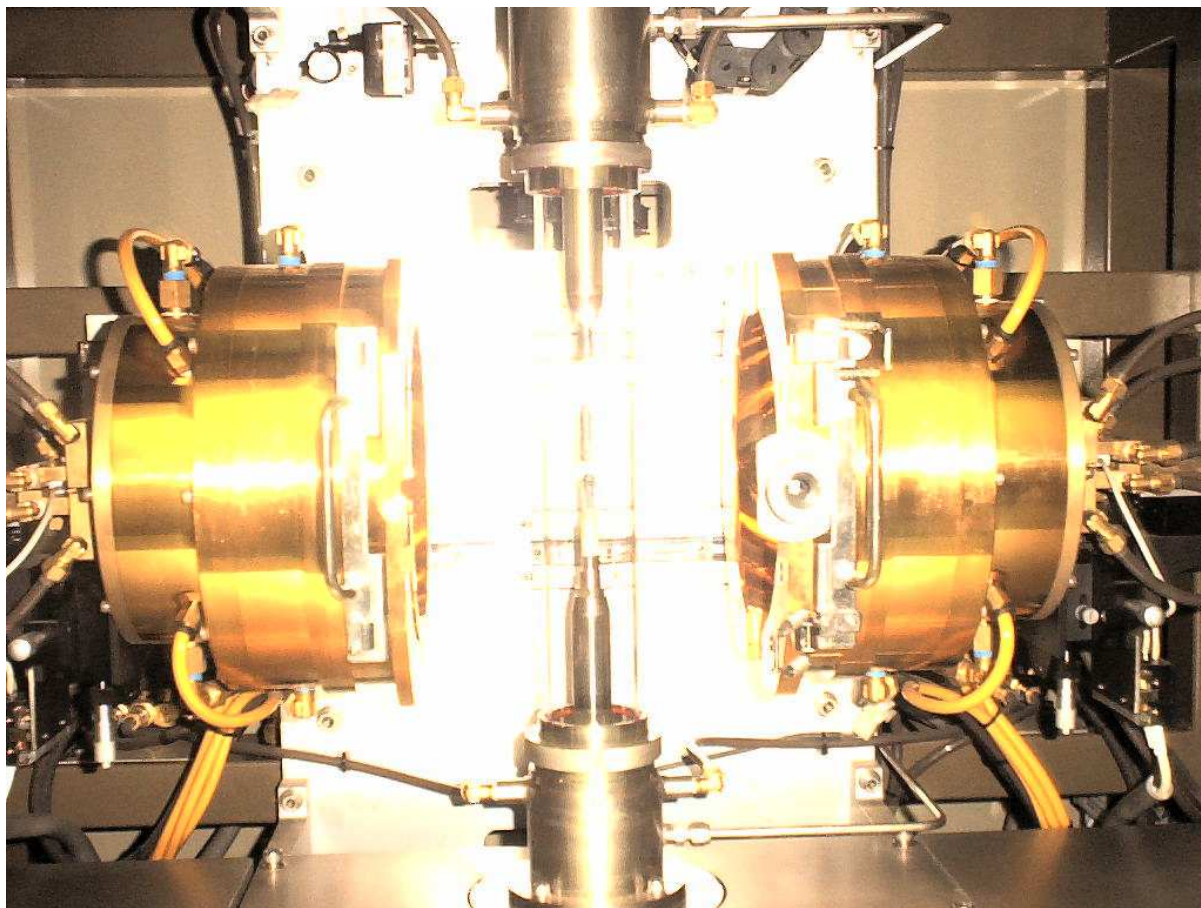
Obrázek D.3: Křemíkový tepelný zářič Solac.



Obrázek D.4: Sálavý halogenový zářič AUGUR.



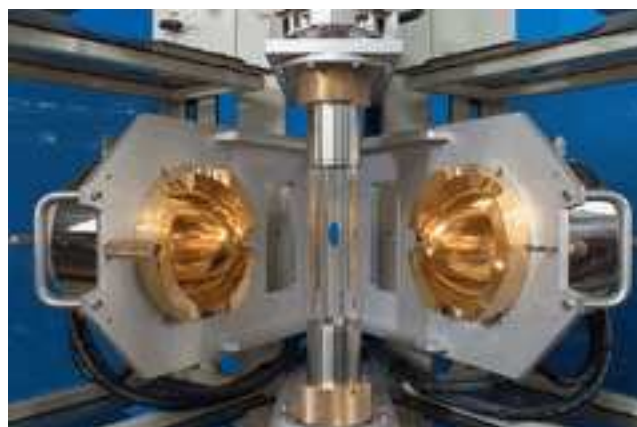
Obrázek D.5: Sklářská pásová chladicí pec.



Obrázek D.6: Zrcadlová pec pro zonální tavbu.



Obrázek D.7: Zrcadlová pec - celkový pohled.



Obrázek D.8: Zrcadlová pec - otevřený stav.

Příloha E

Zdrojový kód metody sledování paprsku a pomocných funkcí

Následující program byl použit pro výpočty v úlohách v kapitole 2.1 a 2.2.

E.1 Geometrická optika

Funkce `DelkaUsecky` dostává v parametrech dva body a vrací vzdálenost těchto dvou bodů.

```
ClearAll[DelkaUsecky];
DelkaUsecky = Compile[{{A,_Real,1}, {B,_Real,1}},
  Sqrt[Power[B[[2]]-A[[2]],2]+Power[B[[1]]-A[[1]],2]]];
```

Funkce `NastavDelkuUsecky` v parametrech předaný vektor změni na jednotkový a vynásobí parametrem určujícím výslednou délku vektoru.

```
ClearAll[NastavDelkuUsecky];
NastavDelkuUsecky = Compile[{{A,_Real,1}, {B,_Real,1},delka},
  Module[{v1,v2,d},
    v1=B[[1]]-A[[1]];
    v2=B[[2]]-A[[2]];
    d=Sqrt[v1^2+v2^2];
    {A[[1]]+v1*delka/d,A[[2]]+v2*delka/d}
  ]
];
```

Funkce `VzdalenostBoduNT` vrací vzdálenost mezi dvěma zadanými body podle vzorce.

$$\text{vzdálenost} = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2} \quad (\text{E.1})$$

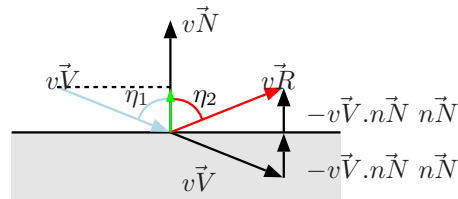
```
ClearAll[VzdalenostBoduNT];
VzdalenostBoduNT = Compile[{{A,_Real,1}, {B,_Real,1}},
  {Sqrt[Power[B[[2]] - A[[2]], 2] + Power[B[[1]] - A[[1]], 2]],1.}
];
```

Funkce CUhelUsecekQu vrací úhel dvou vektorů podle vzorce.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{v_1 \cdot v_2}{|v_1| |v_2|} \quad (\text{E.2})$$

```
Clear[CUhelUsecekQu];
CUhelUsecekQu = Compile[{{A, _Real, 1}, {B, _Real, 1},
{C, _Real, 1}, {D, _Real, 1}},
Module[{a1, b1, a2, b2, delitel},
a1 = B[[2]] - A[[2]];
b1 = A[[1]] - B[[1]];
a2 = D[[2]] - C[[2]];
b2 = C[[1]] - D[[1]];
delitel = a1*a2 + b1*b2;
If[delitel == 0, Return[{Pi/2, 0.}]];
{ArcTan[Abs[(a1*b2 - a2*b1)/delitel]], 0.}
]
];
```

Funkce NajdiBodOdrazuEx využívá vektorové algebry k nalezení bodu, do kterého se odrazí paprsek podle zákona odrazu (A.10).



$$\vec{r} = \vec{v} - 2(\vec{v} \cdot \vec{n})\vec{n}$$

```
ClearAll[NajdiBodOdrazuEx];
NajdiBodOdrazuEx=Compile[{{Paprsek, _Real, 2}, {Zrcadlo, _Real, 2}}, Module[{vV, vN, vR},
vV=Paprsek[[2]]-Paprsek[[1]];
vN=NastavDelkuUsecky[{0,0}, {Zrcadlo[[2]]-Zrcadlo[[1]]}].{0, 1}, {-1, 0}}, 1.]; (* jednotkovy vektor *)
vR=vV-2*(vV.vN)*vN;
{Paprsek[[2]], Paprsek[[2]]+vR, {Paprsek[[3,1]]*Zrcadlo[[3,2]], Paprsek[[3,2]]}}
]
];
```

Funkce NajdiBodLomuEx využívá vektorové algebry k nalezení bodu, do kterého se paprsek zlomí na rozhraní dvou opticky odlišných prostředí podle Snellova zákona (A.11).

$$\vec{u}' = \left(\text{sign}(\vec{n} \cdot \vec{u}) \sqrt{1 - \eta^2 + (\vec{n} \cdot \vec{u})^2 \eta^2} - (\vec{n} \cdot \vec{u}) \eta \right) \vec{n} + \eta \vec{u} \quad (\text{E.3})$$

```
ClearAll[NajdiBodLomuEx];
NajdiBodLomuEx=Compile[{{Paprsek, _Real, 2}, {Plocha, _Real, 2}, {indexLomu, _Real, 1}},
Module[{v, normala, r, n=indexLomu[[1]]/indexLomu[[2]], DetektorTotalnihoOdrazu},

DetektorTotalnihoOdrazu=n*Sin[Pi/2-CUhelUsecekQu[Paprsek[[1]],Paprsek[[2]], Plocha[[1]],Plocha[[2]]]];
];
```

```

If [DetektorTotalnihoOdrazu[[1]]>1,
    Return[NajdiBodOdrazuEx[Paprasek, {Plocha[[1]],Plocha[[2]],{1.,1.}}]]; (* 100 % ucinnost
*)

v=NastavDelkuUsecky[{0,0},Paprasek[[2]]-Paprasek[[1]],1.]; (* jednotkovy vektor *)
normala=NastavDelkuUsecky[{0,0},(Plocha[[2]]-Plocha[[1]]).{0, 1}, {-1, 0},1.]; (*jednotkovy
vektor *)
r=(Sign[normala.v]*Sqrt[1-n^2+(normala.v)^2*n^2]-(normala.v)*n)*normala+n*v;

{Paprasek[[2]], Paprasek[[2]]+r, {Paprasek[[3,1]],indexLomu[[2]]}}
]
];

```

Funkce PrusecikUsecekQu vrací průsečík dvou úseček definovaných svými krajními body zadanými jako parametry.

$$A + r(B - A) = C + s(D - C) \quad r \in \langle 0, 1 \rangle, s \in \langle 0, 1 \rangle \quad (\text{E.4})$$

```

ClearAll[PrusecikUsecekQu];
PrusecikUsecekQu = Compile[{{A, _Real, 1}, {B, _Real, 1}, {C, _Real, 1}, {D, _Real, 1}},
Module[{x1, x3, y1, y3, px, py, qx, qy, r, s},
    If[A == B || C == D, Return[{0. }]];
    If[First[CUnitUsecekQu[A, B, C, D]] == 0. , Return[{0. }]];
    x1 = A[[1]]; y1 = A[[2]];
    px = B[[1]] - x1; py = B[[2]] - y1;
    x3 = C[[1]]; y3 = C[[2]];
    qx = D[[1]] - x3; qy = D[[2]] - y3;
    r = -(-qy * x1 + qy * x3 + qx * y1 - qx * y3)/(py * qx - px * qy);
    If[ r <= 0. || r >= 1. , Return[{0. }]];
    s = -(-py * x1 + py * x3 + px * y1 - px * y3)/(py * qx - px * qy);
    If[ s <= 0. || s >= 1. , Return[{0. }]];
    A + r*{px, py}
]
];

```

```

ClearAll[MyMin];
MyMin[param_, ignorujSegment_]:=Module[{minVal},
    minVal=NULL;
    minPos=NULL;
    For[i=1,i<=Length[param],
        If[i!=ignorujSegment,
            If[TrueQ[param[[i]]==Null],
                Null,
                If[TrueQ[minVal<param[[i]]],
                    Null,
                    minPos=i;
                    minVal=param[[i]];
                ]
            ]
        ];
    ];
    minPos
];

```

```

ClearAll[NajdiPrusecikEx];
NajdiPrusecikEx[Paprasek_, PoleZrcadlovychSegmentu_, ignorujSegment_] :=
Module[ {pruseciky,vzdelenosti, prusecik, ProdlouzenyPaprasek},

```



```

ProdlouzenyPaprasek=NastavDelkuUsecky[Paprasek[[1]], Paprasek[[2]], 100];
pruseciky=Table[PrusecikUsecekQu[Paprasek[[1]], ProdlouzenyPaprasek,
  PoleZrcadlovychSegmentu[[i, 1]], PoleZrcadlovychSegmentu[[i, 2]]],
  {i,1,Length[PoleZrcadlovychSegmentu]}];
vzdalenosti=Table[If[Length[pruseciky[[i]]] == 1,
  Null,
  DelkaUsecky[Paprasek[[1]], pruseciky[[i]]]],
{i, 1, Length[pruseciky]}];
prusecik=MyMin[vzdalenosti, ignorujSegment];
If[TrueQ[prusecik==Null],
  Return[{0.,{0.,0.}}],
  Return[{prusecik, pruseciky[[prusecik]]}]]];
];

ClearAll[NajdiPrusecikQu];
NajdiPrusecikQu=Compile[{{Paprasek,_Real,2},{PoleZrcadlovychSegmentu,_Real,3},
  {ignorujSegment,_Integer}},
Module[ {pruseciky,vzdalenosti, prusecik, ProdlouzenyPaprasek, NejlepsiVysledek},
(* Print["Paprasek=", Paprasek]; *)
  ProdlouzenyPaprasek=NastavDelkuUsecky[Paprasek[[1]], Paprasek[[2]], 20];

  pruseciky=Table[PrusecikUsecekQuX[Paprasek[[1]], ProdlouzenyPaprasek,
    PoleZrcadlovychSegmentu[[i, 1]], PoleZrcadlovychSegmentu[[i, 2]]],
    {i,1,Length[PoleZrcadlovychSegmentu]}];

(* Print["pruseciky=", pruseciky]; *)
  vzdalenosti=Table[If[pruseciky[[i,3]] == 1.,
    VzdalenostBoduNT[Paprasek[[1]], {pruseciky[[i,1]],pruseciky[[i,2]]}],
    {0.,0.}],{i, 1, Length[pruseciky]}];

(* Print["vzdalenosti=", vzdalenosti]; *)
  prusecik=0;
  NejlepsiVysledek=100000.0;

  For[i=0,i<Length[vzdalenosti],
    If[i!=ignorujSegment,
    If[vzdalenosti[[i]] != {0.,0.},
    If[NejlepsiVysledek>vzdalenosti[[i,1]],
    prusecik=i;NejlepsiVysledek=vzdalenosti[[i,1]];
    ]],
    i++];

  If[prusecik==0,
  {0.,0.,0.},
  {prusecik,pruseciky[[prusecik,1]],pruseciky[[prusecik,2]]}]]];
];

ClearAll[StredUsecky];
StredUsecky = Compile[{{A,_Real,1}, {B,_Real,1}}, .5*(A+B)];

```

Rotace 2D vektoru je určena násobením vektoru a transformační maticí.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{E.5})$$

```

ClearAll[ProvedRotaciATranslaci];
ProvedRotaciATranslaci = Compile[{{A,_Real,1}, {B,_Real,1}, theta},
  Module[{x3, y3},
    x3 = B[[1]] - A[[1]];
    y3 = B[[2]] - A[[2]];
    { x3*Cos[theta] - y3*Sin[theta] + A[[1]],
      x3*Sin[theta] + y3*Cos[theta] + A[[2]] }
  ]
];

```

E.2 Tělo metody sledování paprsku

Tělo algoritmu je tvořeno funkcí SledujPaprsekEx. Vývojový digram této funkce je zobrazený na obrázku 2.9 v kapitole 2.1.

```

ClearAll[SledujPaprsekEx];
SledujPaprsekEx[Paprsek_, PoleOptickychSegmentu_, iterace_, ignorujSegment_]:=Module[{PomX, PomY},
  If[iterace>Global`MaxIterationNumber, Return[{{0.,0.},{0.,0.},{0.,0.}}]];

  PomX=NajdiPrusecikEx[Paprsek, PoleOptickychSegmentu, ignorujSegment];
  If[PomX[[1]]==0.,
    Return[{{0.,0.},{0.,0.},{0.,0.}}]];
  Switch[PoleOptickychSegmentu[[PomX[[1]],3,1]],

  0., (* paprsek dopadl na terc *)
    Return[{Paprsek[[1]], PomX[[2]], Paprsek[[3]]}],

  1., (* paprsek dopadl na zrcadlovou plochu *)
    PomY=NajdiBodOdrazuEx[{{Paprsek[[1]],PomX[[2]],Paprsek[[3]]},PoleOptickychSegmentu[[PomX[[1]]]]];
    Return[SledujPaprsekEx[PomY, PoleOptickychSegmentu,iterace+1,PomX[[1]]]];
    ,

  2., (* paprsek dopadl na pruhlednou plochu *)
    Module[{indexPaprsku, indexyRozhrani},
      indexPaprsku=Paprsek[[3,2]]; (* Print["indexPaprsku=", indexPaprsku]; *)
      indexyRozhrani=PoleOptickychSegmentu[[PomX[[1]],4]];

      If[indexPaprsku==indexyRozhrani[[1]],
        PomY=NajdiBodLomuEx[{{Paprsek[[1]],PomX[[2]],Paprsek[[3]]},
          PoleOptickychSegmentu[[PomX[[1]]]],indexyRozhrani];,
        If[indexPaprsku==indexyRozhrani[[2]],
          PomY=NajdiBodLomuEx[{{Paprsek[[1]],PomX[[2]],Paprsek[[3]]},
            PoleOptickychSegmentu[[PomX[[1]]]],{indexyRozhrani[[2]],indexyRozhrani[[1]]}];,
          Print["!!!!!!!!!! renonc v indexech lomu !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!"]];

        Return[SledujPaprsekEx[PomY,PoleOptickychSegmentu,iterace+1,PomX[[1]]]];
      ];
    ,
  ,
  ,Module[{}],Print["Neznamy typ segmentu"]; Return[{{0.,0.},{0.,0.},{0.,0.}}]];];
];

```

E.3 Pomocné funkce pro generování optických elementů

E.3.0.10 Generování optiky konceptu 1

```
GenerujObycejnyHranol[{x_, y_, DelkaHranolu_, uhel_, orientace_}] :=
Module[{b},
  b = Tan[uhel]*DelkaHranolu;
  If[orientace == 1.,
    {{{x, y}, {x + DelkaHranolu, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
     {{x, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
     {{x + DelkaHranolu, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1.,
      1.52}}},
    {{{x, y}, {x + DelkaHranolu, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
     {{x, y - b}, {x + DelkaHranolu, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
     {{x, y - b}, {x, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}}}
  ]
]

GenerujXHranol[{x_, y_, DelkaHranolu_, uhel_}] :=
Module[{b},
  b = Tan[Abs[uhel]]*DelkaHranolu;
  If[uhel > 0.,
    { {{x, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
      {{x + DelkaHranolu, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}}},
    { {{x, y - b}, {x + DelkaHranolu, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
      {{x, y - b}, {x, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}}}
  ]
]
```

E.3.0.11 Generování optiky konceptu 2

```
GenerujDoubleXHranol[{x_, y_, DelkaHranolu_, TloustkaHranolu_, uhel1_, uhel2_}] :=
Module[{b,c, Vysledek},
  b = Tan[Abs[uhel1]]*DelkaHranolu;
  c = Tan[Abs[uhel2]]*DelkaHranolu;

  If[uhel1 > 0.,
    If[uhel2 > 0.,
      {
        {{x, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x + DelkaHranolu, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x, y+TloustkaHranolu}, {x+DelkaHranolu, y+TloustkaHranolu+c}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x+DelkaHranolu,y+TloustkaHranolu},{x+DelkaHranolu,y+TloustkaHranolu+c}, {2., 0.}, {1., 1.52}}
      },
      {
        {{x, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x + DelkaHranolu, y}, {x + DelkaHranolu, y - b}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x, y+TloustkaHranolu+c}, {x+DelkaHranolu, y+TloustkaHranolu}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x,y+TloustkaHranolu+c},{x,y+TloustkaHranolu}, {2., 0.}, {1., 1.52}}
      }
    ],
    If[uhel2 > 0.,
      {
        {{x, y - b}, {x + DelkaHranolu, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
        {{x, y - b}, {x, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
      }
    ]
  ]
]
```

```

{{x, y+TloustkaHranolu}, {x+DelkaHranolu, y+TloustkaHranolu+c}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
{{x+DelkaHranolu,y+TloustkaHranolu},{x+DelkaHranolu,y+TloustkaHranolu+c}, {2., 0.}, {1., 1.52}}
},
{
{{x, y - b}, {x + DelkaHranolu, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
{{x, y - b}, {x, y}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
{{x, y+TloustkaHranolu+c}, {x+DelkaHranolu, y+TloustkaHranolu}, {2., 0.}, {1., 1.52}},
{{x,y+TloustkaHranolu+c},{x,y+TloustkaHranolu}, {2., 0.}, {1., 1.52}}
}
]
]
]
]
]

```

E.3.0.12 Generování optiky konceptu 3

```

(* uhel \in <0,60\Deg> *)

Trojuhelnik[{P_, velikost_, uhel_]:=Module[{A,B,C},

A=velikost*{Cos[Pi/2+uhel],Sin[Pi/2+uhel]}+P;
B=velikost*{Cos[Pi/2+uhel+2/3Pi],Sin[Pi/2+uhel+2/3Pi]}+P;
C=velikost*{Cos[Pi/2+uhel+4/3Pi],Sin[Pi/2+uhel+4/3Pi]}+P;

{{A,B,{2., 0.}, {1., 1.52}},{B,C,{2., 0.}, {1., 1.52}},{C,A,{2., 0.}, {1., 1.52}}}
]

ZalityTrojuhelnik[{P_, velikost_, uhel_]:=Module[{A,B,C},

A=velikost*{Cos[Pi/2+uhel],Sin[Pi/2+uhel]}+P;
B=velikost*{Cos[Pi/2+uhel+2/3Pi],Sin[Pi/2+uhel+2/3Pi]}+P;
C=velikost*{Cos[Pi/2+uhel+4/3Pi],Sin[Pi/2+uhel+4/3Pi]}+P;

{{A,B,{2., 0.}, {1.492, 1.52}},{B,C,{2., 0.}, {1.492, 1.52}},{C,A,{2., 0.}, {1.492, 1.52}}}
]

ZalityTrojuhelnik2[{P_, velikost_, uhel_]:=Module[{A,B,C},

A=velikost*{Cos[Pi/2+uhel],Sin[Pi/2+uhel]}+P;
B=velikost*{Cos[Pi/2+uhel+2/3Pi],Sin[Pi/2+uhel+2/3Pi]}+P;
C=velikost*{Cos[Pi/2+uhel+4/3Pi],Sin[Pi/2+uhel+4/3Pi]}+P;

{{A,B,{2., 0.}, {1.492, 2.4173}},{B,C,{2., 0.}, {1.492, 2.4173}},{C,A,{2., 0.}, {1.492, 2.4173}}}
]

```

E.4 Zobrazovací funkce

Funkce `NakresliKonfiguraciEx` zobrazí zadanou geometrii včetně spočítaných drah zadaných paprsků.

```

ClearAll[NakresliKonfiguraciEx];
NakresliKonfiguraciEx[PoleOptickychSegmentu_,PolePaprsku_]:=Module[{GR, TR},
GR=Graphics[Table[
Switch[PoleOptickychSegmentu[[i,3,1]],
0.,{Thickness[0.01],Line[{PoleOptickychSegmentu[[i,1]],PoleOptickychSegmentu[[i,2]]}]},
1.,{Thickness[0.005],Line[{PoleOptickychSegmentu[[i,1]],PoleOptickychSegmentu[[i,2]]}]},

```

```

2.,{Thickness[.005], RGBColor[0, 1, 1],
  Line[{PoleOptickychSegmentu[[i,1]],PoleOptickychSegmentu[[i,2]]}],
{i,1,Length[PoleOptickychSegmentu]}}];

TR=Graphics[Table[{RGBColor[1, 0, 0],
  Line[{PolePaprsku[[i,1]], PolePaprsku[[i,2]]}],{i,1,Length[PolePaprsku]}}];

Show[GR, TR,
  AspectRatio -> Automatic,
  Axes -> Automatic,
  AxesLabel -> {"x", "y"},
  PlotRange->{{-2,2},{-2,2.2}},
  DisplayFunction -> $DisplayFunction];
];

```

Rejstřík věcný

- aproximace funkce, 12
- číslo
 - Biotovo, 57
 - Nusseltovo, 60
 - Prandtlovo, 61
 - Reynoldsovo, 60
 - kritické, 60
 - Sherwoodovo, 62
 - Schmidtovo, 63
- čočka
 - Fresnelova, 41
- deklinace
 - sluneční, 44
- difúze, 59
- elevace
 - sluneční, 44
- emisivita, 88
- funkce
 - bariérová, 13
 - penalizační, 13
 - účelová, 12, 14
- chladící pec, 68
- intenzita vyzařování, 87
- konfigurační faktor, 99
- konstanta
 - Stefanova-Boltzmannova, 17
- konvekce, 60
- matematický model, 15
- metoda
 - genetických algoritmů, 26
 - konečných prvků, 4
 - nejmenších čtverců, 14
 - polokrychle, 102
 - Rosselandova, 25
 - simulovaného ochlazování, 26
 - sledování paprsku, 22, 34, 42
 - zakázaného prohledávání, 26
 - zonální, 18
 - rozšířená, 21
- modul
 - optimalizační, 25
 - ukončovací, 30
- Nusseltova geometrická analogie, 102
- odraz
 - difúzní, 90
 - totální, 93
- optická tloušťka, 25
- optimalizace
 - vícekriteriální, 14
- optimalizační proměnné, 12
- podmínka
 - okrajová
 - Dirichletova, 18
 - Fourierova, 18
 - Neumannova, 18
 - omezující, 13
 - počáteční, 17
- rovnice
 - Fourier–Kirchhoffova, 16, 57
 - Fresnelovy, 91
 - přenosu hmoty, 59
 - přenosu záření, 16
- řada
 - Fourierova, 13
 - mocninná, 13
 - Taylorova, 13
- sluneční kolektor, 41
- součinitel
 - absorpce, 17, 88
 - odrazivosti, 90
 - pohltivosti, 90
 - propustnosti, 90

přestupu hmoty, 62
přestupu tepla, 60
rozptylu, 17, 88
útlumu, 88, 89

těleso

dokonale bílé, 90
dokonale černé, 90

úhel

kritický, 93
prostorový, 88

vektor

polohový, 17
směrový, 17

vodivost

tepelná, 16

vytápění, 51

přímotopné
podlahové, 8

Yamautiův princip, 104

zákon

Kirchhoffův vyzařování, 97
Lambertův, 93
lomu, viz Snellův
Newtonův, 60
odrazu, 90
Planckův vyzařování, 94
Snellův, 42, 91
Stefanův-Boltzmannův, 96
Wienův posunovací, 95

zářivá energie, 87

zářivý tok, 87

zrcadlový reflektor, 33

Rejstřík jmenný

- Arquès, D., 21
- Bangert, C., 4
Bartík, V., 2
Behnia, M., 41
Beneš, B., 12
Boehm, B., 9
Boltzmann, Ludwig, 96
Byun, J., 4
- Cess, R. D., 4
Cohen, M. F., 102
- Daun, K. J., 9
DeWitt, D. P., 64
Dong, W., 22
Dorst, L., 34
- Ehlert, J. R., 65
- Felkel, P., 12
Flannery, B. P., 26
Fontijne, D., 34
Fourier, Jean Baptiste Joseph, 16
Fresnel, Augustin-Jean, 91
- Götz, T., 23
Green, D., 60
Groenhout, N. K., 41
Gutiérrez-García, J., 13
Guzović, Z., 64
- Herschel, John Frederick William, 1
Herschel, William, 1
Hottel, H. C., 18
Howell, J. R., 9, 51
Huang, Y., 32
Hwang, K. S., 67
- Incropera, F. P., 64
- Janotková, E., 124
Jones, M. R., 4
- Kadlec, K., 9
Karvinen, M., 74
Kirchhoff, Gustav Robert, 99
Klar, A., 68
Kmínek, M., 9
Kolát, P., 59
Koten, P., 41
Kuri-Morales, A. F., 13
Kyung, C., 4
- Lan, C. W., 32
Larsen, E. W., 23
Lentes, F. T., 25
Leu, J. C., 32
- Matijašević, B., 64
Michelin, S., 21
Modest, M. F., 15
Morrison, G. L., 41
Morton, D. P., 9
- Neithardt, W., 4
Němeček, M., 68
Nusselt, Wilhelm, 60
- Pavelek, M., 124
Perry, R., 60
Pettersson, M., 57
Piranda, B., 21
Planck, Karl Ernst Ludwig, 94
Prandtl, Ludwig, 61
Press, W. H., 26
- Rantala, M., 74
Rasheed, K., 4
Reynolds, Osbourne, 60
Richards, A. R., 9
Rodriguez, D. L., 13
- Sarofim, A. F., 18
Seaïd, M., 23
Sherwood, Thomas Kilgore, 62
Schmidt, Ernst, 63
Siedow, N., 25, 68

Smith, R. F., 65
Sochor, J., 12
Sparrow, E. M., 4
Spath, D., 4
Stadler, W., 14
Stefan, Josef, 96
Storck, K., 68

Šesták, J., 57
Šorin, S. N., 64
Štecha, J., 12

Teukolsky, S. A., 26
Thömmes, G., 23
Tuković, Ž., 64

Vaněček, M., 41
Vetterling, W. T., 26

Wallace, J. R., 102
Wolfram, S., 2
Wyseure, G., 57

Yeo, Y. K., 67
Yi, S. Ch., 67

Zaidi, A., 57

Žára, J., 12
Žitný, R., 57

Glosář

bodový zdroj zdroj zanedbatelných rozměrů vůči optické soustavě (na str. 36)

difúze pronikání molekul plynu, páry nebo kapaliny mezi molekuly jiné látky vyjádřené veličinou součinitele difúze D . Existuje zde určitá podobnost s tepelně technickými vlastnostmi (na str. 57)

fresnelova čočka typ čočky, u které je pro zmenšení tloušťky redukována na soustředné hranolky (na str. 41)

koncentrátor slunečního záření zlepšuje energetický účinek slunečního záření soustředěním na menší plochu pomocí zrcadlových ploch nebo čoček. (na str. 41)

měrná tepelná kapacita c je definována jako tepelná kapacita hmotné jednotky (podíl tepelné kapacity objektu a jeho hmotnosti), přičemž měrná tepelná kapacita c značí množství tepla potřebné k ohřátí 1kg látky o 1 °C. (na str. 145)

optická tloušťka veličina definovaná jako integrál součinitele útlumu po optické dráze $\int_0^x \gamma_s(x) dx$. (na str. 25)

tepelná difuzivita a (součinitel teplotní vodivosti) vyjadřuje schopnost látky vyrovnávat rozdílné teploty při neustáleném šíření tepla vedením v homogenním prostředí, je rovna podílu tepelné konduktivity a součinu její objemové hmotnosti a měrné tepelné kapacity při stálém tlaku. (na str. 145)

Anglicko-český slovník základních pojmů

absorption coefficient – součinitel absorpce 17
Additive property – pravidlo aditivnosti 103
Ambient Temperature – teplota okolí 65
Annealing Lehr – chladící pec 68
black body – černé těleso 88
Boundary Representation – hraniční reprezentace 12
constraining conditions – omezující podmínky 13
declination – deklinace 44
Discrete ordinates – diskrétní ordináty 23
elevation angle – elevační úhel 44
Emissivity – emisivita 88
Enclosure property – pravidlo uzavřenosti 103
extinction coefficient – součinitel útlumu 89
flat glass – tabulové sklo 68
form factor – konfigurační faktor 100
Fourier Series – Fourierovy řady 13
Fresnel lens – fresnelova čočka 41
heat transfer coefficient – součinitel přestupu tepla 60
Hemicube Method – Metoda polokrychle 102
infrared heater – infračervený zářič 7
initial condition – počáteční podmínka 17
Kirchhoff radiation law – Kirchhoffův zákon vyzařování 97
latitude – zeměpisná šířka 44
objective function – účelová funkce 12
Optimization Module – Optimalizační modul 25
Planck radiation law – Planckův vyzařovací zákon 94
radiative heat transfer – přenos tepla zářením 16
radiative transfer equation – rovnice přenosu záření 16
Reciprocity Property – pravidlo vzájemnosti 102
scattering coefficient – součinitel rozptylu 17
Simulated Annealing – simulované ochlazování 26
Solar concentrator – koncentrátor slunečního záření 41
solid angle – prostorový úhel 17
Stefan - Boltzmann radiation law – Stefanův -Boltzmannův zákon vyzařování 96
Taboo nebo Tabu Search – zakázané prohledávání 26
Termination Module – Ukončovací modul 30
thermal radiation – tepelné záření 86
Wien shift law – Wienův posunovací zákon 95