

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Návrh výkonové řady kanálkových pecí

Habilitační přednáška

Dr. Ing. Jan Kyncl

Praha 2003

Anotace

Indukční kanálkové pece se používají k tavení, promíchávání a udržování roztavených kovů na teplotě. V případě tavení je vhodné dosáhnout co možná nejvyššího výkonu, aby se zmenšily tepelné ztráty a zlepšila energetická účinnost pece.

Výkon indukčních kanálkových pecí je ovšem omezen (obvykle přibližně 400kW na jeden kanálek), aby se předešlo výkonovým pulsacím způsobeným zaškrcováním roztaveného kovu silami elektromagnetického pole. Další nevýhodou je, že zamrznutí kovu v peci snižuje životnost vyzdívky a z tohoto důvodu by měla být pec udržována na teplotě i když není k tavení kovu využívána.

Vývoj zařízení podstatně zlevní, vychází-li se ze zkušeností s již provozovaným zařízením. Obsahem přednášky jsou zásady přepočtu vybraných parametrů při změně rozměrů pece a materiálu vsázky vycházející z teorie fyzikální podobnosti a převážně původních odvozených vztahů pro topný výkon kanálku a tlak elektromagnetických sil.

Annotation

Channel induction furnaces are used for melting metals, stirring and holding the molten load. In the first case the maximum power density should be achieved to minimize heat losses and improve the total energy efficiency.

Induction melting channel furnaces have two main disadvantages. First, in order to prevent pinching the vein, maximum power should be limited (usually at about 400 kW per channel). The second disadvantage is the fact that if the metal content in the channel freezes, the lifetime of the refractory decreases, and therefore it should be kept at temperature above the freezing point during the periods when the furnace is not in use

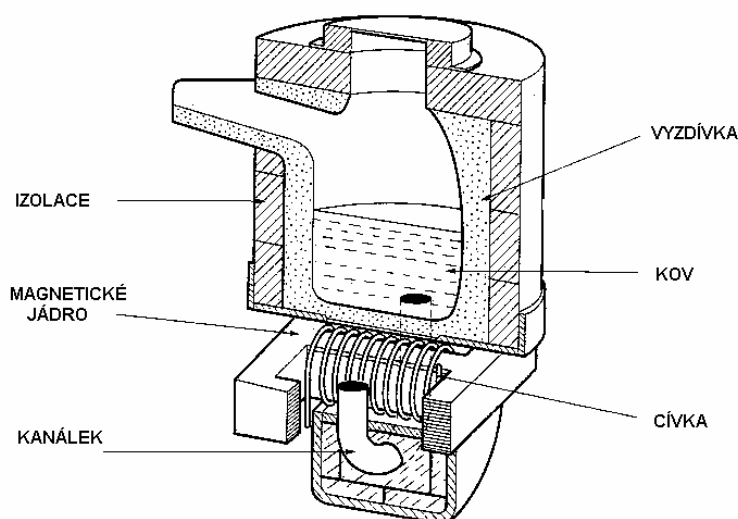
Experience with an operating device can considerably cheapen the development of a new one. This paper deals with the fundamentals of the conversion of selected parameters while dimensions and/or charge properties have to be changed. The recalculations are based on the similarity theory and mainly the original formulae evaluating the heating power of the channel and the pressure of the forces of electromagnetic field.

1. Kanálkové pece

Kanálkové pece patří k nejstarším indukčním elektrotepelným zařízením. Roztavený kov v kanálku těchto pecí obepíná jádro z feromagnetických plechů, kterým prochází střídavý magnetický tok. Kov v kanálku tvoří sekundární vinutí, primární vinutí může být souosé s kanálkem, případně může být umístěno v jiné části magnetického obvodu. Změny magnetického toku v jádře indukují v kanálku intenzitu elektrického pole a následně proud; průtok proudu roztaveným kovem vyvíjí v kovu činný výkon a kov ohřívá, případně, je-li cílem udržování kovu na zvolené teplotě, tento výkon hradí tepelné ztráty z horkého kovu do okolí. Používají se k ohřevům a tavení hliníku a jeho slitin, železa i barevných kovů.

První kanálkové pece měly otevřený vodorovný kanálek; od tohoto uspořádání však bylo brzy upuštěno: tepelné ztráty z horkého kovu do okolí (především sáláním) jsou značné a dosažitelný topný výkon je poměrně malý, neboť při vyšších proudových hustotách dochází k přerušování kovu v důsledku působení sil elektromagnetického pole.

Od třicátých let minulého století se setkáváme s uspořádáním kanálkových pecí, které se až na drobná konstrukční vylepšení udrželo dodnes: kanálek je pod hladinou roztaveného kovu, tvořen dutinou ve vyzdívice pece naplněnou roztaveným kovem. Základní uspořádání je zřejmé z Obr. 1 (Základní uspořádání indukční kanálkové pece).



Obr. 1: Základní uspořádání indukční kanálkové pece

Vyzdívka brání sálání a tepelně izoluje kov v kanálku, tepelné ztráty jsou nižší, než při vodorovném uspořádání. Hydrostatický tlak kovu nad kanálkem působí proti silám elektromagnetického pole a k přerušování kovu dochází až při vyšších topných výkonech.

1.1. Stručná charakteristika výhod a nevýhod kanálkových pecí

Správně navržené kanálkové pece jsou téměř nehlučné, mají poměrně vysoký účinník ($\cos \varphi \in \langle 0.5, 0.7 \rangle$), další výhodou je, že pracují s napájením o síťové frekvenci. Topný výkon je možno snadno regulovat přepínáním odboček primárního vinutí pecního transformátoru. Kanálkové pece mohou produkovat vysoce kvalitní kovy a zejména slitiny s dobrou homogenitou: elektromagnetické síly způsobují intenzivní promíchávání taveniny; pece je možno použít i k výrobě například olovnatých mosazí.

Pořizovací cena pecí je nízká a provozní náklady rovněž nejsou vysoké.

Nevýhodou je poměrně složitá a těžká vyzdívka, náchylná k poruchám a vyžadující dodržování technologických postupů. Stísněná konstrukce vyzdívky mezi induktorem a kanálkem vyžaduje přesnost při výrobě a stav kanálku je prakticky nemožné přesně diagnostikovat nedestruktivními metodami.

Kov se průchodem kanálkem ohřívá až o 150°C , vyzdívka je silně namáhána. Použití poměrně laciných materiálů na bázi SiO_2 (Silica) je omezeno hranicí přibližně 1650°C , tedy je třeba při přehřátí v kanálku o 150°C držet teplotu v nádrži pod hranicí 1500°C . Pro vyšší teploty je možno použít materiálů složených z MgO a Al_2O_3 , které však mají vyšší tepelnou vodivost a účinnost pece je v důsledku vyšších tepelných ztrát nižší.

Kanálkové pece by měly pracovat kontinuálně. Zamrzání kovu v kanálku a opětovné najíždění, stejně jako tepelné namáhání při vylití kovu a vychladnutí pece s následným nalitím roztaveného kovu výrazně snižují životnost vyzdívky pecí. Pokud nepracuje pec kontinuálně a kov je udržován v tekutém stavu při sníženém výkonu, klesá celková energetická účinnost pece a cena jednotky produktu stoupá.

Při najíždění pece také hrozí mechanické roztržení kanálku tepelnými dilatacemi dřívě, než dojde k roztavení kovu. V tomto případě je závit nakrátko přerušen a topný výkon nulový a pokud se nepodaří protavit kanálek například plynovým hořákem shora, nezbyvá

než pec rekonstruovat. Každé najíždění pece ze zamrzlého stavu tedy nejen snižuje životnost pece, ale je více či méně rizikovou operací.

Pece na slitiny hliníku je nutno navrhovat s ohledem na čištění kanálku, který zarůstá.

Příklady konstrukčních provedení kanálkových pecí jsou například v [1].

2. Sdílení tepla, elektromagnetické a rychlostní pole v kanálkových pecích

2.1 Sdílení tepla

Teplotní pole je popsáno s dobrou přesností Fourier-Kirchhoffovou rovnicí:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) + Q_V \quad (1)$$

kde ρ ($kg \cdot m^{-3}$) je hustota látky, c_p ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$) je měrná tepelná kapacita při stálém tlaku, \vec{v} ($m \cdot s^{-1}$) rychlost pohybu ve zvolené vztahné soustavě, ∇ (m^{-1}) Hamiltonův operátor „nabla“, λ ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$) tepelná vodivost a Q_V ($W \cdot m^{-3}$) objemová hustota vznikajícího tepelného výkonu. V plném tvaru se rovnice uplatňuje například v roztaveném kovu v kanálku, kde $Q_V = \vec{J} \cdot \vec{E}$, kde \vec{J} ($A \cdot m^{-2}$) je vektor proudové hustoty a \vec{E} ($V \cdot m^{-1}$) intenzita elektrického pole; ve vyzdívice pece je nulová rychlost \vec{v} a zanedbáme-li energetickou náročnost procesu slinování, je nulová i objemová hustota vznikajícího výkonu. (1) je parciální diferenciální rovnice druhého řádu v prostorové a prvního řádu v časové derivaci; tomu odpovídají počáteční a okrajové podmínky, v případě kanálkových pecí zadaná teplota pece v jednom čase a průmět vektoru tepelného toku do normály k povrchu pece v každém bodě povrchu pece, tedy:

$$T(\vec{r}, t_0) = \text{známá funkce} \quad (2)$$

$$-\lambda \cdot \nabla T \cdot \vec{n}_0|_S = \alpha \cdot (T|_S - T_0) + (\varepsilon\varphi) \cdot (T^4|_S - T_0^4) \quad (3)$$

kde α ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$) je součinitel přestupu tepla konvekcí, $(\varepsilon\varphi)$ (1) je součinitel respektující emisivitu a geometrii povrchu, \vec{n}_0 (1) jednotkový normálový vektor povrchu a T_0 je teplota v místě tepelně neovlivněném povrchem pece.

Z rovnice (1) plynou následující podobnostní kriteria; x (m) je vždy charakteristický rozměr příslušného děje a uspořádání.

$$Fo = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{t}{x^2} = \frac{a_T \cdot t}{x^2}, \text{ číslo Fourierovo, kde } \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} = a_T \quad (m^2 \cdot s^{-1}) \text{ je teplotní vodivost}$$

(index T je přidán k odlišení od hloubky vniku elektromagnetického pole a),

$$Os = Po_V = \frac{Q_V \cdot x^2}{\lambda \cdot \Delta T_r}, \text{ číslo Ostrogradského, resp. Pomerancevovo tepelné číslo, kde}$$

ΔT_r (K) je charakteristický teplotní rozdíl, a kritérium homochronismu

$$Ho = \frac{|\vec{v}| \cdot t}{x}, \text{ kde } t \text{ je uvažovaný časový interval.}$$

Z rovnice (3) plynou podobnostní čísla:

$$Sf = \frac{(\varepsilon\varphi) \cdot \sigma \cdot T^3 \cdot x}{\lambda} \text{ číslo Stefanovo a}$$

$$Bi = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} \text{ číslo Biotovo, je-li } \lambda \text{ tepelná vodivost pevné fáze otékané tekutinou, resp.}$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} \text{ číslo Nusseltovo, je-li } \lambda \text{ tepelná vodivost obtékající tekutiny.}$$

2.2 Elektromagnetické pole

Kov v kanálku je možno s dobrou přesností považovat za homogenní, lineární izotropní kontinuum. Velmi dobrá elektrická vodivost kovu v kanálku zaručuje, že objemová hustota volného elektrického náboje je nulová: případný volný náboj se velmi rychle přemístí na povrch kovu a odtud přes kovový plášť pece do země. Pokud je magnetický obvod (případně obvody, jde-li o pec s více kanálky) správně dimenzován a vyroben, nedochází k přesycování jádra magnetického obvodu a pracovní body pece se nacházejí v lineární oblasti; pro harmonické napájecí napětí z rozvodné sítě pak mají obvodové veličiny i veličiny popisující elektromagnetické pole v kanálku harmonický průběh a pro popis probíhajících dějů je tedy možno s výhodou použít fázorové a fázorvektorové symboliky (veličiny označené stříškou). Pro určení hlavních veličin elektromagnetického pole a objemové hustoty tepelného výkonu je možno uvažovat nepohybující se kov.

Elektromagnetické pole je za uvedených předpokladů možno popsat vlnovými rovnicemi:

$$\nabla^2 \hat{E} = j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \hat{E} - \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \hat{E} \quad (4)$$

$$\nabla^2 \hat{H} = j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \hat{H} - \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \hat{H}, \quad (5)$$

kde \hat{E} ($V \cdot m^{-1}$) je fázorvektor intenzity elektrického pole, \hat{H} ($A \cdot m^{-1}$) fázorvektor intenzity magnetického pole, ω (s^{-1}) kruhová frekvence, j (1) imaginární jednotka, γ ($S \cdot m^{-1}$) měrná elektrická vodivost, μ ($H \cdot m^{-1}$) permeabilita a ε ($F \cdot m^{-1}$) permitivita kovu v kanálku.

Elektrickou vodivost kovu v kanálku γ lze považovat přibližně za konstantu, pak za předpokladu platnosti Ohmova zákona v diferenciálním tvaru, tedy $\hat{J} = \gamma \cdot \hat{E}$, kde \hat{J} ($A \cdot m^{-2}$) je fázorvektor proudové hustoty, platí

a tedy také

$$\nabla^2 \hat{J} = j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \hat{J} - \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \hat{J}. \quad (6)$$

V roztavených kovech proudění a tepelné kmity částic vylučují vznik Weissových domén, relativní permeabilitu je možno uvažovat jednotkovou a relativní permitivitu také, platí tedy:

$$\mu = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} H \cdot m^{-1} \text{ přesně a } \varepsilon = \varepsilon_0 \doteq 8.854 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}.$$

Uvážíme-li, že platí

$$j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \hat{E} - \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \hat{E} = j \cdot \omega \cdot \mu \cdot (\gamma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon) \cdot \hat{E}, \quad (7)$$

vidíme, že výraz $j \cdot \omega \cdot \varepsilon$ můžeme z dobrých důvodů označit jako měrnou vodivost posuvného proudu (výraz $j \cdot \omega \cdot \varepsilon$ má původ v $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$). Uvážíme-li, že pro běžné kovy zpracovávané v kanálkových pecích platí $\gamma \geq 10^6 S \cdot m^{-1}$, budou podle (7) obě vodivosti co do velikosti stejné pro $f \doteq 400 GHz$; kanálkové pece se ovšem z technických i finančních důvodů staví pro síťovou frekvenci, tedy $f = 50 Hz$, resp. v některých zemích $f = 60 Hz$, vodivost posuvného proudu můžeme tedy v každém případě zanedbat. Rovnice (6) tedy přejde v

$$\nabla^2 \hat{J} = j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \hat{J}, \quad (8)$$

Z teorie elektromagnetického pole je znám vztah pro okamžitou hodnotu objemové hustoty výkonu přeměny energie elektromagnetického pole v jiné druhy energie [3],[4]:

$$p(x, y, z, t) = \vec{J}(x, y, z, t) \cdot \vec{E}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{D}(x, y, z, t)}{\partial t} \cdot \vec{E}(x, y, z, t) +$$

$$+ \frac{\partial \vec{B}(x, y, z, t)}{\partial t} \cdot \vec{H}(x, y, z, t). \quad (9)$$

Perioda harmonicky proměnné veličiny s kruhovou frekvencí $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ je $T = \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$ (s) a pro ohřev je důležitá střední hodnota výrazu (9), která činí:

$$\begin{aligned} Q_V(x, y, z) &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \vec{J}(x, y, z, t) \cdot \vec{E}(x, y, z, t) dt = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{Re} \left(\hat{J}(x, y, z) \cdot \hat{E}^*(x, y, z) \right) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot \gamma} \cdot \left| \hat{J}(x, y, z) \right|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Celkový tepelný výkon získáme z objemové hustoty integrací

$$P_i = \int_V Q_V \cdot dV$$

Formální úpravou rovnice (8) s uvažováním dvou geometricky podobných uspořádání, obdržíme:

$$\frac{l_1}{\sqrt{\omega_1 \cdot \mu_1 \cdot \gamma_1}} = \frac{l_1}{a_1} = \frac{l_2}{\sqrt{\omega_2 \cdot \mu_2 \cdot \gamma_2}} = \frac{l_2}{a_2}. \quad (11)$$

Číslo 2 je přidáno, abychom obdrželi pro hloubku vniku obvyklý výraz; při řešení šíření rovinného harmonického elektromagnetického vlnění nekonečným homogenním prostředím je poměr amplitud v místech, navzájem vzdálených ve směru šíření hloubku vniku definovanou podle (11), základ přirozených logaritmů. V případě, že bychom požadovali jiný poměr, bude v definici hloubky vniku namísto čísla 2 číslo jiné a některá analytická vyjádření veličin pole pro geometrie a okrajové podmínky, kde je analytické vyjádření možné, budou formálně odlišná; fyzikálně však k žádné změně nedochází.

Při úpravách rovnice (7) využijeme vztahu mezi rychlostí šíření elektromagnetických vln c a parametry prostředí $\varepsilon \cdot \mu = \frac{1}{c^2}$ a vztahu vlnové délky λ_g a frekvence $\lambda_g = \frac{c}{f}$.

Obdržíme:

$$\frac{l_1}{\lambda_{g1}} = \frac{l_2}{\lambda_{g2}}. \quad (12)$$

Rozhodující pro rozložení elektromagnetického nejsou tedy rozměry těles, ale bezrozměrné podíly: podíl velikosti tělesa a hloubky vniku a podíl velikosti tělesa a vlnové

délky příslušného harmonického elektromagnetického pole. Podíly podle (11) a (12) můžeme považovat za podobnostní kritéria pro uvažovaný děj.

Vztah (12) je uveden pro úplnost: vlnová délka je podstatně větší, než rozměry uvažovaného zařízení (5995,85km pro $f = 50\text{Hz}$ oproti nejvýše několika metrům); tato rovnice má také původ v posuvném proudu, který je, jak výše uvedeno, v případě kanálkových pecí zanedbatelný.

Řešení rozložení elektromagnetického pole pro některé používané geometrie kanálku je uvedeno ve [2] a [15].

2.3. Rychlostní pole v kanálku

Proudění roztaveného kovu v kanálku je možno popsat Navier-Stokesovou rovnicí

$$\rho_m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho_m \cdot \vec{g} + \eta \cdot \nabla^2 \vec{v} - \nabla p + \vec{f}_V \quad , \quad (13)$$

kde $|\vec{g}| \doteq 9.8067\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení a $\rho_m (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ je hustota kovu v kanálku, $\eta (\text{Pa} \cdot \text{s})$ je dynamická viskozita tekutiny a $\frac{d\vec{v}}{dt}$ je substanciální derivace rychlosti, zahrnující vliv prostorové a časové proměnlivosti \vec{v} .

\vec{f}_V je Lorentzova síla v kontinuu;

$$\vec{f}_V = \vec{J} \times \vec{B} . \quad (14)$$

Jednotkou objemové hustoty síly je $\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$.

Tíhové pole působí na kov v kanálku objemovou hustotou síly

$$\vec{f}_{Vg} = \rho_m \cdot \vec{g} , \quad (15)$$

kde $|\vec{g}| \doteq 9.8067\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení a $\rho_m (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ je hustota kovu v kanálku.

Zvolme kartézskou souřadnicovou soustavu tak, aby pro vektor tíhového zrychlení platilo $\vec{g} = \{0, 0, g_z\}$.

Zřejmě pro konstantní g_z a ρ_m můžeme psát

$$\rho_m \cdot \vec{g} = -\nabla(-\rho_m \cdot g_z \cdot z) = -\nabla p_h = \{0, 0, \rho_m \cdot g_z\} \quad (16)$$

Můžeme tedy veličinu $p_h = -\rho_m \cdot g_z \cdot z$ považovat za (hydrostatický) tlak.

Je-li možno vyjádřit objemovou hustotu síly, kterou elektromagnetické pole působí na kov v kanálku jako gradient skalární veličiny, můžeme považovat tuto skalární veličinu za tlak způsobený elektromagnetickým polem, který může uvést tekutinu do pohybu a psát

$$\vec{f}_V = -\nabla p_{el}. \quad (17)$$

Je-li možné uvažovat (17), můžeme uvažovat o vzájemném působení jednotlivých tlaků v kanálku, vždy je však nutno mít na paměti, že se toto působení realizuje působením objemových hustot příslušných sil.

Roztavený kov, jehož teplota je dostatečně vzdálena teplotám fázových přechodů, je možno považovat za newtonskou tekutinu. V ní se rychlostní pole řídí rovnicí (13), která ovšem kromě tří složek rychlosti \vec{v} obsahuje skalární neznámou veličinu p ; je tedy nutno nalézt další rovnici pro úplný popis rychlostního a tlakového pole. Touto rovnicí je rovnice kontinuity

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \cdot \vec{v}) = 0. \quad (18)$$

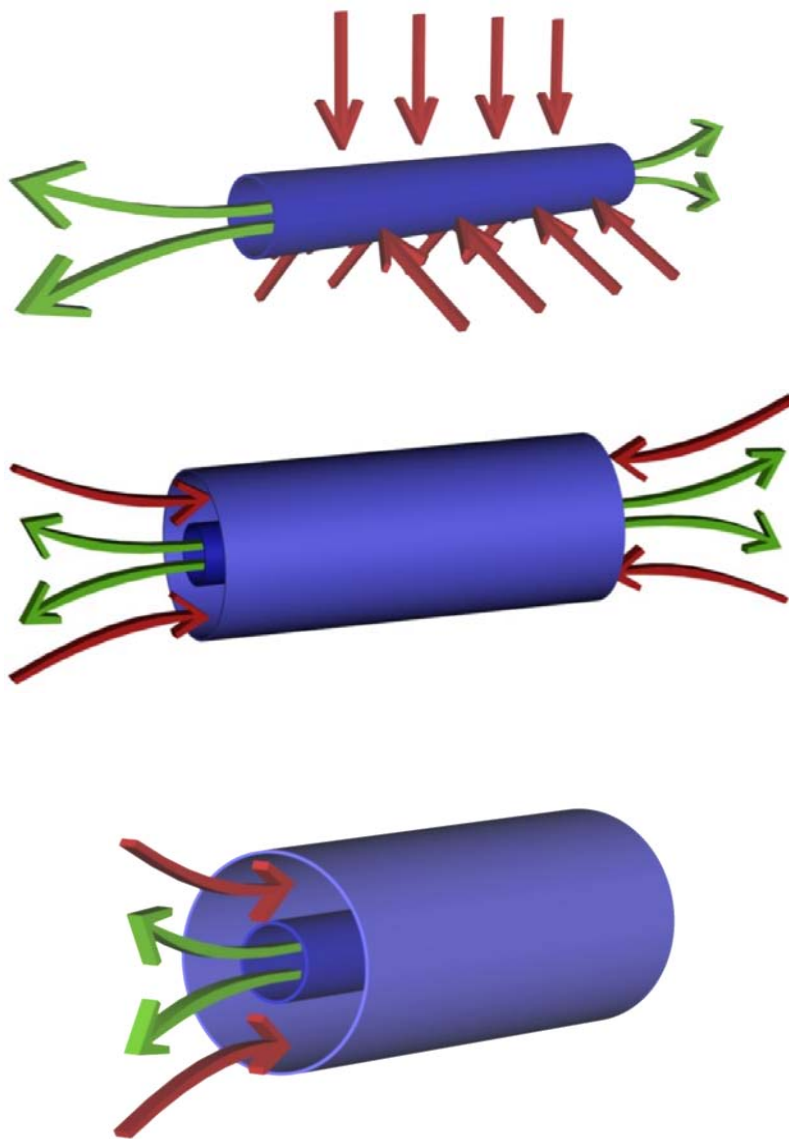
Důsledky rovnice kontinuity pro proudění roztaveného kovu budou objasněny na příkladu kanálku kruhového průřezu.

3. Pinch efekt (uskřipovací jev)

3.1 Kvalitativní popis proudění roztaveného kovu v kanálku pece

V části týkající se sil a tlaků v kanálku byly uvedeny obecné rovnice: Navier-Stokesova a rovnice kontinuity. Vliv rovnice kontinuity na proudění v kanálku je dobře patrný v případě kanálku kruhového průřezu.

Pro kanálek kruhového průřezu udává (14) pro složku střední hodnoty vektoru objemové hustoty síly elektromagnetického pole ve směru poloměru záporné hodnoty; síla má radiální směr a ve všech bodech míří do středu kanálku. Pro představu, jaké proudění tato síla způsobí, provedme myšlenkový experiment podle Obr. 2 a).



Obr. 2 [a, b, c]: K proudění taveniny v kanálku

Uvažme trubku kruhového průřezu, naplněnou nestlačitelnou tekutinou. Trubka je zhotovena tak, že můžeme měnit její poloměr. Pokud začneme poloměr zmenšovat, tekutina bude vystříkovat oběma konci trubky; nestlačitelnost zaručuje, že průtok vystřikující tekutiny je roven záporně vzaté derivaci objemu trubky podle času.

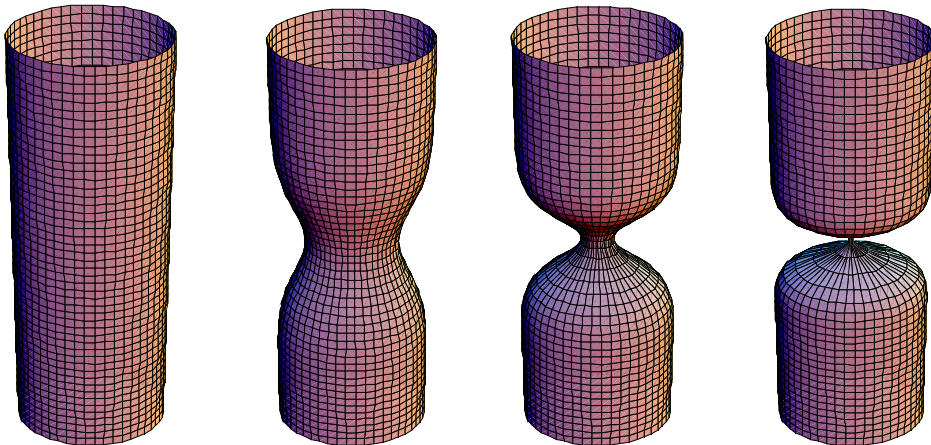
Uvažme dále situaci podle Obr. 2 b). Koaxiálně uspořádané trubky jsou zcela ponořeny do nestlačitelné tekutiny. Větší trubka má konstantní poloměr, vnitřní trubka má poloměr proměnlivý. Zmenšování vnitřní trubky způsobí opět výstřiky tekutiny z obou stran: fakt, že je trubka uvnitř druhé trubky se nijak neprojeví. Zmenšování objemu vnitřní trubky však způsobí přisávání tekutiny do prostoru mezi trubkami. Namísto trubky se zmenšujícím se poloměrem můžeme uvažovat koncentrickou objemovou hustotu síly

elektromagnetického pole; tato síla také způsobí prisávání tekutého kovu při stěně do kanálku a výstřiky ve směru osy na obou stranách.

Představme si situaci podle Obr. 2 c), která se liší od předchozí tím, že je jeden konec větší trubky zaslepen; stejné zmenšování vnitřní trubky způsobí stejné průtoky, místo nulových rychlostí však bude na zaslepeném konci.

3.2. Pinch efekt — kvalitativní popis

Objemová hustota síly elektromagnetického pole je stahující. Z praxe je známo, že výkon kanálku nelze zvyšovat bez omezení: při zvýšení výkonu dochází k výkonovým a proudovým pulsacím, kdy s frekvencí řádově do jednotek Hz dosahuje proud a výkon maxima a nulové hodnoty. Příčinou je tzv. pinch efekt způsobený stahující silou. Vývoj jevu znázorněn na Obr. 3 (Idealizovaný vývoj pinch-efektu).



Obr. 3: Idealizovaný vývoj pinch-efektu

Představme si, že zmíněná síla v náhodném místě odtrhne roztavený kov od stěny kanálku. V místě zúžení vzroste proudová hustota a také objemová hustota stahující síly a příslušný tlak. Zvýšená hodnota síly, resp. tlaku vyvolá další zaškrcení kanálku, jde tedy o jev s kladnou zpětnou vazbou. Nakonec je kov zcela zaškrcen, vodivá dráha je přerušena, proud klesá v některých případech na nulovou hodnotu a kov se vrací na původní místo.

Pinch efekt je jevem z pohledu uživatele veskrze nežádoucím: výkonové rázy např. 0 až 400kW mohou způsobovat kolísání napětí sítě, střední hodnota topného výkonu se snižuje, doba potřebná na tavbu vzrůstá, klesá tedy produkce i — z důvodu tepelných ztrát zařízení, které jsou téměř konstantní a nezávislí tedy na topném výkonu kanálku — energetická účinnost pece. Doba života pece je velice proměnlivá a závislá na mnoha faktorech, takže nelze zkrácení doby života pece prokázat; je však velmi pravděpodobné, že pulzní namáhání má na vyzdívku pece nežádoucí vliv a dobu života zkracuje. Je tedy pochopitelné, že se snažíme vhodnou konstrukcí pece pinch efektu zabránit. Zábraně pinch efektu jsou věnovány například [2], [9], [10], [11], [15].

4. Sdílení tepla v geometricky podobných kanálkových pecích

4.1. Přestup tepla z pece do okolí v ustáleném stavu

Uvažujme dvě geometricky podobné kanálkové pece; poměr odpovídajících si délek označme k ; jde ovšem o idealizovaný případ, neboť ne všechny části pece mohou být geometricky podobné, neboť se vyrábějí v normalizovaných řadách. Dále uvažujme přibližně konstantní rozložení teploty pláště pece, induktoru a induktoru přilehlé vyzdívky pece. V dalším textu budou uvedeny vztahy pro $k \in \langle 0.75, 1.25 \rangle$, což představuje změnu objemu pece přibližně v poměru 1:4.6. Použití podobnostních korelačních vztahů je vždy zatíženo nepřesnostmi a aby byly výsledné vztahy použitelné, je třeba použít linearizace; uvedené rozpětí zaručuje dostatečnou přesnost výsledných vztahů. Kriteriaální vzorce byly použity podle [16].

Samovolná konvekce se uplatňuje při přestupu tepla z pláště pece do okolí, vynucená při chlazení induktoru a dutinky pece vymežující prostor mezi induktorem a vyzdívkou. Charakteristickým rozměrem pro kriteriaální rovnice v případě prvním je výška pece, v případě druhém dvojnásobek šířky štěrbiny mezi induktorem a dutinkou.

Součinitel přestupu tepla samovolnou konvekcí z povrchu pece pro uvedený charakteristický rozměr v rozmezí $x \in \langle 1.5m, 2.5m \rangle$ je možno aproximovat vztahem:

$$\alpha_{kv} = 2.74 + 0.04 \cdot T_p \quad (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}, ^\circ C) \quad (19)$$

kde T_p je teplota pláště pece; okolní teplota byla uvažována $T_o = 20^\circ C$, odchylka mezi přesným výpočtem a aproximací (19) nepřesahuje pro $T_p \in \langle 40^\circ C, 80^\circ C \rangle$ 3%.

Součinitel přestupu tepla vynucenou konvekcí při chlazení pece pro uvedený charakteristický rozměr v rozmezí $x \in \langle 0.03m, 0.1m \rangle$ je možno aproximovat vztahem:

$$\alpha_{kf} = 5.82 + 4.07 \cdot w - 49.7 \cdot x \quad (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}, m \cdot s^{-1}, m) \quad (20)$$

kde w je střední objemová rychlost chladicího vzduchu ve štěrbině; na teplotě proudícího vzduchu je hodnota součinitele přestupu tepla téměř nezávislá, odchylka mezi přesným výpočtem a aproximací (20) nepřesahuje pro $w \in \langle 1m \cdot s^{-1}, 5m \cdot s^{-1} \rangle$ 5%.

zavedeme-li způsobem obvyklým v elektrotepelné technice náhradní součinitel přestupu tepla sáláním, tak, aby platilo:

$$\alpha_r \cdot (T_{pl} - T_o) = (\varepsilon\varphi) \cdot \left((T_{pl} + 273.15)^4 - (T_o + 273.15)^4 \right), \quad (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}, ^\circ C) \quad (21)$$

platí

$$\alpha_r = (\varepsilon\varphi) \cdot (4.9 + 0.0345 \cdot T_{pl}) \quad (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}, ^\circ C) \quad (22)$$

odchylka mezi přesným výpočtem a aproximací (22) nepřesahuje pro $T_p \in \langle 40^\circ C, 80^\circ C \rangle$ 0.4%.

Obecný model změn teplotního pole při nekonstantních látkových vlastnostech vyzdívky a podobně není bez numerického modelování polí možný; pro odhad tepelného ztrátového výkonu uvažme následující zjednodušení:

- Roztavený kov v nádrži pece je teplotně homogenní o teplotě T_{kn}
- Roztavený kov v kanálku pece je teplotně homogenní o teplotě T_{kk}
- Součinitel přestupu tepla mezi roztaveným kovem a vyzdívkou pece je dostatečně veliký a tedy je možno zanedbat teplotní spád mezi kovem a vyzdívkou
- Tepelná vodivost vyzdívky je teplotně nezávislá

Za uvedených předpokladů a existence Greenovy funkce pro Laplaceovu rovnici je rozložení teploty ve vyzdívce pece lineární formou čtyř teplot: T_{kn} , T_{kk} , T_p a T_d , kde T_d je teplota dutinky a tedy i gradient teploty je v každém místě lineární formou těchto teplot. Z konstrukčního uspořádání navíc plyne, že vazbu mezi T_{kk} a T_p a také mezi T_{kn} a T_d je

možno zanedbat. Označme $\alpha_{\Sigma} = \alpha_k + \alpha_r$; je-li R_g ($K \cdot W^{-1}$) tepelný odpor, a zavedeme-li v teorii fyzikální podobnosti obvyklým způsobem měřítko transformace mezi dvěma geometricky podobnými objekty označenými 1 a 2 zvolené fyzikální veličiny V_i vztahem

$$V_{i,1} = k_{Vi} \cdot V_{i,2} \quad i = 1, 2 \dots \text{počet uvažovaných veličin} \quad (23),$$

pro měřítko transformace tepelných odporů platí $k_{R_g} = \frac{1}{k_x \cdot k_{\lambda}}$, kde $k_x = k$ (měřítko geometrické podobnosti) a k_{λ} měřítko podobnostní transformace tepelné vodivosti. Za výše uvedených předpokladů platí:

$$\frac{T_{kk1} - T_{p1}}{T_{kk2} - T_{p2}} \cdot \frac{k_{\lambda}}{k \cdot k_{\alpha_{\Sigma}}(T_{p1}, T_{p2})} - \frac{T_{p1} - 20}{T_{p2} - 20} = 0 \quad (24)$$

nebo s vyjádřením pomocí Biotových čísel vztažených k α_{Σ}

$$\frac{T_{kk1} - T_{p1}}{T_{kk2} - T_{p2}} \cdot \frac{Bi_2(T_{p2})}{Bi_1(T_{p1})} - \frac{T_{p1} - 20}{T_{p2} - 20} = 0 \quad (25)$$

Rovnice (24), případně (25) umožňují ze známých hodnot (například podle provozovaného zařízení) určit indexovaných 1 teplotu pláště indexovanou 2; pro ztrátový tepelný výkon pak platí:

$$P_{zp1} = k^2 \cdot k_{\alpha_{\Sigma}} \cdot \frac{T_{p1} - 20}{T_{p2} - 20} \cdot P_{zp2} \quad (26)$$

Při určování ztrátového tepla doprovázejícího chlazení induktoru a dutinky by přesný postup spočíval v řešení sdílení tepla mezi vzduchem proudícím mezi povrchem se zadanou plošnou hustotou výkonu (chlazení induktoru) a z druhé strany vyzdívkou pece obdobně rovnicím (24, 25). Jelikož ohřátí vzduchu není příliš velké a α_{kf} podle rovnice (20) není teplotně závislé, je možno postupovat zcela obdobně a výsledné tepelné ztráty sečíst se ztrátovým výkonem induktoru.

4.2. Podobnost neustáleného sdílení tepla v kanálkových pecích

První najetí pece, ať již jde o nový výrobek či pec po rekonstrukci, najetí ze stavu se zamrzlým kovem v kanálku a zamrzání kanálku při odstávce pece patří mezi nejrizikovější

operace, především pro možnost roztržení vyzdívky tepelně dilatujícím kanálkem či naopak při tuhnutí kovu hrozí elektrické přerušení kanálku; výrobce pece či podnikové předpisy by měly definovat časový průběh zmíněných procesů. V případě chladnutí a / nebo zamrzání pece je možno proces zpomalit postupným snižováním výkonu regulací napájení pece. Orientační výpočet chladnutí pece by nebyl obtížný např. uvažováním metody regulární fáze podle [16].

Rychlost najíždění pece je velmi závislá na topném výkonu kanálku, který je možno regulovat napájením pece; například při stupňovité regulaci napájecího napětí při zvoleném stupni se mírně mění v důsledku nárůstu měrného elektrického odporu materiálu kanálku s teplotou. Z hlediska vyzdívky ve styku s kanálkem se jedná o okrajovou podmínku druhého druhu, pro bezpečné najetí pece je zároveň důležitější zamezit vzniku přílišných gradientů v místě styku vyzdívky se zmrzlým kovem v kanálku. Určujícími kritérii jsou tedy Fourierovo číslo a Biotovo číslo určené na dutince pece a plášti pece v blízkosti kanálku. Závislost dějů na zmíněných Biotových číslech lze jistě zanedbat: teplota těchto částí pece se mění během najíždění ve srovnání s teplotou kovu v kanálku poměrně málo. Pro teplotu pláště respektive dutinky v ustáleném stavu platí vztahy z odstavce 4.1. Pro topný výkon kanálku a teploty v ustáleném stavu tedy platí:

$$P_{t1} = P_{t2} \cdot k \cdot k_{\lambda} \cdot \frac{T_{kk1} - T_{d1}}{T_{kk2} - T_{d2}} \quad (27)$$

Topný výkon potřebný pro dosažení shodné teploty u zařízení 1 a 2 uvažujeme-li stejný materiál vyzdívky se tedy transformuje shodně s velikostí pece (tepelný odpor vyzdívky je dominantní a teplota pláště pece tedy klesá), čas potřebný k dosažení shodných teplotních profilů ve vyzdívce ovšem obdržíme z rovnosti Fourierových čísel:

$$t_1 = t_2 \cdot \frac{k^2}{k_{aT}} \quad (28)$$

tedy s kvadrátem měřítka velikosti pece.

Uvážíme-li situaci, kdy tavíme shodný kov (a tedy při shodné teplotě tavení) v peci beze změn materiálů vyzdívky, toliko geometricky podobné a množství kovu je transformováno

se třetí mocninou velikosti pece, tedy je pec stejně zaplněna, platí pravidlo pro transformaci časů vyvinutí teplotních profilů i pro dobu potřebnou k utavení vsázky. Ve složitějších případech je možno použít další podobnostní kritéria podle [18].

5. Zábřana pinch efektu v geometricky podobných pecích

5.1. Výrazy pro tlak sil elektromagnetického pole a topný výkon v kanálku

Podle Buckinghamova teorému lze kvalitativní vztahy mezi rozměrovými veličinami s výhodou vyjádřit pomocí bezrozměrných veličin vytvořených z původních rozměrových veličin; počet takto vytvořených bezrozměrných veličin ve výsledných vztazích je (úměrně počtu základních fyzikálních rozměrů) menší, než počet původních rozměrových. Tlak sil elektromagnetického pole (pruh značí střední hodnotu přes periodu napájecího napětí), který způsobuje zaškrcování kanálku lze podle [15] zjednodušeně vyjádřit například pro kanálek kruhového průřezu vzorcem:

$$\bar{p}_{el} = \frac{P_t}{a^2 \cdot l \cdot \pi \cdot \omega} \cdot \frac{40 \cdot (48 + \xi_R^4)}{3840 + 160 \cdot \xi_R^4 + 3 \cdot \xi_R^8} = \frac{P_t}{a^2 \cdot l \cdot \pi \cdot \omega} \cdot \chi_k(\xi_R) \quad , \quad (29)$$

kde kromě již výše zavedených veličin je $\xi_R = \frac{R}{a}$, kde R (m) je poměr řezu kanálku a $\chi_k(\xi_R)$ je bezrozměrná funkce bezrozměrné souřadnice ξ_R , index k znamená kanálek kruhového řezu. Vzorec (26) lze zobecnit i pro jiné geometrie kanálku: rozměrová část výrazu se nezmění, jiné geometrii odpovídá jiná bezrozměrná funkce $\chi(\xi)$, kde $\xi = \frac{x_k}{a}$, kde x_k je zvolený charakteristický rozměr kanálku. Proti účinkům tlaku sil elektromagnetického pole působí účinky hydrostatického tlaku, jak je uveden v části 2.3. Poznamenejme, že ačkoli příslušné vztahy byly v [15] odvozeny pro potenciální pole Lorentzovy síly, následující úvahy vycházející z teorie fyzikální podobnosti jsou platné i pro nepotenciální pole: tlak sil elektromagnetického pole fyzikálně působí stejně jako tlak hydrostatický na roztavený kov svým záporně vzatým gradientem, tedy objemovou hustotou síly. Gradient obou tlaků se podobnostně transformuje v obou případech s převrácenou hodnotou velikosti pece, změna vzájemných poměrů obou tlaků je tedy při transformaci shodná se změnou poměrů objemových hustot příslušných sil. Uvažme v souladu s předchozím, že platí

$$\bar{p}_{el} = \frac{P_t}{a^2 \cdot l \cdot \pi \cdot \omega} \cdot \chi(\xi) \quad (30)$$

a označme poměr tlaků $\psi = \frac{\bar{P}_{el}}{P_h}$; s klesající hodnotou ψ klesá pravděpodobnost vzniku pinch efektu. Pro transformaci ψ platí:

$$k_\psi = \frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{k_{P_i}}{k_a^2 \cdot k^2 \cdot k_{\rho_m} \cdot k_\omega} \cdot \frac{\chi(\xi_1)}{\chi(\xi_2)} = \frac{k_{P_i} \cdot k_\gamma}{k^2 \cdot k_{\rho_m}} \cdot \frac{\chi(\xi_1)}{\chi(\xi_2)} \quad (31)$$

Vzorec (28) je základní pro úvahy o vzniku pinch efektu u různě velikých geometricky podobných pecí s různou vsázkou a různým topným výkonem; kdyby bylo možno měnit frekvenci napájecích napětí tak, aby platilo $\xi_1 = \xi_2$, tedy $k_\omega = k^2$, bylo by podobnostní číslo $\frac{P_i \cdot \gamma \cdot \mu_0}{x^2 \cdot \rho_m \cdot g_z}$ poměrně jistým kriteriem pro vznik pinch efektu (tíhové zrychlení a

permeabilita vakua je přidána, aby byl výsledný výraz bezrozměrný); toto kriterium lze vyjádřit pomocí známých kriterií např. podle [18], výsledný vztah je však složitější, vyžaduje definování příslušných veličin vhodně pro kanálkovou pec a toto vyjádření je tedy neúčelné.

Složitějším problémem je závislost výrazu $\frac{\chi(\xi_1)}{\chi(\xi_2)}$ na změně bezrozměrných souřadnic

ξ_1 a ξ_2 : k hlavním výhodám kanálkových pecí patří možnost pracovat se sítovou frekvencí a hloubka vniku elektromagnetického pole se mění pouze se změnou vodivosti roztaveného kovu. Pro některé geometrie kanálku lze použít vzorce uvedené v [2] a [15], pro geometrie odlišné (poměrně nepravděpodobné, neboť nepřinášejí zvláštní výhody a jsou konstrukčně náročnější) lze na základě příbuznosti s některým uspořádáním uvedeným například v [2] a [15] změny příslušného výrazu $\chi(\xi)$ odhadnout. Přesnější, ovšem časově náročnější a dražší cestou je numerické modelování dějů v kanálkové peci.

6. Závěr

V přednášce jsou uvedeny hlavní zásady přepočtu vybraných parametrů při změně rozměrů pece a materiálu vsázky vycházející z teorie fyzikální podobnosti a převážně původních odvozených vztahů pro topný výkon kanálku a tlak elektromagnetických sil; využití zkušeností z provozu stávajících pecí umožňuje výrazně zkrátit a zlevnit návrh nového zařízení či analyzovat možnosti přechodu stávající pece na zpracování vsázky odlišného složení. Přednáška vychází především z původních prací autora o kanálkových pecích, které rozšiřuje o využití teorie fyzikální podobnosti pro návrh výkonové řady pecí.

Směrování dalšího výzkumu:

- podrobné modelování hydrodynamiky kovu v peci; od roku 2003 se autor podílí na řešení grantového projektu týkajícího se této problematiky
- problematika magnetických obvodů induktoru pece, na které autor ve spolupráci s kolektivem pracovníků a doktorandů katedry Elektroenergetiky ČVUT –FEL pracuje

Neopominutelným přínosem práce je praktická použitelnost výsledných vztahů získaných zobecněním výsledků plynoucích z řešení komplexních modelů fyzikálních polí v kanálkových pecích. Aplikovatelnost některých výsledků již byla ověřena ve spolupráci s průmyslem.

- [1] Electra: **Electromagnetic Induction and Electric Conduction in Industry**, monografie UIE, ISBN 2-910668-26-6
- [2] Langer E.: **Elektrotepelná technika — část IV — Indukční pece kanálkové**, skriptum VŠSE v Plzni, 1969
- [3] Stratton J. A.: **Teorie elektromagnetického pole**, SNTL 1961
- [4] Kvasnica J.: **Teorie elektromagnetického pole**, Academia 1985
- [5] Kyncl J. a kolektiv: **výukové texty na <http://heat.feld.cvut.cz/>**, stav k 22. 11. 2002
- [6] Kožešník J.: **Fyzikální podobnost a stavba modelů**, JČMF 1948
- [7] Rada J.: **Elektrotepelná technika I, II**, skriptum ČVUT-FEL
- [8] Rada J.: **Elektrotepelná technika**, SNTL 1985
- [9] Kyncl, J.: **Experiences with an Improved Channel Melting Furnace**. In: **Induction Heating Seminar**. Padova: Università degli Studi di Padova, 1998, vol. 1, p. 291–297. ISBN 88-86281-26-9
- [10] Kyncl, J.: **One Method of Elimination of the Pinching Effect in Channel Furnaces**. In: **Workshop 98**. Prague: CTU, 1998, vol. II, p. 651–652
- [11] Krumphanzl J., Kubín P., Kyncl J.: **Global Optimization Methods Applied on Channel Furnaces Design**. In: **International Seminar on Heating by Internal Sources**. Padova: Università degli Studi di Padova, 2001, p. 651–656. ISBN 88-86281-64-1
- [12] Kyncl J.: **Elektrodynamika indukční kanálkové pece**, disertační práce, FEL-ČVUT, 1995
- [13] Buligins L., Eggers A., Mühlbauer A., Nacke B.: **Wärmetransport in Inductions-Rinnenöfen**, Elektrowärme International 50 (1992) B4 - November
- [14] Kyncl J., Musil L.: **Energy Savings by Channel Furnace Modern Design**. In: **Elektroenergetika 2002**. Prague : CTU, 2002, p. 75–78. ISBN 80-01-02614-0. (in Czech).

[15] Kyncl J. : **Optimalizace vybraných konstrukčních prvků kanálkových pecí**, habilitační práce, Praha 2002

[16] Sazima, M.a kol.. : **Sdílení tepla**, SNTL Praha 1993

[17] Rektorys, K. a kol.: **Základy užité matematiky**, SNTL Praha 1963

[18] Kuneš J. **Modelování tepelných procesů**, SNTL Praha 1989