Program na interaktivní test

27. 2. 2001

01

# TEPELNÁ POHODA ČLOVĚKA — THERMAL COMFORT OF HUMAN BEING

- tepelný stav interiéru, o kterém se většina respondentů vyjádří, že jim není teplo ani zima → neutrální
- min. průměrný počet nespokojených je 5% (rozdílnost ve věku, aktivitě, oblečení, pohlaví atd.)
- zdravotní stav, aktivita, ...

Lit: Prof. Fanger – Technical Review – ISSN 0007 26 21 – Technical Comfort

**Subjektivní faktory**
- zdravotní stav
- rasa, pohlaví
- věk, stáří
- psychický stav
- denní/noční doba
- barva světla + stěn, prázdnost

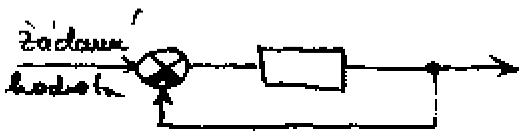
**Objektivní (kvantifikovatelné) faktory**
- aktivita
- oblečení
- teplota vzduchu
- teplota sálavých povrchů
- proudění vzduchu
- vlhkost vzduchu

**Termoregulační systém člověka**

- hypothalamus (mozeček)
- centrální regulace – core (jádro) vnitřní teplota člověka
- nástroje regulace – dlouhodobě T-konst. v čase
  - rychlost a zdroj/přísun tepla

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T\right) = \nabla(\lambda \nabla T) + \Sigma q_v$$

regulovatelné



(36 ÷ 37)°C během celého dne kolísá
– pozdní odpoledne nejteplejší, ráno nejchladnější

- receptory – kůže, mozeček, jinde ne však všude

receptory na kůži – receptory chladu (citlivější) – 4 mK/s
– receptory tepla – 1 mK/s

$\dot{s}$ – derivační člen; pomalejší nepřímé receptory (jak ucítí zimu)
uvnitř nejsou derivační členy (MUDr. Hensel)

- ovlivnění tepla – generace, odnímání
  generace tepla: 1 ÷ 10 W / kg hmoty → 1 W·kg⁻¹ – při bazálním metabolismu – nejmenší zdroj energie, kterou člověk vyrobí (tělo při ležení v klidu)
- mozek 20 W potřeba

- převod na m² → 1 met = 58,15 W·m⁻² — 0,8 met → 8 met (běžící cca 3 met)

- odvod tepla – regulace – rychlost krve – proudění; nedostatek energie – zmenšení průtoku krve ke končetinám
  < 25°C uvnitř těla → až bezvědomí; vnější (končetiny až 17°C)
- proudění změna 1:10 (změna průtoku)
  - ruce – nejdříve 1:30
  43°C – jistá smrt (víz tyto jsou teplotou)
  - třas (zimou) → svalový tonus → zvýšení metabolismu, zdroj energie
  - okrajové oblasti – jsou nedostatečně prokrveny (nedostatečné – tyto jevy mají invalidé)

[ohřátí – nejistá smrt – extrémně nedostatečné prokrvení – těžké dušení nedostatkem krve]

- Odvod tepla – odpařování (fázová přeměna je energeticky bohatá)
  z kůže

Odvod tepla
- Vypařování – difuzní (mělké) vypařování
  - pocení
  - dýchání

1g ~ vypařená energie = 2,43 kJ     4J ~ ohřát 1g vody o ~~více~~ 1°C

S – saldo (výlonové – cox zrobí a odevzdá, ± něco, celkem → 0)
M – metabolické teplo – neumíme rekuperovat
RES – dýcháním teplo
E – evaporace – vypařování
K – conduction – vedení – (na peci, v chladu)
C – konvekce   R – sálání   W – mechanická netepelná práce

- Sálání
- Konvekce
- Vedení

Podmínka rovnováhy   $S = +M \pm W \pm R \pm C \pm K - E - RES$

Srovnání člověk x kůň – kůň může stále vykonávat práci 1HP (~735 W)
– člověk cca 1/10 HP ~ 75 W trvale

Účinnost člověka – atleti 20%
– rotoped 100 W na hřídeli metabolismus 500 W   400 W → odvod teplem
– normální práce → na 1 metr zanedbatelná mech. práce
$W = N \cdot m$     1 kW – zvedl 100 kg za 1 s
~~prostým tím~~

–W – na rotopedu
+W – chůze z kopce – disipace kinet. energie (~~jedničky~~) (když jedu dolů → mění ~~(?)~~)

Metabolismus   minimum 0,8 met   lehká činnost 1 met; psaní 1,5 m
přepisování 2 met;   těžká práce 3,5 ÷ 4 met

1. Vypařování difuzní   $E_d = 3{,}05 \cdot 10^{-3}(P_s - P_a)$   $[W \cdot m^{-2}]$
$[Pa]$
$P_s$ – tlak syté páry při teplotě povrchu těla
$P_a$ – parciální tlak vodní páry ve vzduchu

Daltonův zákon – výsledný tlak směsi je součet tlaků ......

Dalton. zákon → říká, že molekuly se nevidí (molekula vody nevidí molekulu vzduchu)
- vodní pára vidí jen vodní páru (jako by tu byla sama)
- voda v hrnci vypařuje 100°C → vypaření
- menší tlak $p \sim 10^5 Pa$ → vypaření začne v nad 100°C
$p\downarrow$ → při nižší teplotě se vypařuje

[skleničku s vodou se zacpe a dá pod studenou vodu → stále se vaří t↓ p↓]
- z hlediska zdech. vody z plic → vidí jen vypař. páru
- v hrnku to vidí celkový tlak ⇒ nutno 100°C
- pomalu se vypaří – vidí jen „páru“ jednotlivé molekuly

$P_s \xrightarrow{\text{proudění páry}} P_a$ – hnané přetlakem (když ~100% vlhkost → okolo mokro!)
proudění páry ~ proudění tepla 1g ~ 2,43 W

$P_s = 256 \cdot t_s - 3373$ [Pa]   linearizovaná mez. křivka kolísání

teplota povrchu $T_s$ [°C]

$P_a = \underbrace{\varphi}_{\text{rel. vlhkost}} \cdot (308{,}98 + 105{,}891 \cdot t_a - 2{,}35153\, t_a^2 + 0{,}10895\, t_a^3)$

$(0 \div 1)$   $t_a$ – teplota vzduchu [°C]

Ed ~ 10 W/m² – typická hodnota (bez regulace)

regulace – rozšiřování pórů (u člověka nelze) u zvířat lze



hustá kůže = snížení odporu tepelného

- Pocení

$$E_{SW} = m_{SW} \cdot 2{,}43 \cdot 10^{3}$$

$[W.m^{-2}]$ Sweat průtok potu $g.s^{-1}.m^{-2}$

Vypocení za 1h z $m^2$ až 3kg špičkové hodnota dosala $1kg/m^2/os$.

vzorec platí, když se vše vypaří

(praxe - neodkapává, nepotíme se moc) → dobře navrženo (pot nekape)

- pocením se kryje 25% tepelných ztrát

- Dýchání - ztráta tepla: 1 - ohřev vzduchu
  2 - zvlhčování vzduchu

1) $L = 0{,}0014 \cdot H \cdot (34 - t_a)$ teplota zdechovaného vzduchu (na vrcholu 2500 °C)

$W.m^{-2}$ $W.m^{-2}$ ↳ teplota nadechovaného ↳ odpovídá činnosti

zanedbatelné $2 \div 5\ W.m^{-2}$ v interiéru $= H$
- nahoře těžká ostatní v $-10°C$ ($400\,W.m^{-2}$ metabol. teplo)
  (teplem pro ohřev vzduchu se potřebuje 25W)

2) $E_{Res} = 1{,}72 \cdot 10^{-5} \cdot H \cdot (5867 - P_a)$ — tlak při teplotě 34°C při teplotě zdech. vzduchu rel. vlhkost (90%)

$[W.m^{-2}]$ $[W.m^{-2}]$ $[Pa]$ ← parc. tlak vodní páry ve vzduchu

- nahoře ostatní .... $\sim 36\ W.m^{-2}$

[kultura - zpívání, pocení - podstatné více než dýchání na jiné]

Šaty - vypařování $K = \frac{t_s - t_{cl}}{0{,}155 \cdot I_{cl}}$ — teplota šatů

izolační odpor oblečení $I_{cl}$ [clo] $1clo = 0{,}155\ K.m^2.W^{-1}$ jednotka oblečená

- tlakem odvádějí šaty přes jejich odpor

nahý člověk $I_{cl} = 0\,clo$ šortky 0,1clo tropický oblek (šortky, triko, lehké ponožky, sandály) 0,3clo

- tradiční těžký oblek (jäger-pradlo) ..... 1,5clo

Sálání $R = f_{eff} \cdot \varepsilon \cdot f_{cl} \cdot \sigma \left[ (t_{cl} + 273)^4 - (\bar{t}_r + 273)^4 \right]$

opraž. koef. ← povrch šatů; střední sálavá teplota mean radiant temperature

σ - Stefan Boltzmann
ε - emisivita šatů - (dá se sálají černé) → šaty sálají černě (na mikrovlnní)

$f_{eff}$ - sálání i na sebe samo - vlastnoruční činitel (sedící člověk na sebe sálá 0,696 ÷ 0,725 sedící stojící) ⇒ průměr 0,71

$f_{cl}$ - nesáláme jen ze šatů
měřením - závislost na tepelném odporu $I_{cl}$

$\bar{t}_r$ $t_r^4 = \sum \varphi_{i} \cdot T_i^4 - 273$ - posčítání a vážování 4. mocnin

činitel osálání na člověka (menší těleso o to zhavější)

(radiátor pod oknem je konvektor)

③

[illegible]

Konvekce $C = f_{cl} \cdot h_c \cdot (t_{cl} - t_a)$

$h_c = \alpha$ $h_c = 2{,}38 \cdot (t_{cl} - t_a)^{0{,}25}$ $|t_{cl} - t_a|$ v abs. hodnotě! $\alpha$ = hledaný

$h_c = 12{,}1 \cdot \sqrt{v_{ar}}$

$v_{ar}$ – rel. hodnota rychlosti vůči člověku (bere se i větru) [m.s$^{-1}$]
abs. hodnota pro $\alpha$ !! $\alpha$ vždy hledané

Saldo – pokud možno 0 – podmínka nutná – nikoli postačující (je ale hodně zachování!)

Pohoda musí respektovat ještě 2 rovnice, a to:

1) pokožka $t_s = 35{,}7 - 0{,}0275\,(M - W)$ [°C] } klíčové rovnice pohody

2) pocení $E_{SW} = 0{,}42\,(M - W - 58{,}15)$ [W·m$^{-2}$]

ad 1) pracuje-li více ⇒ povrch těla má být chladnější

ad 2) potit se člověk má tímto způsobem

PMV vzorce pokr.

---

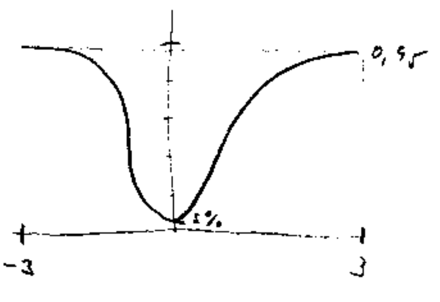
8.3.2001 Zákony nezachování
02

$$PMV = 0{,}303 \cdot e^{-0{,}36 M} + 0{,}028 \cdot \Big( (M-W) - 3{,}05 \cdot 10^{-3}\,(5733 - 6{,}99 \cdot (M-W) - p_a) - 0{,}42\,((M-W) - 58{,}15) - 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot M \cdot (5867 - p_a) - 0{,}0014 \cdot M \cdot (34 - p_a) - 3{,}96 \cdot 10^{-8} \cdot f_{cl}\,\big((t_{cl}+273)^4 - (t_r+273)^4\big) - f_{cl} \cdot h_{cl}\,(t_{cl} - t_a)\Big)$$

$$t_{cl} = 35{,}7 - 0{,}028 \cdot (M-W) - 0{,}155 \cdot I_{cl}\,\Big(3{,}96 \cdot 10^{-8} \cdot f_{cl} \cdot \big((t_{cl}+273)^4 - (t_r+273)^4\big) + f_{cl} \cdot h_{cl}\,(t_{cl} - t_a)\Big)$$

PMV = 0 = tepelná pohoda −3 velká zima lidem přijde... +3 velké teplo

PPD Probable Percentage of Dis...




EU (až 15 %) nespokojených

Symetrie oslnění (z jedné hodně a druhé zima ⇒ nejhorší průměrně = střed)

– proudění!...

PMV 12 – [illegible]

# TEPELNÁ ČERPADLA

Ing. M. Švóč

– bez tepelných zdrojů!

Zákon zachování

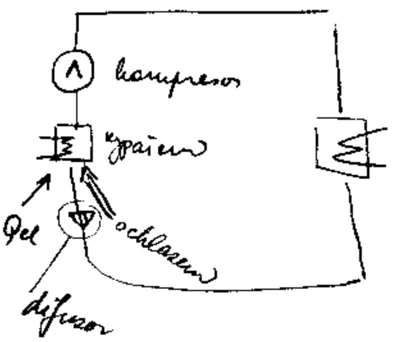
– z nízkopotenciální energie → vysokopotenciální energie

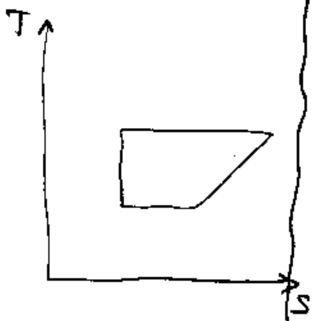
– mnoho vody na malém spádu × málo vody na velkém spádu

$Q_1 + Q_{el} = Q_2$

dodaná energie

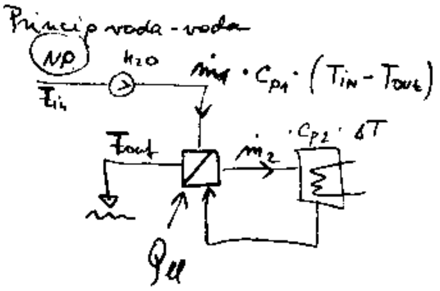
uzavřený okruh




přidáváme-li v 1) výměníku teplo, pak se nám ve výměníku ochlazuje a v kondenzátoru topí

Princip voda-voda




nízkopotenciální

odběr NP vody → do tepel. čerpadla + el. energie → zpět vracíme → získání tepla

Max. ohřev vody na 160 °C

výstupní voda zpravidla max ~~max nad~~ 2 K nad teplotou fázové změny (tj. max 2°C)

– možnost práce tepel. čerpadla jako chladicího zařízení

– ledová plocha chlazení a pólední bazén topení (např. výparník – nízká teplota pod bod mrazu)

$m_1 \cdot c_{p1} \cdot (T_{in} - T_{out}) + \cancel{Q_{el}}\, P_{el} =$

$= m_2 \cdot c_{p2} \cdot \Delta T$

$Q_{el}$ – jde o mech. energii ($\eta \to 1$) ⇒ $Q_{el}$

$Q_{top} = \varepsilon \cdot P_{el} = m_2 c_2 \Delta T$ ; $\varepsilon$ = topný faktor (zákl. charakteristika celého zařízení)

$\varepsilon = \varepsilon(T_{in}, T_{out}, \text{geometrie zařízení})$

$\varepsilon$ – na jaká média, výměník (souproud × protiproud)

Systém Voda-Voda $\quad \varepsilon_{v-v} \in (3{,}5 \div 5) \quad$ $\varepsilon \uparrow$ ⇒ vyšší zisk topného systému

↳ podmínka nezamrznutí

– odběr ze stacionárního zdroje do 2°C (studna, rybník)
– odběr z proudícího zdroje min 2 l/s odb. proud.

Syst. Země-Voda – nezávislé na zamrznutí
– ekonom. problém (trubky pod povrchem do hloubky 1,8 m)
médium (líh+voda nebo glykol+solanka)
– zámrzná hloubka 80 cm v ČR (100 ÷ 800 m hloubka)
– dostatek geotermální energie
– nevýhoda pořiz. topného systému → plocha pozemku

– vrt – dostatečně hluboký s velkým tepelným spádem $\quad$ 1000 ÷ 1500 Kč/m
– nejelegantnější a nejdražší $\quad$ 200 ÷ 400 m

USA : Systém Vzduch - Vzduch — přívod média (pokud teplota okolního vzduchu potřebná)

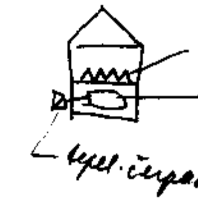
$\varepsilon_{V-V}$ (3,5 ÷ 5)
$\varepsilon_{Z-V}$ cca do 6 (6 – maximum)

— vhodné pro nízkoenergetickou teplotu betonu

$\varepsilon_{A-A}$ (1,8 ÷ 2,8)
Vzduch - Vzduch

Systém Beton – Voda — akumulace tepla a poté odčerpání TČ tepla

beton – ve (pražských) základech
– energetické ploty
– slunce → akumulace do betonu a pak do tunelu





(pod 2m podle hladiny spodní vody)

Nízká úspora charakterizuje topný faktor — zisk nákladů.

Př.) 130 m² 390 m³ – obestavěný prostor ΔP příkon 8 kW Pozemek 220 m² → had 400 m
1,8 m hloubka
115 tis. Kč
160 tis. Kč → regul. montáž
80 tis. Kč kotel. 5100 kW/rok 1 Kč/kWh tepelné

rozdíl je splacen za (80 tis.) 4 roky realizují 7 let

Příkon elektromotoru čerpadla do 10 kW

Spolehlivost zařízení – neznámá (nejsou zkušenosti, stále nové zdroje)

Kombinace s HDO (zvýhodněná tarifa

Cena plynu $C$ = 6,8 Kč/m³
Výhřevnost $h$ = 38 MJ 1,6 ÷ 1,7 Kč/kWh návrh: s HDO nabízí el. energie 1,2 Kč/kWh

HDO – 4h ÷ 17h volná dodávka
7h – pevná dodávka

Digitální měření spotřeby (neumějí to měřit staré el. měřiče)

ČR – teplota celodenního extrému Celá ČR −12°C Vybrané lokality (−10°C ; −15°C)

(v létě vzduch – vzduch chlazení tepelným čerpadlem → velký odběr vlhkosti ze vzduchu → nutná klimajednotka (zvlhkovač)

Přílišná vlhkost a přílišná suchost — obě vadí stejně

Teplovzdušné zlepšení $t_{požadované}$ + max. 4 °C !
v teple však vlhčího vzduchu avšak zvýšení teploty se zvýší i teplota rosného bodu → nekondenzuje

13.3.2001

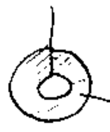
# NESTACIONÁRNÍ SDÍLENÍ TEPLA V OBYTNÝCH MÍSTNOSTECH A STACIONÁRNÍ

a) „lumped-heat-capacity-systems" – případy, kdy lze řešit sdílení tepla řešením obyčejné diferenciální rovnice (místo parciální)

vždy platí: $\rho c_p \frac{dT}{dt} = \rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla T\right) = \nabla(\lambda \nabla T) + \sum Q_v \qquad / \int_V \dots dV$

neboli: $V \rho c_p \frac{dT}{dt} = \sum_i P_i$

Př. Cu kulička – v ní je otvor, na povrchu $T$, okolí $T_0$



$\alpha, \sigma$ konvekce, sálání

Cu $\lambda \doteq 300$ W/K

ΔT mezi povrchem a uvnitř nebude větší než zhruba ~0,01 K

celé má 1 teplotu a řešení této rovnice

=> je-li toto splněno, pak a) „…"

možná dekompozice → řešení se soustředěnými parametry

(1 cm ~ F (koule o r ~ 1 cm) ~ 1 pF

Lze tehdy, když můžeme rozdělit systém na části:

dobře tepelně vodivé + velká tepelná kapacita, nebo tekutiny: dobře míchané

málo tepelně vodivé s malou tepelnou kapacitou

Obytné budovy – vystačíme s mícháním pomocí přirozené konvekce a pohybem lidí => jedna teplota
- kolem stěn podél se má vzduch poměrně velkou rychlost
- $\frac{1}{2}\rho v^2$ → dynamický tlak se promění na statický (urychlujeme vzduch → změna rychl. pole. (jednoduché, nutno)
- stejně pevné těleso s tekutinou (na povrchu tekutiny stejná rychlost jako povrch)
- kinet. energie – hustota $\rho v^2$; dynam. tlak → stat. tlak → zvýšení tlaku $v\downarrow \Rightarrow p\uparrow$ → stav. rce =>

Teplota ↑ => ohřátí vzduchu → sdílení tepla ovlivňuje povrch, (tření molekul, dusík)

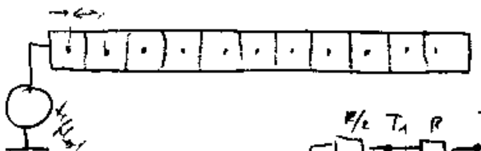
$\frac{\alpha \cdot V}{S \cdot \lambda} < 0{,}1$ Podmínka, kdy platí, že těleso nevykazuje rozložení teploty (pro technickou přesnost)

Bi – Biotovo číslo

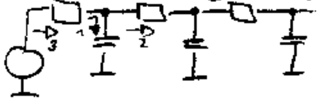
$\frac{\alpha \cdot k_v d^3}{k_s \cdot \lambda \cdot d^2} = \frac{k_v}{k_s}\left(\frac{\alpha \cdot d}{\lambda}\right) = \frac{k_v}{k_s}, \frac{\alpha}{\frac{\lambda}{d}}$ sdílení tepla konvekcí / vodivost stěny tloušťky $d$

tělesa

Tyč:



délka $l$, rozdělena na $n$-dílů, a ty brány jako lumped kapacity



náhradní el. schéma

1. uzel $C \cdot \frac{dT_1}{dt} + \frac{1}{R}(T_1 - T_2) - \frac{1}{R/2}\cdot(T_0 - T_1) = 0$

$C = \frac{\rho c_p \cdot V}{n} = \frac{\rho c_p \cdot S \cdot l}{n}$

$R = \frac{l}{\lambda S n}$

2. uzel $C \cdot \frac{dT_2}{dt} + \frac{1}{R}(T_2 - T_3) - \frac{1}{R}(T_1 - T_2) = 0$

$\rho c_p \cdot S \cdot \frac{l}{n}\frac{dT_i}{dt} = \frac{n \lambda S}{l}(T_{i+1} + T_{i-1} - 2T_i)$

$C\frac{dT_i}{dt} + \frac{1}{R}(T_i - T_{i+1}) - \frac{1}{R}(T_{i-1} - T_i) = 0$

$\rho c_p \frac{dT_i}{dt} = \frac{T_{i+1} + T_{i-1} - 2T_i}{(l/n)^2}\cdot \lambda$ (2. derivace s cyklem. této se taktopak)

$C\frac{dT_i}{dt} + \frac{1}{R}(2T_i - T_{i+1} - T_{i-1}) = 0$

diskretizace prostoru, v čase obecná dif. rce

OBYTNÉ BUDOVY — vzduch lze považovat za lumped-heat-capacity

Brož - Vytápění
1x za 2h váhat

MÍSTNOST - ustálené

1) vzduch - proudí
- dostává energii a teplem, donutí ohledy vzduch, odebírá teplo stěnami a tak i jim teplo předává

počet stěn (aktivně včetně člověka)

$$\dot{m}_v c_p (T_{ev} - T_{vin}) + P_k - \sum_{i=1}^{n} S_i \alpha_i \cdot (T_{vin} - T_i) = 0$$

objem. větrání — vzduch vně — uvnitř — konvektivní dodaný zdroj a tepelná zdroje (fén) — teplota stěny — konvekce při stěně
zdroj objem. tepelné zátěže

- vzduch se uvažuje jako průteplný (sálání - prosvítá celou konstrukcí - sklo)

$$\alpha_i = 2{,}076 \frac{|T_i - T_{vin}|^{0{,}3337}}{|T_i + T_{vin}|^{0{,}0791}} \qquad \alpha[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}] \qquad T[K]$$

jen konvekce

mezní stavy
($\alpha = 8$ uvnitř)
($\alpha = 23$ vně)

$P_k$ - veškeré sálání člověkem. Norma uvažuje i sálání ⇒ jiné koef.

2) povrchy i-tý povrch: $S_i(\sigma T_i^4 + \alpha_i (T_e - T_{vin}) + g_i \cdot (T_i - T_{ei})) - \sum_{j=1}^{n} S_j \sigma \varphi_{ji} T_j^4 = 0$ (1) (2) (3)

! stěny bereme černé (těleso) (opticky jsou bílé, ale v infra jsou černé)

1) ztráty vyzářené i-tou stěnou (skutečná stěna)
2) dodání konvekce
3) odvod skrz stěnu na druhou stranu $g_i = \left(\frac{1}{\alpha_{vnější}} + \frac{d}{\lambda}\right)^{-1} \cong K$ stěna

$\varphi_{ji}$ - konfigurační faktor - (0,1)
uzavřená místnost $\sum_j \varphi_{ji} = 1$ $\qquad T^4[K]$

$g_i$ — $\alpha_i$ — $\sigma T^4$ — $\sigma T_4$ — $\sigma T_4$ — sálání stěn j

Vyhnout se výpočtu s okny (jen mají tepelný odpor a snižují výpočet)

Chci-li dobře topit (tepelná pohoda ⇒ přibydou další rovnice):
Tepelná pohoda — $t_a + 273 = T_{vin}$
— $(\bar{t}_r + 273)^4 = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot T_i^4$ $\qquad w_i$ - konfigurační faktor z stěna - člověk

$P_k$ → dokážeme splnit $t_a$ 1) }
splníme 2. rce radiátorem 2) } ⇒ Zvolený druh tepelné pohody lze ručit pouze 2 prostředky obecně (lze i jedním druhem topení dostat na obě rovnice)
⇒ 2 regulátory (pro kombinační zvolenou $t_a$ a $t_r$)
$t_a$ a $t_r$ - uvažujeme (ta držet co nejníže a tr regulovat)

Řešení: α - nelinearita T - 4. mocnina

(zadání-li v iteracích dobrý první odhad ⇒ vede rychle k výsledku)

odhad - volba hodnoty všech neznámých ⇒ výpočet α, linearizace sálání (náhrada $T^4$ pomocí $T_0^4 + 4T_0^3 \cdot (T - T_0) = T^4$
k odhadu (α a $T_0$) α jako konst. → soustava lin. rovnic ⇒ lineární soustava rovnic → řešení → výpočet α, $T_0$, T a znovu to opakujeme
- řešení existuje a právě jedno

stacionární lze řešit cokoli

## Nestacionární řešení

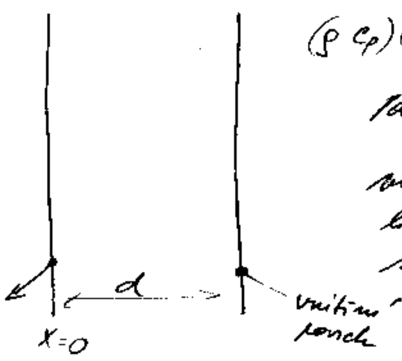
1) **vzduch** $\dot{m}_v \cdot c_p (T_{ev} - T_{vin}) + P_k - \sum_{i=1}^{n} S_i \alpha_i (T_{vin} - T_i) = m \cdot c_p \cdot \frac{dT_{vin}}{dt}$

kvanienko → zvětšíme topení ($P_k \uparrow$) ⇒ roste (hladká derivace)   m - hmotnost vzduchu v místnosti (i stěn krajní)

pg. zde z počátečních podmínek známé → snazší je zde řešení dif. rovnic (řeší postupně, ne najednou).

F.-k. rovnice platí všude   řešení celku nejo kurd

2) **Stěna** konečná




$(\rho\, c_p)(x,T)$   $\rho c_p(x,T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(x,T) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\right)$

Poč. podmínka: $T(x, t=t_0) = f(x)$   rozložení teploty (neznáme)

vliv teploty před x dlouhou dobou → není zjistitelné ⇒ volba libovolné poč. podmínky → za určitou krátkou dobu se stav předtím zapomene

1) - stálá zdola?   2) $\alpha$ ano   3) $g_i$ ne, ale derivace podle x pravá strana různé (ad 2) stac. pomy) :

$$S_i \left(\sigma T_i^4 + \alpha_i (T_i(d,t) - T_{vin}) + \lambda \cdot \frac{\partial T_i}{\partial x}\Big|_{x=d,t}\right) - \sum S_j \sigma \varphi_{ji} T_j^4 = 0$$

na povrchu

Prostup tepla dovnitř pomocí Fourier. zákona - prostup dovnitř - povrch (vytvořená plocha) - nelze dovnitř akumulovat teplo, musí to mít nějakou hmotnost

tepl. hmota - zpoží tepl. budov   ((člověk vnímá) červenou barvu (objekt) jako užší!!)

*vnější povrch:* ... (x=0)

- vliv Q od Slunce

---

Text: Internet   TERMODYNAMIKA   VLHKÝ VZDUCH   20.3.2001 04

$\boxed{\text{Obr. 4}}$ - pro důkaz 1. věty termodynamiky ; termodyn. rovnováha je omezena na celou řadu veličin → v okolí se nemůže s látkou nic dít

Izolovaný systém: $dq$   $\partial q = du + p\,dv$   $v = \frac{1}{\rho}$   du - vnitřní měrná energie (pro 1 kg látky)
přivedením tepla při látka zvětšuje objem   $\boxed{\text{Obr. 1}}$   $p\,dv$ - vnější (absolutní) práce
(na pístu je z jedné a z druhé strany stejný tlak → žádná síla → žádná práce)

Stavové veličiny   $p \cdot v = R \cdot T$   - veličiny schopné definovat stav

Další stavové veličiny   u - energie ; entalpie $h = u + pv$
1. věta termodynamická (2. formulace)   $\delta q = dh - v\,dp$

- 1. formulace - děj v konst. objemu   $\partial q = du + p\,dv$   - nevyměňuje se pracovní látka
  2. formulace - procesy při stálém tlaku   $\delta q = dh - v\,dp$   - vyměňuje se pracovní látka
- ve 2. formulaci - je schovaná využitelná práce   $-v\,dp$ = technická práce (výměna látky → přijde např. pára něco vykoná a odejde)

1) $g = u + pv - Ts = h - Ts$   Helmholtzova funkce
2) $f = u - Ts$   Gibbsova funkce

Funkce nacházejí velký význam ve fyzikální chemii - charakterizují schopnost látky chem. reagovat

2) reakce v uzavřeném objemu Helmholtz
1) Gibbs - schopnost reakce látky s druhou   (je-li minimum → pak je možnost reakce vyčerpána)

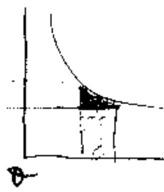
min g – konečný stav v průtočném systému
min h – konečný stav v uzavřeném

– normování funkcí g, h, na určitou teplotu a tlak

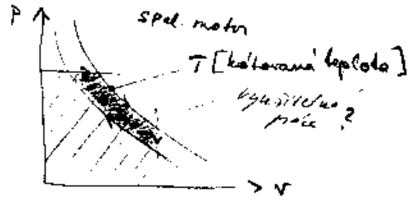
minimum → zjistí-li nalezení 1, pak konec.

Rovnice g, h – pro participanty v rovnováze

Technická práce na obr. 1.




Obr. 3 – nakreslit:

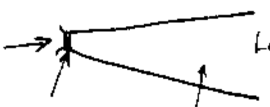



Stirlingův motor – nevyměňuje látku (výměník) (výměna tepla)

$\boxed{\text{Obr. 3}}$ $\frac{\delta q}{T} = ds = c_p \cdot \frac{dT}{T} + p\,\frac{dv}{T}$

Přivedeme-li teplo, pak se změní další stavová veličina

Plyn proudící z Lavalovy dýzy



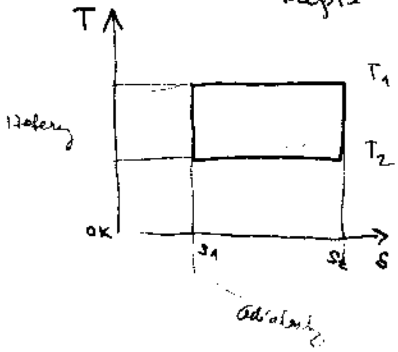

Tepelná smrt vesmíru – $\sum s \downarrow$ až vesmír zemře (vychladne)

Ve vratných entropie neklesá a ve nevratných roste
(např. chlazením dýzy klesne entropie!)

2. VTD Ve vratných procesech se entropie nemění a v nevratných procesech stoupá ⇒ platí jen pro cyklické procesy

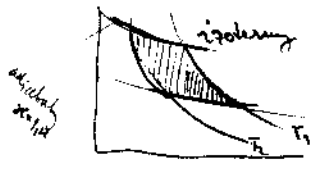
Vůči stav. veličiny v cyklu $\sum$ ve stejném poč. a koncovém bodě všechny veličiny až na entropii mohou být stejné

Entropie – dobrá pro měření vratitelnosti systému




Testovací diagram pro tepelné stroje

0K (0 kelvina – hospodaření vesmíru)




$pV = MR \cdot T$ $pv = RT$

Intenzivní veličiny – nereprezentují se množstvím látky $T, p, s$

Extenzivní veličiny – násobením (hmotnostní veličiny) → $u, h, S$
→ sčítají se

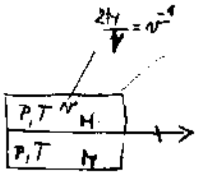
Termodynamika – Termokinetika    Termomechanika – Termostatika / Termodynamika

nauka o sdílení tepla (zahrnuje i nauku o přenosu hmoty, difuze atd.)

Ireversibilní Termodynamika (nevratné, nerovnovážné stavy)

Daltonův paradox

Gibbsův pokus:




Po smíšení plynů (jiných plynů, $R_1 \neq R_2$) → entropie vzroste, 1. část entropie → plyn 1 → se vetřel mezi molekuly plynu 2 a naopak

Plynové konstanty → participují se vztahu pro změnu entropie!

Případ $R_1 = R_2$ → vzrůst entropie tam bude → nevratný proces ⇒ s↑ (nevratný proces → molekuly nelze vrátit).

Daltonův paradox ⇒ entropie musí vzrůst $\boxed{\text{Obr. 5}}$

Směsi plynů – tekutina – vše co teče (i kapaliny a vzdušiny)

kapalina – Newtonské a Ne Newtonské

vzdušiny ← ~~kapo~~ plyny, pára

z ~~kapaliny~~ vypařené z kapaliny plyny

$\boxed{\text{vzduch}}$ ($p_v$, (V), $1m^3$) + $\boxed{\text{vodní pára}}$ ($p_p$, (P), $1m^3$) = $\boxed{P = P_{at}}$ $1m^3$

$P_{atmosférický} = P_{at}$

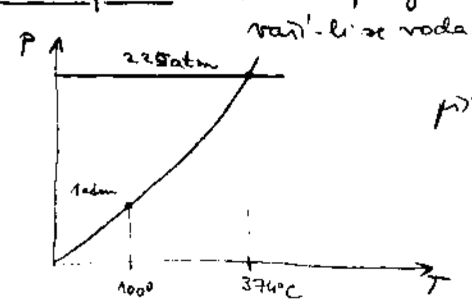
$P = P_v + P_p$

$P_v, P_p < P < P_{at}$

$P_p$ – parciální tlak vodní páry   $P_v$ – parciální tlak vzduchu

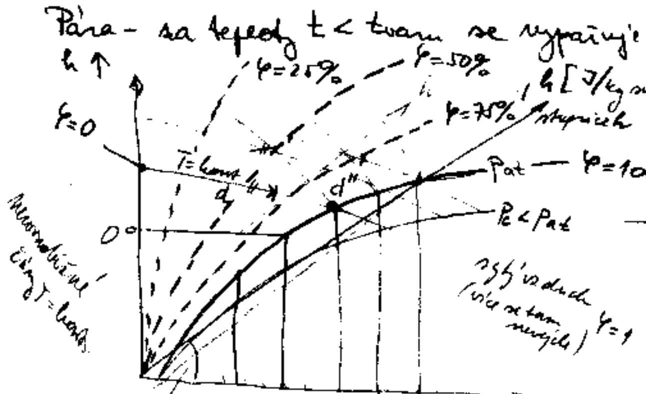
Vodní pára – vzniká, když máme vodu a příslušnou teplotu

vaří-li se voda → pára nad kapalinou má tlak okolí (může nahradit okolí)




při $P > P_{krit.}$ – přestává existovat rozdíl mezi párou a vodou → → vše se přemění v páru

Pára – za teploty $t <$ tvaru se vypařuje, ale ne varem




d – obsah páry $[J/kg]$ – měrná vlhkost $d = f(s)$

→ do vzduchu se vejde více vlhkosti

h-d-diagram

φ – relativní vlhkost: $\varphi = \frac{P_p}{P_p''(T)} \sim \frac{d}{d''_{nasyc}}$

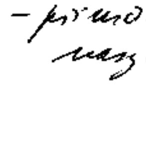
$P_p''(T)$ – při určité teplotě, kdy je vzduch nasycený

– relativní vlhkost + teplota →

– určitý stav vzduchu + izoterma → foukáním páry do vzduchu → pak změna polohy po izotermě (kroužek nad ní) → dostaneme se ~~nat~~ konec

(parní vstřikování → nezměníme teplotu, ale vlhčí vzduch)

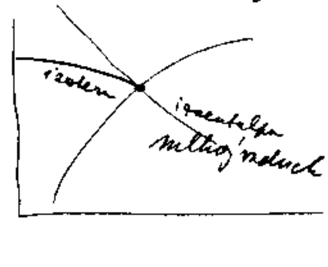
– vstřikování studené vody do vzduchu (místo na teplotu vstřikované vody ideálně)

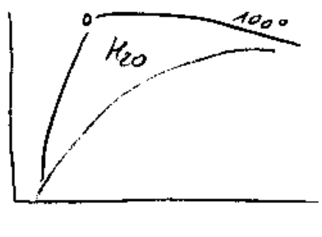


11

Adiabatické pračky (vodotrysk vzduchu - proudění vzduchu) →
→ průběh probíhá po izoentalpě

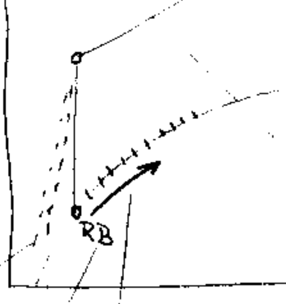
Vstřikování horké vody do vzduchu




izoterma se na křivce lomí a postupuje dále po izoentalpě

Chlazení vzduchu   výchozí stav vzduchu




- vzduch přes výměník tepla
- chlazením vzduchu se vzduch nasytí (existence)

dnes kapacitní měření rel. vlhkosti

Ob. 7   průběh procesu chlazení

Rosný Bod

<u>Vymrazování vzduchu sorbentem</u> - <u>adsorbce</u> - spočívá na kapilární kondenzaci $\Delta p = -\frac{2\sigma}{r}$ pokles tlaku par v kapiláře kruhové o poloměru $r$, $\sigma$ povrch. napětí kapaliny

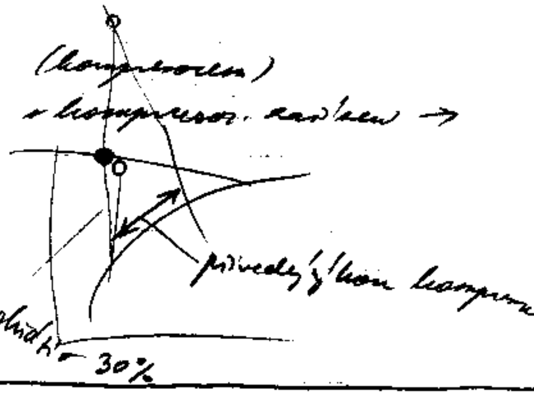
kapička se zmenšuje až zmizí

O +

- silikagel - probíhá tzv. kapilární kondenzace vlhkosti uvnitř
- absorpce - jde do těla sorbentu
- adsorpce - jde na povrch sorbentu

<u>Odvlhčování absorpčním chladicím zařízením</u> (kompresorem)

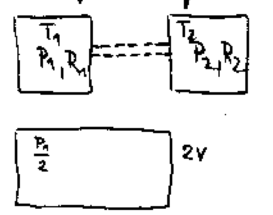
- odvedené teplo (rozdíl entalpií) → chlazeno v kompresor. zařízení → zpětné chlazení (zdroj 27÷33°C)




27.3.2001
05

Daltonův paradox   $P_1 = P_2 = P_{total}$

R, T, P




Smíšení plynů

$P_1$ → po smíšení → rozpínání $V \to 2V$ → $p \to p/2$

$\delta q = dh - v\,dp$ $\qquad ds = c_p \cdot \frac{dT}{T} - v\,dp \cdot \frac{1}{T}$ $\qquad p \cdot v = R \cdot T$ $\qquad p = R \cdot T \cdot \rho$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \qquad \rho = \frac{p}{RT}$$

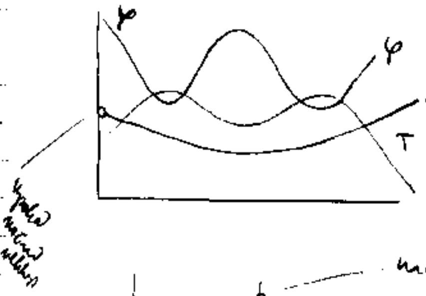
izotermické $\Rightarrow$ $ds = -R \frac{dp}{p}$ platí pro oba plyny

$ds_{\text{celk}} = -2R \frac{dp}{p}$ celkový přírůstek $\qquad dp$ (je záporné) $\qquad$ Změna entropie teploty, vody, dokud nebudou složky zcela stejné.

Směšování vzduchu o různém tlaku

$h_{(1+d)}$ $[J \cdot kg^{-1}]$ vztaženo na suchý vzduch (s tím se nic neděje) $\qquad$ extenzivní veličina zachovává se

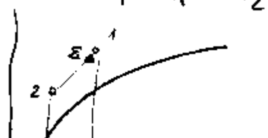
$d$ [g/kg suchého vzduchu]



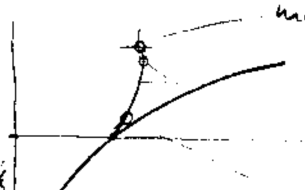

Základní bilance
$[kg] \cdot [J/kg]$

$M_1 \neq V \cdot \rho_{d_1}$ !

$$M_1 \cdot h_1 + M_2 \cdot h_2 = (M_1 + M_2) \cdot h$$



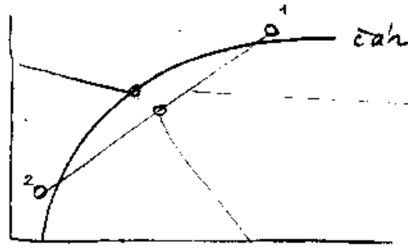
$c_p \to c_{pa}$ - vzduch, $c_{pp}$ - pára




Směšovací přímka (teorie, hypotéza)

Je-li prouděním u povrchu kulové menší vrstva s velkou kapacitou v okolí změn tlaku (plochy)

Zdvih na směšovacím poměru




jdeme správně pod čárou sytosti? (nezáleží na T)

teplota zvlhčeného vzduchu, které zjde

To, že se komíny od páry zvětšují na relativní vlhkosti okolí!

Tepelný tok podporuje difuzní tok. $\qquad$ V létě se zbavíme prachu méně než v zimě (+ tepelný tok)

$$Q_\Sigma = Q_{\text{citelné}} + Q_{\text{latentní}}$$

změna teploty $\qquad$ změna fáze

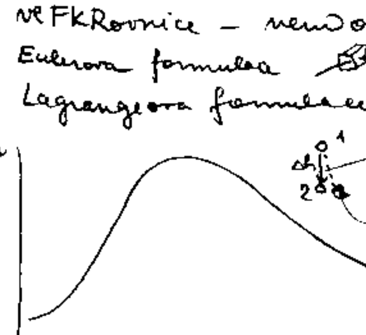
<u>Fourier-Kirchhoffova Rovnice</u>

$$\rho c_p \cdot \frac{DT}{dt} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \Sigma q_W \quad [W/m^3] \text{ Rovnice energie} \qquad \delta q = dh - v\,dp$$

ve FK Rovnici – není obsaženo nic, co koná plyn

Eulerova formulace ~~⟶~~

Lagrangeova formulace + obohacení o kinetickou energii : $\delta q = dh - v\,dp + W_{kin}$



hustota toku

$q_\Sigma = q_{cit} + q_{lat} \Rightarrow g_\Sigma = g_{cit} + g_{lat} = \alpha(T-T_s) + r\cdot\beta_c(c-c_s) \rightarrow$

$\beta_c$ – součinitel přestupu látky vztažený na koncentraci [kg/kg]
$c$ – koncentrační koeficienty [$kg\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}$] hustota toku
$r$ – výparné teplo [$J\cdot kg^{-1}$]

pro koncentraci látky je hustota důležitá ⇒ $c \rightarrow \rho$ (velmi málo vody)
↳ úměrná hustota koncentraci

zákony:

$\rho = \frac{p}{RT}$   Fourier $q = -\lambda \operatorname{grad} T$

Fick: $m = -D_c \operatorname{grad} c$   $= -D_p \operatorname{grad} p$

měrná vlhkost $d = \frac{R_a}{R_v}\cdot\frac{p_d}{p_{atm}-p_d} \doteq \frac{R_a}{R_v}\cdot\frac{p_d}{p_{atm}}$ konst

(plyn. konst. vzduch, voda; $p_{atm}$ 100 kPa)

hnací silou je $d$ na povrchu

$g_\Sigma = \alpha\cdot(T-T_s) + r\cdot\beta_d(d-d_s)$

$h - h_s = c_p\cdot(T-T_s) + r\cdot(d-d_s)$

Vodní páry je málo
Pr (Prandtlovo číslo vzduchu) $\doteq 1$
$Pr = \frac{\nu}{a}$ – vazkostní síly / tepelná vodivost

$Sc\ (\text{Schmidt}) = \frac{\nu}{D_c} \doteq 1$

$\Rightarrow Le\ (\text{Lewiss}) = \frac{Pr}{Sc} \doteq 1$   → Trojná analogie

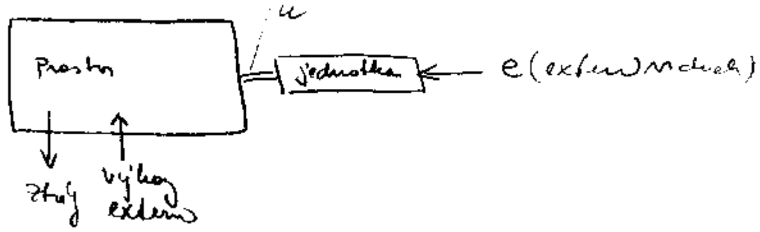
Lewisův poměr $L_e = \frac{\alpha}{\beta_d\cdot c_{p(a,d)}}$ vlhkého vzduchu

$g_\Sigma = \beta_d\cdot\left(c_p(T-T_s) + r\cdot(d-d_s)\right) = \beta_d(h-h_s)$   Merkelova rovnice

Přenos tepla a hmoty mezi vzduchem je hnací spádem rozdíl entalpií!

Př. klimatizační jednotka   h-d diagram informace pro určitý okamžik

1) Tepelně-vlhkostní bilance




Fourier-Kirchhoff

$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar v\nabla T\right) = \lambda\nabla^2 T + \Sigma Q$

Rovnice difuze

$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \bar v\nabla\rho = D_\rho\nabla^2\rho + \Sigma R_v$ – suma energií v objemu

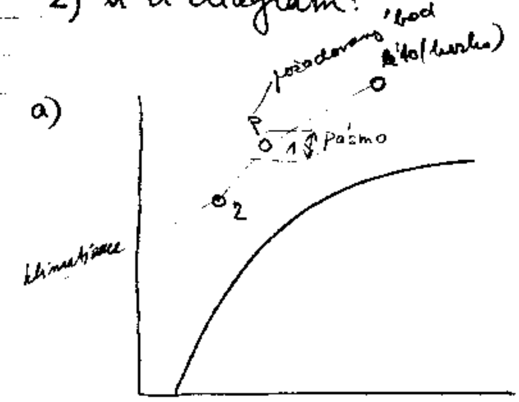
Gaussova věta   obě rce zintegrovat   (rovnice pro bod → integrálem pro celou oblast)

$\int \bar v\nabla T$

Gauss: $\int_V \operatorname{div}\vec A\, dV = \int_{S_V} \bar A\, d\bar S$

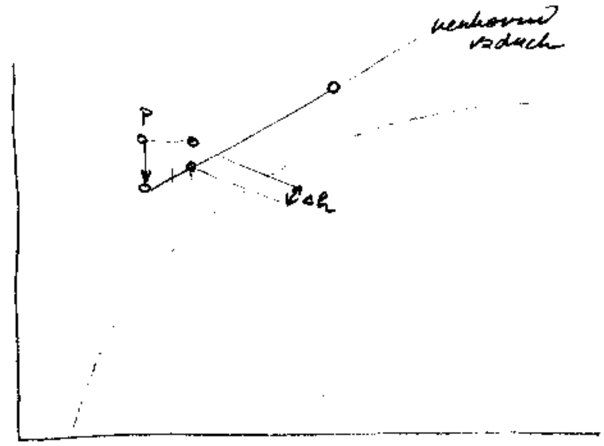
## 2) h-d diagram:

a)




$P \Rightarrow$ smíšení (léto + 2)

b)




b) trubky ohřívat

$k = 22$ $W \cdot m^{-2}$
$S = 20\,m^2$
$T_s = 70\,°C$
$T = 20\,°C$

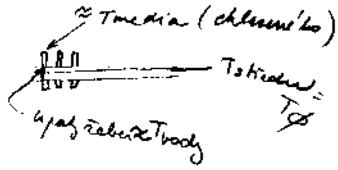
Místnost chlazení

$$\underbrace{\Delta h}_{\text{ohřátí}} \cdot M_s = k \cdot S \cdot (T_s - T)$$

teplosměnná plocha; posunutí; souč. prostupu tepla; pára; požadovaná

Vodní chladič (trubkami protéká voda)

$T_{V_1} = 3\,°C$ $\qquad T_{V_2} = 7\,°C$ $\qquad$ účinnost ochlazování $\eta_z = 0{,}8$




$k$(měď) = 24 $\qquad \alpha$ (na straně vzduchu) $= 45\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

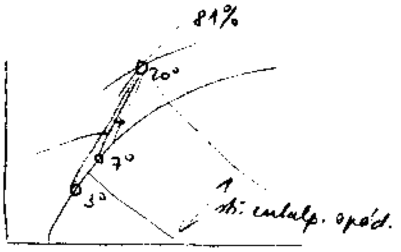
$\hookrightarrow \beta_d = \frac{\alpha}{c}$ (pro $Le = 1$ Lewis)

$S = 30\,m^2$ $\qquad$ Tmedia > Tvody

Stav chlazeného vzduchu $\qquad T_1 = 20\,°C$, $\varphi_1 = 81\,\%$ $\qquad$ $c_p$ vzduch $= 1020\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

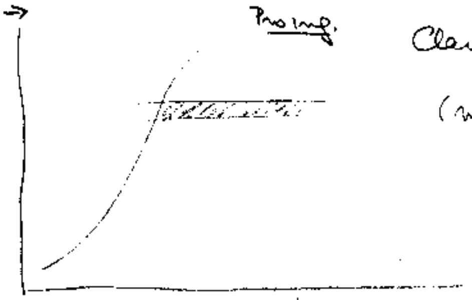
$$(T_\varnothing - T_V) \cdot \eta_z = T_\varnothing - T_s \quad \text{spočteme}$$

Návod:




zhruba spočítat.

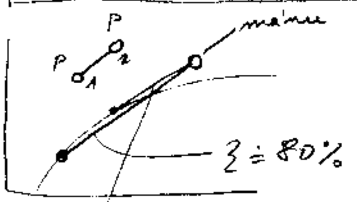
ideál forma dle $\eta_z \Rightarrow$

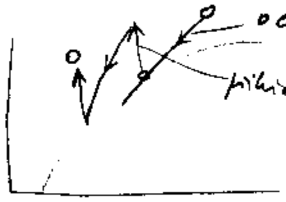


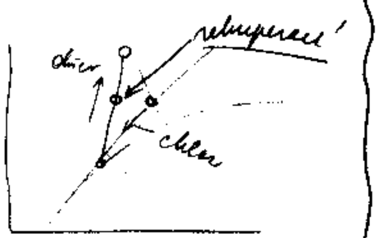

Clausius-Clapeyronova rovnice.

(modelování směsi)

Rekuperace s chlazením




$\eta = 100\,\%$

Co lze dělat se vzduchem.

Fourier Kirchhoffova rovnice: $\rho c_p \left(\underset{1)}{\frac{\partial T}{\partial t}} + \underset{2)}{\vec{v}\cdot\nabla T}\right) = \underset{3)}{\nabla\cdot(\lambda \nabla T)} + \underset{4)}{\Sigma q_V}$

1) stac. změna teploty v čase
2) proudění a změna teploty
$T = f(t, \dots)$
3) výměna tepla vedením
4) ostatní zdroje (vnitřní i vnější)

Gaussova věta $\int_V \operatorname{div} \vec{A}\, dV = \int_{S_V} \vec{A}\cdot d\vec{S}_V$
divergence – zdrojovost
+ vyvěrá – díra
A tekoucí plochou objem $dS_V$

$\operatorname{div}(\vec{v}\, T) = \nabla\cdot(\vec{v}\, T) = T\cdot\underset{4_V}{\nabla\cdot\vec{v}} + \vec{v}\underset{9_V}{\nabla T} \Rightarrow \quad \vec{v}\nabla T = \nabla\cdot(\vec{v}T) - T\cdot\nabla\cdot\vec{v}$
1) $\Rightarrow 0$

1) používají vzduch (nestlačujeme ho) zanedbání vzdušnin (rozpínání a stlačování)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p\, \nabla\cdot(\vec{v}\cdot T) = \nabla\cdot(\lambda\nabla T) + \Sigma q_V$$

$$\int_V \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}\, dV + \int_V \rho c_p\, \nabla\cdot(\vec{v}\cdot T)\, dV = \int_V \nabla\cdot(\lambda\nabla T)\, dV + \int_V \Sigma Q_V\, dV$$

$$\int_V \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV + \rho c_p \int_V \nabla\cdot(\vec{v}\cdot T)\, dV = \int_V \nabla(\lambda\nabla T)\, dV + \int_V \Sigma Q_V\, dV$$

$$\underset{1)}{\int_V \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV} + \underset{2)}{\rho c_p \int_{S_V} \vec{v}\cdot T\, d\vec{S}_V} = \underset{3)}{\int_{S_V} \lambda\, (\nabla T)_{S_V}\, dS_V} + Q_V$$

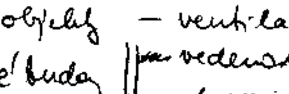
1) Kalorimetrická rce změny teploty v objemu
2) Ventilace
3) Tok vnějším pláštěm
4) Zdroj

1) vlastní změna teploty daného objemu
2) hmota přitékající topolog. hranicí sledovaného objemu (konvekce)
3) –"– –"– –"– –"– –"– –"– (vedením)
4) vnější a vnitřní zdroje (slunce, ...)

Jednotlivé členy mají na různých budovách různé vlivy

historické objekty – ventilace → 0
nové budovy || vedení tepla ven (dvojpláštové budovy s velkou izolací) → 0
energie dodávaná se vlastně zmenšuje
– ventilace – ztráty tepla jsou mnohem větší než ztráty tepla (špatnou izolací)

Rekuperační jednotky (výměna tepla (po izoentalpii))




přes buňky (45 m² teplosměnné plochy) cca 70 % zisků odpadního tepla kanály tekou proti sobě odpadní a nový vzduch

– hygienické normy – tepelná pohoda
– ventilace

Administrativní budova

Teplovzdušné vytápění – dobrá regulace, potřebná rychlost se volí (je cca 100x rychlejší než přirozená konvekce)


– 2 systémy trubek – přívod
– odvod

Větší využití rekuperace při promíchávání odpadního vzduchu

Solární cihla (černý nabytý povrch; 2÷3 cm pod povrchem jsou průduchy)

ČR Solární konst. 985 W/m² využitelné cca 300 W/m²

při teplotě větší než požad. je solární ohř. obejita bypassem

1.7.2001 o 14÷17% vyšší ceny plynu cena el. energie v porovnání se zahraničím
cena plynu není srovn. se zahr. a bude růst.

1) Hněšel p. Brdy zámek (obnovený) přírodní kámen, vrch cihly
2) Konopiště
3) Karlštejn

ad 3) člen větrání → 0 velmi dobrá akumulace
ad 1) novější stavba – dominantní je větrání

kámen – obrovská absorpční ~~kámen~~ schopnost vody
opuka až 45% beton – vodotěsný
→ není vlhkost → lze odstínit → nutnost odvlhčit
ad 1) – rel. vlhkost 80÷90% 11g/(1m³ vzduchu) vody
→ nutnost klima jednotky
– teplovodní podlahové vytápění
– celoroční temperování

ad 2): Celoroční provoz – zkušební

člověk (1g vody/hod) pro celoroční (zimní provoz) je nutno značně odvlhčit
– spec. bioterm okna
– na Konopišti nemáme
– problémy s vlhkostí a kondenzací → 1. vnitřní okno – 1 kvůli sklo rámu

(zámek Kozovice – nová el. sloužba do stejného domu kamen)

teplota nad 10°C → možnost celoročního provozu

2 kryty a bochl. kamna → lepší vlhkost; dvojité skla polepená termální fólií → až 40% tepla zachovají!
– ochrana před slunečním (UV) zářením
(termální fólie – zrcadlová odráží tepla)
– odraz až 46% a 12% absorpce energie slunce termo. fólií!

ad 3) – klimatická jednotka – kaple sv. kříže ①
– chlazení v létě, topení v zimě, vlhčení a sušení, + 27.11. Karel IV
② Kostel sv. Marie
③ kaple sv. kříže ~~6x2kW~~ 6x2kW konvektory; 5x ventilátory 300 l/s pro rozvádění tepla

17

10.4.2001
07

# SÁLÁNÍ

[spektrum (lak) = strašidlo]

Zářivá energie $Q_E$ [J]

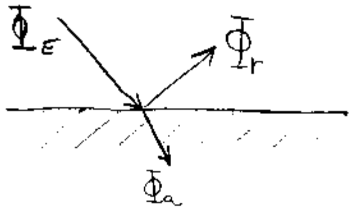
Zářivý tok $\Phi_E \ \frac{dQ_E}{dt}$ [W]

Intenzita vyzařování $M_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$ plošná hustota zářivého toku

Planckův zákon $M_{e\lambda} \ \frac{2hc^2\cdot\pi}{\lambda^5\left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right]}$ $[J\cdot s^{-1}\cdot m^{-3}]$ $h = 6{,}62\cdot10^{-34}\ J\cdot s$, $k = 1{,}38\cdot 10^{-2}\ J\cdot K^{-1}$

Spektrální intenzita vyzařování $M_{e\lambda} = \frac{dM_e}{d\lambda}$ $\int_0^\lambda M_{e\lambda}\, d\lambda =$

Stefan Boltzmannův zákon $\int_0^\infty M_{e\lambda}\, d\lambda =$



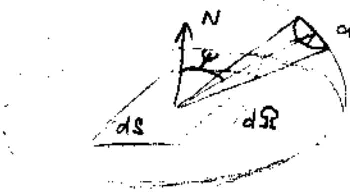

$= \frac{\Phi_a}{\Phi_E} = \alpha \quad \rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_E}$

Emisivita $\varepsilon$ – poměr zář. toku vyzařovaného abs. černým tělesem $(M_{e0})$ $\varepsilon < 1$

$\varepsilon = \frac{M_e}{M_{e0}}$

Závislost: (– struktura povrchu, teplota, materiál)

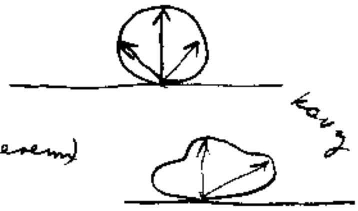
Lambertův cosinusový zákon




Plocha dS vyzařuje jako Lambertovský zářič,

$d^2\Phi = M_{e0n}\cdot dS\cdot\cos\varphi\cdot d\Omega$

tok ve směru normály

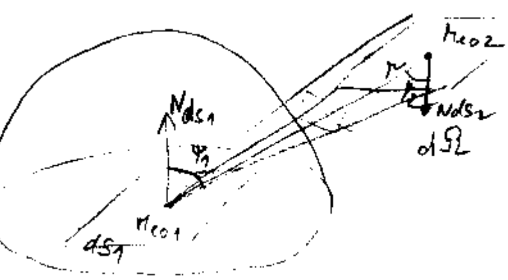



– jak přijímá, tak také vyzařuje (analogie s černým tělesem)

Kirchhoffův zákon: jak těleso přijímá, tak také září

$M_{e0n} = \frac{M_{e0}}{\pi}$

Zobecnění




$d\Omega = \frac{dS_2\cdot\cos\varphi_2}{r^2}$

není derivace

$d^2\phi_{dS_1dS_2} = \frac{M_{e01}}{\pi} dS_1\cdot\cos\varphi_1\cdot\frac{\cos\varphi_2\, dS_2}{r^2}$ $dS_1$ sálá na $dS_2$

$d^2\phi_{dS_2dS_1} = \frac{M_{e02}}{\pi}\cdot dS_2\cdot\cos\varphi_2\cdot\frac{\cos\varphi_1\cdot dS_1}{r^2}$

$$d^2\Phi_{dS_1dS_2} = M_{eo1}\,\frac{\cos\psi_1\cdot\cos\psi_2}{\pi r^2}\,dS_2\,dS_1 = M_{eo1}\cdot dS_1\,\varphi_{dS_1dS_2}$$

$$\varphi_{dS_1dS_2} = \frac{\phi_{12}}{\phi_{celk}}$$

$$d^2\Phi_{dS_2dS_1} = M_{eo2}\,\frac{\cos\psi_1\cdot\cos\psi_2\,dS_1}{\pi r^2}\,dS_2 = M_{eo2}\cdot dS_2\cdot\varphi_{dS_2dS_1}$$

$\varphi_{dS_2dS_1}$

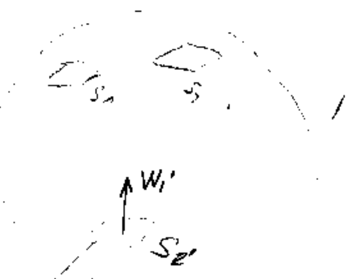
$\varphi_{dS_1dS_2}$ – konfigurační faktor mezi 2 elementárními ploškami

- Rozšíření $\varphi_{dS_1dS_2}$ na $\varphi_{S_1S_2}$

$$\varphi_{dS_1dS_2} = \frac{\cos\psi_1\cos\psi_2}{\pi r^2}\,dS_2 \qquad dS_2 \to S_2$$

$$\varphi_{dS_1S_2} = \int_{S_2}\frac{\cos\psi_1\,\cos\psi_2}{\pi r^2}\,dS_2 \qquad \text{analogicky}\quad \varphi_{dS_2S_1} = \int_{S_1}\frac{\cos\psi_1\cos\psi_2}{\pi r^2}\,dS_1$$

$$\varphi_{S_1S_2} = \frac{1}{S_1}\iint_{S_1S_2}\frac{\cos\psi_1\,\cos\psi_2}{\pi r^2}\,dS_2\,dS_1$$



Zonální metoda

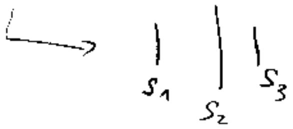
- rozdělení na konečný počet zón
- uzavřený systém n – ploch

$\left[\frac{W}{m^2}\right]$ $W_i = \varepsilon_i M_{eo i}$ + (Aol dopadající na plochu odražený od ostatních) $= \varepsilon_i M_{eo i} + \rho_i H_i$

$$H_i = \sum_{k=1}^{n}\varphi_{ki}\,W_k = \sum_{k=1}^{n}\varphi_{ki}\,W_k$$

konvexní plochy na sebe nesálají

$H_i = \sum_{k=1}^{n}\varphi_{ki}\cdot W_k\,V_{ki}$ – viditelnost <0 nebo 1>



$V_{13} = 0$
$V_{12} = 1$
$V_{23} = 1$

$$W_i = \varepsilon_i M_{eoi} + \rho_i\sum_{k=1}^{n} W_k\cdot\varphi_{ki}$$

ustálený stav – po mnohonásobných odrazech

$$\begin{bmatrix}1-\rho_1\varphi_{11} & -\rho_1\varphi_{12} & \cdots \\ -\rho_2\varphi_{21} & 1-\rho_2\varphi_{22} & \\ \vdots & \vdots & \vdots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}W_1\\ \vdots \\ W_k\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\varepsilon_1\cdot M_{eo1}\\ \vdots \\ \varepsilon_n M_{eon}\end{bmatrix}$$

neznámé

$q_1 S_1$ ⇒ kolik tepla je nutné dodávat, aby měla stálou teplotu → pro $M_{eo1}$

$$q_{1\,výsledné} = W_1 - H_1$$

$1-\rho_1\varphi_{11} \quad -\rho_1\varphi_{12}$

$-\rho_2\varphi_{21} \quad 1-\rho_2\varphi_{22}$

10.4. 2001 cvičení
07.

$\infty$

$$\left[\begin{array}{c|c} 1-\rho_1\varphi_{11} & -\rho_1\varphi_{12} \\ \hline -\rho_2\varphi_{21} & 1-\rho_2\varphi_{22} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{eo1}\,\varepsilon_1 \\ H_{eo2}\,\varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

Matice → LinearSolve [levá, pravá strana] Solve → po roznásobení a jako jednotlivé rovnice

$ax = m$

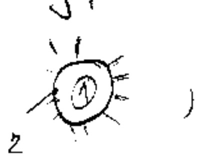
$H_1 = \dfrac{W_1 - \varepsilon_1 H_{eo1}}{\rho_1}$ $q_1$ výsl $= ?$ $= W_1 - H_1$

2 nekonečné roviny proti sobě $[\varphi_{11} = \varphi_{22} = 0\ ;\ \varphi_{12} = \varphi_{21} = 1]$

FullSimplify – úplné zjednodušení

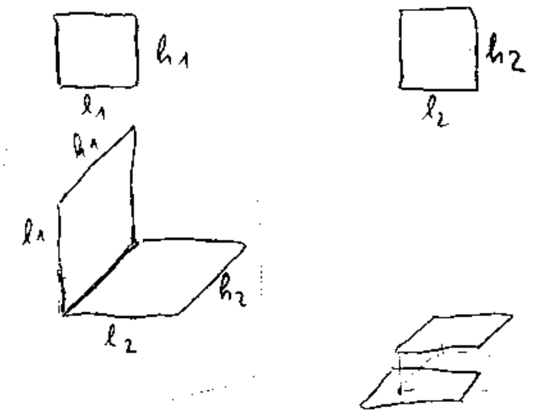
Matice $= \{\{a, b, c\}, \{d, e, f\}\}$ $\begin{bmatrix} a, b, c \\ d, e, f \end{bmatrix}$

$\rho_1 = 1 - \varepsilon_1$ $\rho_2 = 1 - \varepsilon_2$




$\varphi_{12} = 1$ $\varphi_{11} = 0$ $\varphi_{21} = \dfrac{S_1}{S_2}$ $\varphi_{22} = 1 - \varphi_{21}$

2 krychle NIntegrate [f, {x, xmin, xmax}]




$\varphi_{12} = \int$

2 parametry
vektory $\begin{pmatrix} 0 \to 1 \\ 0 \to 1 \end{pmatrix}$ → $dS$ → vektor. součin
$\vec{dS} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$

$W_1$ – záření dopadá $H_1$ – záření

(10)

Výpočetní technika a optimalizace v tepelné technice 17. 4. 2008

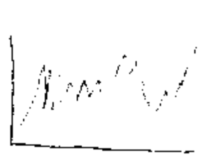
Součásti optimalizační úlohy – účelová funkce $f(\vec{x})$
– množina proměnných
– množina omezovacích podmínek $g_i(x) = 0$
$h_j(x) \geq 0$

Optimalizační algoritmy – spojité – diskrétní
– celočíselné programování
– bez omezení – globální optimalizace
– s omezením
– lineární – simplexová metoda
– nelineární – komplexní

Lineární programování – omezení funkce účelové přímkami v určitém oboru

Simplexová metoda (ad cvičení)

Optimalizace bez omezení = Globální optimalizace



velké množství lokálních extrémů

– většina tepelných úloh má průběhy podobné tomuto

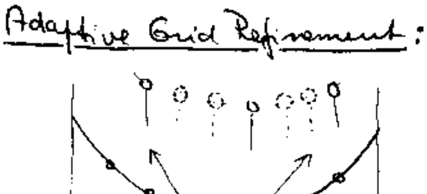
– Grid Refinement

1. Formulace problému
2. Příprava problému pro řešení
3. Výběr vhodné optimalizační metody
4. Předběžné výpočty s korekcemi úlohy a algoritmu (vybranými)
5. Řešení konkrétního problému a analýza výsledků

GLOBÁLNÍ OPTIMALIZACE

AGR: Adaptive Grid Refinement:

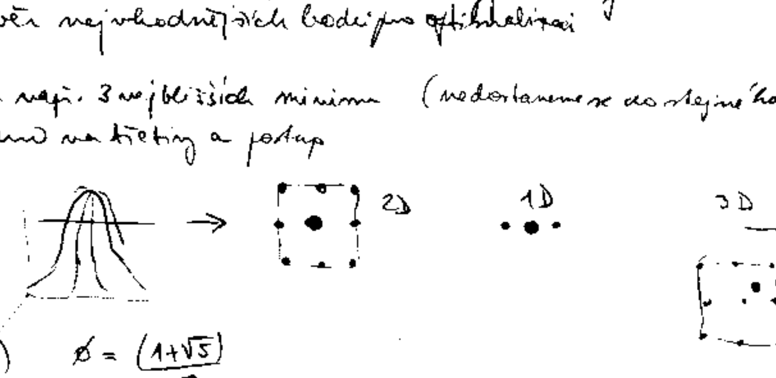
1D:



– rozdělení intervalu na n dílů a vyjádření funkčních hodnot
– výběr nejvhodnějších bodů pro optimalizaci

-> výběr např. 3 nejbližších minimum (nedostaneme se do stejného bodu)
-> dělení na třetiny a postup

2D

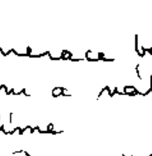


Metoda: Zlatý řez (Golden Ratio) $\phi = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$

– zlatý řez úsečky: – optimální dělení odpovídající estetice (určitý systém dělení)

SA: Simulated Annealing (žíhání, relaxace, pokles dolů)

– náhodná generace bodu a jeho okolí
– určení směru a náhodně jeden zvolíme
– rozhodování zda skok na další nahoru nebo dolů



pst. skoku je závislá na teplotě $p = e^{\frac{-(E_{old} - E_{new})}{kT}}$ (pst., diference energií)

- volba náhodného čísla → pokud je blížko oné pravděpodobnosti pak ho skočíme

T - parametr teplota

- je-li bod ve spádu, pak jdeme po směru bodu se spádem, jinak volím a porovnávám pravděpodobnost → zvětšením a bodem

- zvolíme T

- zvolíme X náhodně

cyklus while ($T < T_{max}$)        - porovnávání na teplotu

- náhodný výběr 1 krajního bodu $x^*$
- výpočet $\Delta E = E(x) - E(x^*)$

podmínka if $\Delta E > 0$ (ve směru spádu) nebo náhodně vygenerované číslo (Random) $< e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$

- pak jednoduše (dosadíme proměnnou) $X = X^*$
- snížení teploty.

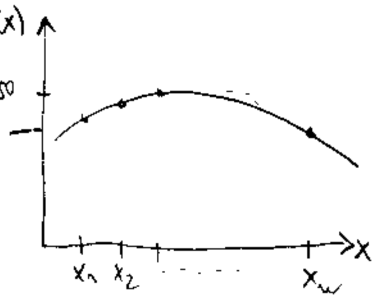
$T_n = T \cdot 0{,}9$

- pomalá konvergence

- nic se nepožaduje ke znalosti optimalizace a znalosti fce)

## GA: GENETICKÉ ALGORITMY

| | | | |
|---|---|---|---|
| 001 | 1 | 1000 | 8 |
| 010 | 2 | 1001 | 9 |
| 011 | 3 | 1010 | 10 |
| 100 | 4 | 1011 | 11 |
| 101 | 5 | 1100 | 12 |
| 110 | 6 | 1101 | 13 |
| 111 | 7 | | |
| 000 | 8 | | |




souhrn jedinců $(x_1, \dots, x_n)$ = populace
generace = 1 cyklus
křížení jedinců → potomci (tvoří novou generaci) 80%
selekce - výběr
mutace - změna 1 genu 1‰

binární representace jedinců
n-jedinců → na začátku i na konci
- stochastický princip losování (ruleta)

$X_1 = 0\ 1\ 0 | 1$ [5]
$X_2 = 1\ 1\ 0 | 0$ [12]
$X_{12}$ 0 1 | 0 0 [4]
$X_{21}$ 1 1 | 0 1 [13]
$X_{1221}$ 0 1 0 1
$X_{2112}$ 1 1 0 0

$f_1 = 40$
mutace
0 1 $\boxed{0}$ 1 → 0 1 1 1

mutace rozbourává schéma; křížení ne

schémata — kladná (kvalitní) schémata → způsobují konvergenci
např. schéma (01XX) → na určitém místě hledá
křížením → exponenciálně roste s každou generací počet kladných schémat

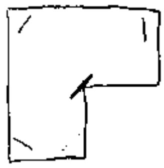
informace se ukládá v genomu, ale nemusí se navenek projevit

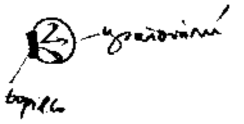
recese genů

(dobrý rodič → špatný jedinec)

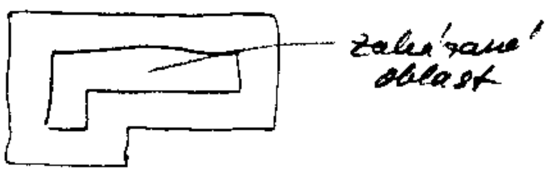
$$\text{fitness} = \frac{1}{n}\sum_{i}^{} x_i - \frac{1}{n}\sum_{i}\left(x_i - \tilde{x}\right)^{\text{abs. odchylka}}$$
① ②

max. ohřevu
max. rovnoměrnost






kvadratická penalizace




① max. topení ② rovnoměrnost

cv. knihovna genet. algoritmy

---

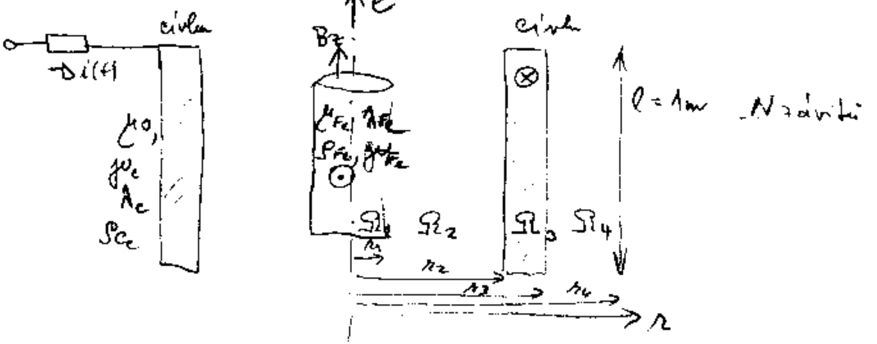
INDUKCE – indukční ohřev Fe válečku
– indukční dělo

24.4.2001
OP

---

Indukční ohřev Fe válečku – současně řešit elmag. a tepelné pole

→ spojené řešení (coupled solving)




Help. → Vector Analysis
↳ Add Ons → standard packages

$\mathrm{rot}\,\bar{H} = \bar{J}$ $\quad \mathrm{rot}\,\bar{E} = \frac{-\partial B}{\partial t}$ $\quad B = \mu H$ $\quad \nabla \times \frac{J}{\gamma_{Fe}} = -\frac{\partial B}{\partial t}$

Load package → Laplace $\quad$ Laplacian[H[r, θ, z], Cylindrical[r, θ, z]]

Laplacian[{Hr[r,θ,z], Cylindrical[r,θ,z]]] $\quad$ ← ~~...~~ pravdorodit
Pravé ruce

$B_z(r,t)$ $\quad$ Curl[{0,0,Hz[r]}, Cylindrical[r,θ,z]]

$\mu(r,t)$ $\gamma(t)$

$$\nabla\times\left(\nabla\times \frac{B_z/\mu}{\gamma_{Fe}}\right) = \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$B = B_z(r,t)$
$\mu = \mu(B, T)$
$\gamma = \gamma(T)$
$T = T(r,t)$

**Ve válci**

Simplify[ Curl[ $\frac{1}{\gamma[r,t]}$ Curl[{0,0, $\frac{Bz[r,t]}{\mu[r,t]}$}, Cylindrical[r,θ,z]] Cylindrical[r,θ,z] ] $\quad$ FullSimplify

<u>Okrajové podmínky</u>   $B(0)=0$

symetrie

$r=0$

$\mathfrak{R}_1$: $\frac{\partial B}{\partial t}=0$   Práva = $-D[B_z[r,t]]$

$r=R_1$ (Brčení zde ⇒ H)

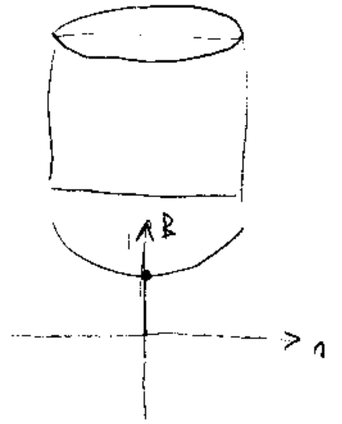
mean $\mathfrak{R}_2$: $\frac{B}{\mu}=$

$$\left.\begin{matrix} r=R_1: \frac{B}{\mu}= \\ r=R_2: \frac{B}{\mu}= \end{matrix}\right\} \frac{N}{l}\cdot i(t)=N'\cdot i(t)$$

$\mathfrak{R}_3$: $r=R_2$, $\frac{B}{\mu}=$

cívka $\mathfrak{R}_3$: $\frac{B_z}{\mu}=N'\cdot i(t)\,\frac{R_3-r}{R_3-R_2}$ →

$\mathfrak{R}_4$:



$r=R_1$ $(R_2)$
$B_{Norm}$ je rovno
$H_{tečné}$ se zachovává
$B_N$ ve válci není
na povrchu $\frac{B_t}{\mu}=H_t$

okrajová cívka
H:

$\oint \bar{H}\,d\bar{l} = l\,\frac{B_z}{\mu}=NIa$

$\frac{B_z}{\mu}=\frac{N}{l}\cdot Ia$

parametr cívky

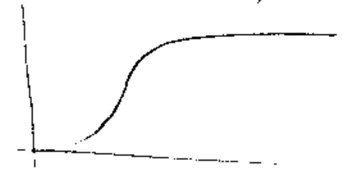
Cívka není feromagnetická

Prof. Doležel: rozdělení podle homogenit → Buď válec, že venku je 0

– dírka uvnitř → přilepit $\bar{B}$   B uprostřed být musí!

se stínícím pláštěm
bez – " –

$\mu[T,B]$   na T – klesá (Curieho bod)
– " –

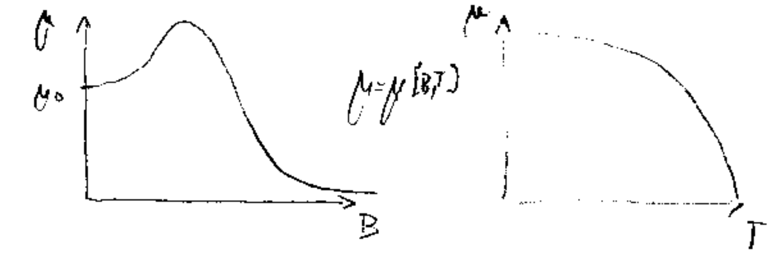


$\frac{B}{H}$

→ změřeno

$$\mu_{Fe}=\left[1+\left(\mu_{20}(B)-1\right)\cdot\varphi(T)\right]$$

– plocha, která s rostoucí T a B blíží se k nule




Teplota: Fourier Kirchhoff   $\nabla(\lambda\nabla T)$ (T) (r,t)

$\nabla(\lambda \nabla T) = \gamma c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \gamma_{Fe} E \qquad -\gamma_{Fe}\left(\frac{\frac{\partial B}{\partial r}}{\gamma_{Fe}\mu_{Fe}}\right) \qquad -\frac{1}{\gamma_{Fe}\mu_{Fe}^2}\left(\frac{\partial B}{\partial r}\right)^2$

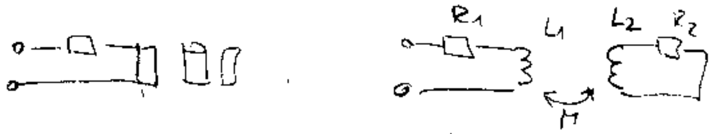
na povrchu $\rightarrow \alpha, \varepsilon,$ z povrchu válce na povrch ciny

$\alpha(T)$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha(T_1 - T_2) + \varepsilon(T_1 - T_3)$$

Poč. podm. v čase $t = 0$ těleso mělo určitou teplotu

$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$



$$\frac{d\phi}{dt} = L_0 \frac{di}{dt} + \frac{d\phi}{dt}$$

$\phi = \left(\text{v lin. části} + \text{indukce na válci}\right) \qquad u(t) = r \cdot i_1 + \frac{d\phi}{dt}$

$= L_0 i' +$ $\qquad u(t) = r_1 \cdot i_1 + L_0 \cdot \frac{di}{dt} + \frac{d\phi}{dt} + k \cdot \frac{d^2 i}{dt}$

kde je co a co je co

mdir a:
mcopy a: soubor

ne pro $B, T$, jak to vznikla → obvodová rovnice → mathematika
NDSolve
neřeší dif. rci a parciální rce
dohromady

$i(t) \Rightarrow i(r, t)$ (kde jen teluf, pokud je i na r nezávislé)

→ takové okraj. podmínky, aby to bylo nezávislé na r
(nezaručí se však, že je to vevnitř nezávislé)

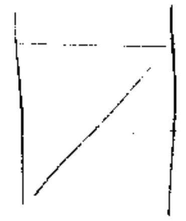
Zeď (málo vodivá → velký spád) $\qquad \lambda$ – velké → homogenní pole

$\lambda$ velké → teplota je konst. po celé délce stěny

$\lambda \rightarrow \infty$

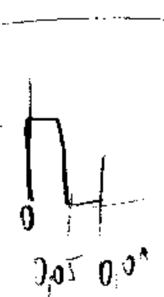
$\lambda$ malé $\qquad$ (proud → model jako Fourier Kirchhoff)

Kontrola



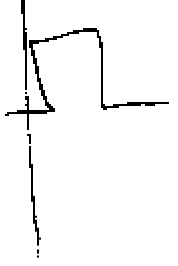
Dílo – v notebooku → úprava, pokus něco spočítat $\qquad$ Notebook Neděle.nb
pod 9. v ET2

buzení: $u(t) =$



vlastnosti kovů
Standard Packages/Miscellaneous/Chemical Elements

(25)



[illegible] [1000·[illegible]] [illegible]

posun

22.5.2001
13

práce - vztah k energetice - k ČEZu www.cvut.cz

uzávěrka minulý týden přihláška do zítra

2. připravit prosbovou 1 ~~[illegible]~~ stránka
3. poster 1x1m

finále 27/26.6. v ČEZu vítězové (5 z oborů) → zájezd do energet. zaří. ; jed. úvaz, ...

- tepelně energetická zařízení

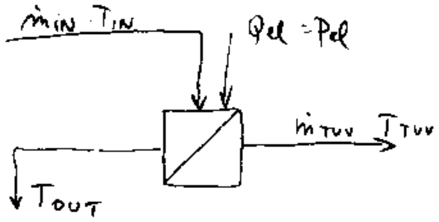
-

EXKURSE NEBUDOU

že přiště předtermín nápady automaticky
14.30 zde

$T_{TUV} = 60°C$
$T_R = 5°C$
$T_{IN} = 35°C$

$\dot{m}_{IN} = 20 kg \cdot s^{-1}$




$\dot{m}_{IN} \cdot c_{pv} \cdot (T_{IN} - T_{OUT}) + Q_{el} =$
$= \dot{m}_{TUV} \cdot c_p \cdot (T_{TUV} - T_R)$

$\varepsilon P_{el} = \dot{m}_{TUV} c_p \cdot (T_{UV} - T_R)$

$c_p = 4186\ kJ \cdot kg^{-1} K^{-1}$

$\varepsilon = 4$

($T_r$ - protected)

Obě rovnice → Solve

Palettes: $\varepsilon$ – řecké abecedě $\epsilon$
$\varepsilon$ – na paletě u <, >... je element ($\in$)

Tr – Trace of the matrix or tensor (součet prvků na hlavní diagonále)

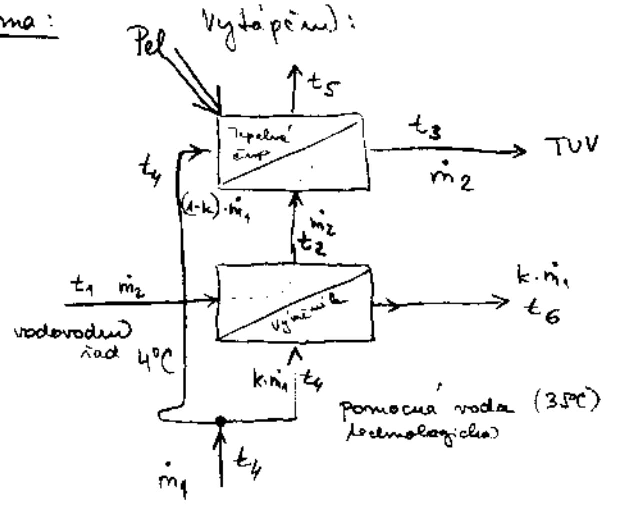
3 neznámé $\dot{m}_{TUV}$, $T_{OUT}$, $P_{el}$ → co dosadit → řešení 1) pro: $T_{out} = 4°C$ $\dot{m}_{TUV}$ $15 kg/s^{-1}$ $P_{el} = 865 kW$
2) pro: $\dot{m}_{TUV} =$ $0,26 kg \cdot s^{-1}$ $11 kW$

1) z hlediska pomocné vody → nesmyslné ⇒
⇒ pak odběr $15 kg \cdot s^{-1}$ a necpat energii

$\dot{m} \cong 0,2 kg \cdot s^{-1}$ při $40°C$ – obyčejná sprcha

(2k. příklad popis čerpadla rovnicemi)

Schéma:




Velký výměník a protiproud → ochlazení vody na 4°C
NE (z 4°C nemá smysl něco dostávat)!

– část 35°C vody na předehřev a část do tepel. čerpadla

– volba k – lepší využití zařízení
– je-li vody dost k neminime a do obou libovolně

Teorie obvodů – popis Metodou Uzlových Napětí out(+) in(−)

tepelné čerpadlo:

$-(1-k)\dot{m}_1 \cdot c_p \cdot t_4 - P_{el} + (1-k)\dot{m}_1 \cdot c_p \cdot t_5 + \dot{m}_2 \cdot c_p \cdot t_3 - \dot{m}_2 \cdot c_p \cdot t_2 = 0$

Výměník: – energetický platí vždy

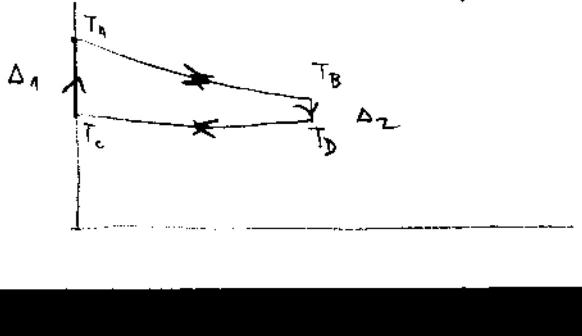
$-\dot{m}_2 \cdot t_1 \cdot c_p - k \cdot \dot{m}_1 \cdot t_4 + \dot{m}_2 \cdot c_p \cdot t_2 + k \cdot \dot{m}_1 c_p t_6 = 0$ ($c_p$ zanedbáváme)

$\varepsilon \cdot P_{el} = (t_3 - t_2) \cdot \dot{m}_2 \cdot c_p$

Rovnice výměníku

stř. aritmetický spád

$$P = k \cdot S \cdot \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\ln \frac{\Delta_1}{\Delta_2}} \doteq k \cdot S \cdot \left(\frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2}\right) = \frac{T_A + T_B - T_C - T_D}{2} \cdot kS$$




k – nemá řešitelná rovnice

CV1

Výkon

$-t_4$ nejvyšší $= T_A$
$= T_B$

Podmínění ... okolí přestupu tepla (tečkové body)

kontrola výsledného řešení, zda je fyzikálně reálné

- lineární řešení a kontrola v reálném vztahu

$$\frac{t_3 - t_1}{Pel} \cdot c_p \cdot m_2$$ — násobný faktor

---

13.3.2001
03

List: {a, b} a, b - mohou být listy

Part [list, 2] First [list] Last [list]

po 0,1 kroku x

list: Table [expr, {imax}] není stejné
Table [expr, {i, imax}]
Table [expr, {i, imin, imax

Hue - grafický objekt, → Hue 0 = Hue 1 musí to být duhy

, PlotStyle → Hue [.3] , Col = Table [Hue [i], {i, 0.5, .05}]
Dashing (čárkování)
RGB (color) , CMY
Table:
RGB [i, j, k] Iterátor i = 0 → 1 krok 0,1,

Flatten - vyrovnání (dá za sebe)

list v listu = Matice Determinant, Eigenvalue, Tisk matice, MatrixForm

Generace matic, vektor v matici A $A\vec{x} = \vec{b}$ řešení rovnice

matice = Table [2 iterátory] 1 2 / 1 2 2.2-...
Eigenvalues LinearSolve [m, b]

Podmíněnost matic (Turingova čísla 2)

Násobení matic (tečka) mat1 . mat2 Transpose, Inverse

---

20.3.2001 Packages Linear Algebra - Matrix manipulation
04

Table [Random, {5}, {5}] 9464 ...

(Seed (Random) - soubor čísel náhodných)

Funkce: f(x_) = Sin[x] podtržítko je nepovinné

x - ... x v Sin

Funkce - přechod od ... z 2 → 4. přechod mezi 5

$3 + 2\,\mathrm{Tanh}\left[\frac{x-5}{0,1}\right]$

CH2

[illegible]

2/; $f[x\_] := 3{,}5 /; x=5 \quad f[x\_] := 2 /; x<5$

f:= vyhodnocovaná při přiřazení (PC?) u věcí def. vlastním přiřazení

hladká fce bez Tab.

Interpolace: Table $[x, f(x)]$

05 - nebylo

---

3.4.2001
06

def. rce -> řešit NDSolve

rce kyvadla: $\varphi'' + k_1 \cdot \varphi' + k_2 \cdot \sin[\varphi] == 0$
- volba času známe výchylku a rychlost

$y'[t]$ D[D[y[t]], t]

poč. podm. $y'(0)=1$

2 rce 1. řádu {{y[t] -> InterpolatingFunction ...}}
přiřazení

Res = NDSolve [...],

Plot [Evaluate[y[t], /. res1], {t, 0, 3}]

$y'$ - derivace $\psi = \ldots \varphi'$ za $\varphi''$ se dosadí $\psi'$

ParametricPlot [ {fx, fy}, {t, tmin, tmax} ]

---

$y'' + k_1 y' + k_2 \cdot y = 0$

1) $z = y'$ 2) $z' + k_1 \cdot z + k_2 \cdot y = 0$

10.4.2001 - za přednášku
07

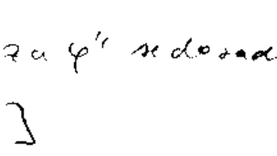
---

17.4.2001
08

[ f[x,y], {x, x0}, {y, y0} ]

FindMinimum [ f, {x, x0} ] lokální minimum f; proměnné x od začátečního bodu $x_0$

Maximum: hledanou funkci vynásobíme −1




Příklad: Návrh obvodu s definovaným přenosem. Obvod:
- volba topologie obvodu ①




-> přenos $\dfrac{\frac{1}{j\omega C} + R_2}{\frac{1}{j\omega C} + R_2 + R_1} = \dfrac{1 + j\omega C R_2}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{1+\omega^2 R_2^2 C^2}{1+\omega^2 C^2 (R_1+R_2)^2}}$

fitness = $\underbrace{\int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \left(f(\omega) - \sqrt{-}\right)^2 d\omega}$ rozdíl vadnutou -> snaha yuulo vnitrní [illegible]
-> minimum

CV3 optimalizace přibližn $\min \int | f(x) - \ldots |$