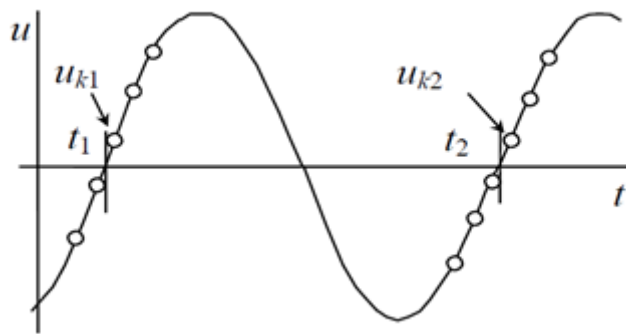


## 2. Vzorkovací metoda

Určení kmitočtu z vzorkovaného průběhu. Tato metoda založena na pozorování vstupního signálu pomocí osciloskopu a nastavení určité úrovně, pro zjednodušení považujeme úroveň nastavenou na 0. Budeme předpokládat, že máme k dispozici navzorkovaný signál a známe vzorkovací periodu i počet vzorků za sekundu.

Vstupní signál protne zvolenou úroveň. Na základě získaných údajů se dá spočítat perioda signálu a kmitočet.



Obrázek č.2

$k_1$  – číslo vzorku po 1. průchodu signálu  $u$  nulou

$k_2$  – číslo vzorku po 2. průchodu signálu  $u$  nulou

Periodu spočítáme pomocí vztahu

$$T = (k_2 - k_1)T_s;$$

$T_s$  je perioda vzorkování

Pak spočítáme kmitočet pomocí vztahu

$$f = \frac{1}{T}$$

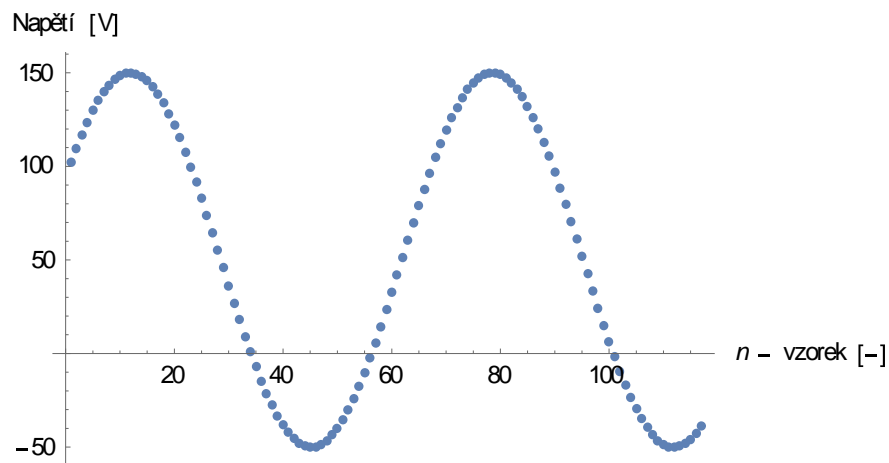
Tato metoda může dávat nepřesný výsledek v případě když na periodu bude neceločíselný počet vzorku. Ale to se dá ošetřit, v dalších případech budeme brát hodnoty získané pomocí interpolací mezi body, které se nachází v okolí úrovně. Budeme měnit hodnotu úrovně. Výsledek metody bude výsledek záležet na námi zvolených parametrech (počet bodů pro interpolaci a úroveň).

## 2.1 Měření pomocí vzorkovací metody

Teď se podíváme jak funguje vzorkovací metoda v praxe. Na vstupu budeme mít sinusový signál. Každý sinusový signál můžeme popsat pomocí rovnice.

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + C$$

Kde A - amplituda,  $\omega$  - uhlová frekvence ( $\omega=2 \cdot \pi \cdot f$ ), f - frekvence, t - čas,  $\varphi$  - fázový posun, C – konstanta.



Obrázek č.3

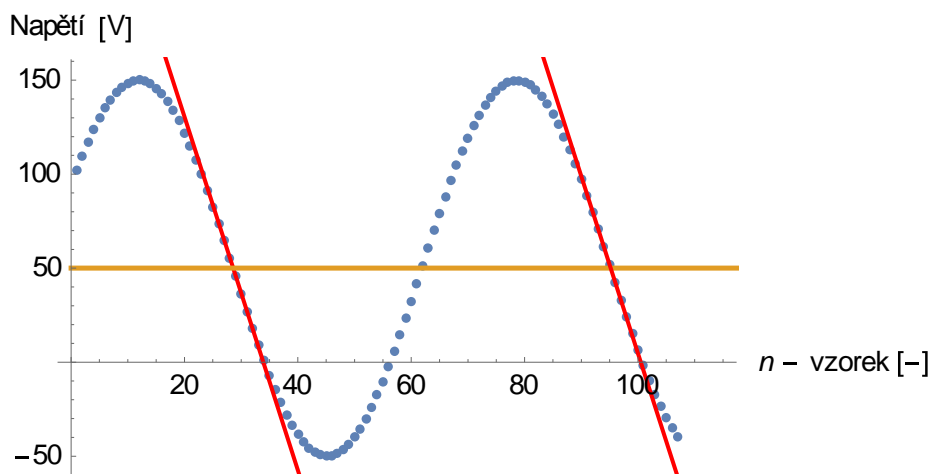
Máme k dispozici signál jehož rovnice je

$$y(t) = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t + 0.546) + 50$$

$$A=100, \omega= 2 \cdot \pi \cdot f (f=50 \text{ Hz}), \varphi= 0.546, C=50.$$

Signál navzorkován frekvencí  $f_{vz} = 3.3 \text{ kHz}$ . ( $t_{vz}=0.0003 \text{ s}$ )

Jak bude fungovat vzorkovací metoda: Zadáme vhodnou úroveň například 50.



Obrázek č.4

Vidíme dvě přímky, každá přímka má rovnici ve tvaru:

$$y(x) = a \cdot x + b$$

Rovnice úrovně:

$$y(x) = konst$$

Dosadíme číselné hodnoty do rovnic.

První přímka:

$$y_1(x_1) = 318.336 - 9.40194 \cdot x_1$$

Druhá přímka:

$$y_2(x_2) = 945.809 - 9.40912 \cdot x_2$$

Rovnice úrovně:

$$y_3(x) = 50$$

Výpočet periody funkce:

$$y_1(x_1) = y_2(x_2) = y_3(x) = 50$$

První rovnice:

$$50 = 318.336 - 9.40194 \cdot x_1 \rightarrow x_1 = 28.5405;$$

Druhá rovnice:

$$50 = 945.809 - 9.40912 \cdot x_2 \rightarrow x_2 = 95.2065;$$

$$T = (x_2 - x_1) \cdot t_{vz} = (95.2065 - 28.5405) \cdot 0.0003 \text{ s} = 0.0199998 \text{ s}$$

Frekvence:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.0199998 \text{ s}} = 50.0005 \text{ Hz}$$

50.0005 Hz - spočítaná frekvence signalu.

Relativní chyba metody:

$$\Delta = \left| \frac{50.0005 - 50}{50} \right| \cdot 100 \% = 0.001 \%$$

Závěr: pomocí vzorkovací metody jsme změřili frekvenci signálu  $f = 50.0005 \text{ Hz}$ , relativní chyba měření je 0.001 %. V další kapitole se podíváme, co se stane, když vstupní signál bude obsahovat šum.

## 2.2 Parametry vzorkovací metody

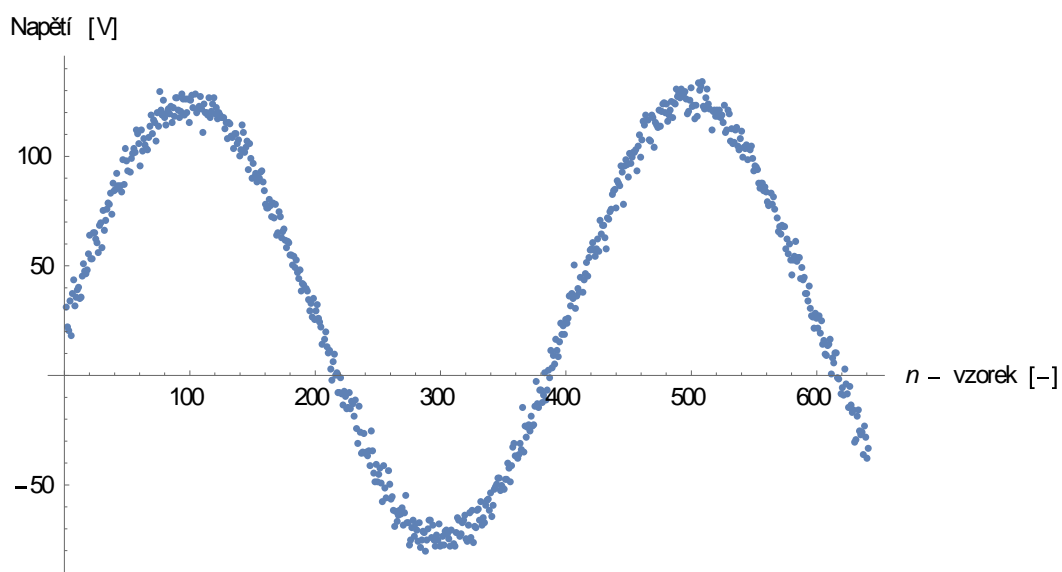
V této kapitole se podíváme jaký výsledek nám dá vzorkovací metoda, když vstupní signál bude obsahovat šum. K dispozici máme signál, jehož parametry jsou:

$$y(t) = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t + 0.001) + 25 + R$$

$A=100$ ,  $\omega= 2 \cdot \pi \cdot f$  ( $f=50 \text{ Hz}$ ),  $\varphi= 0.001$ ,  $C=25$ ,  $R$  je náhodný šum z intervalu  $[-5; +5]$

$f_{vz}= 20 \text{ kHz}$  ( $t_{vz}=0.00005 \text{ s}$ )

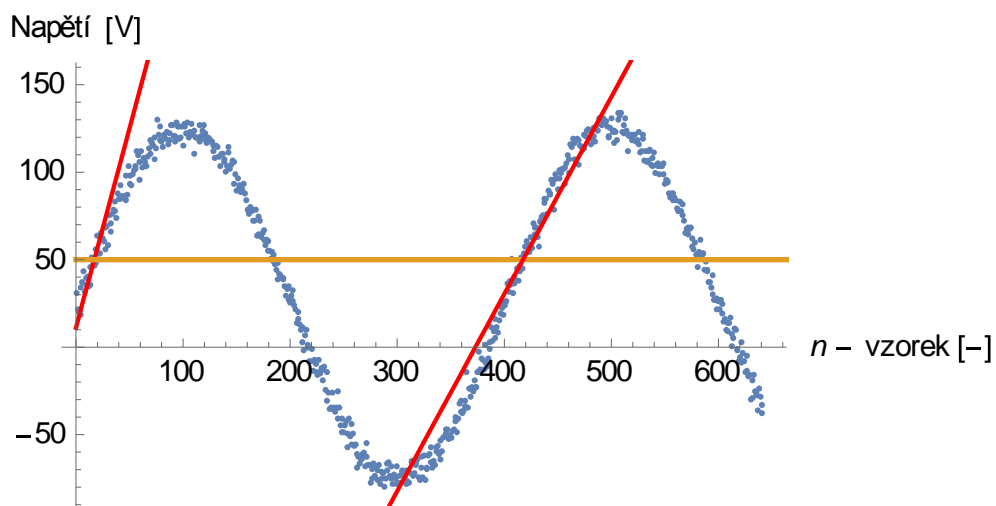
Zkoumaný signál bude vypadat takto:



Obrázek č.6

$$y(t) = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t + 0.001) + 25 + R$$

Provedeme výpočet pomocí vzorkovací metody, jak jsme to udělali v kapitole 2.



Obrázek č.7

První přímka:

$$y_1(x_1) = 11.0485 + 2.27838 \cdot x_1$$

Druhá přímka:

$$y_2(x_2) = -420.369 + 1.12688 \cdot x_2$$

Rovnice úrovně:

$$y_3(x) = 50$$

$$T = (x_2 - x_1) \cdot t_{vz} = (417.409 - 17.0962) \cdot 0.00005 \text{ s} = 0.0200156 \text{ s}$$

Frekvence:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.0200156 \text{ s}} = 49.9609 \text{ Hz}$$

Relativní chyba metody:

$$\Delta = \left| \frac{49.9609 - 50}{50} \right| \cdot 100 \% = 0.0782 \%$$

Vychodnocení výsledku: pomocí vzorkovací metody: změřili jsme frekvenci signálu, který obsahoval šum, výsledná frekvence  $f = 49.9609 \text{ Hz}$ , chyba měření  $0.0782 \%$ . U každé metody se snažíme, aby relativní chyba měření byla co nejmenší. V této metodě se dá ovlivnit výsledek měření změnou počtu bodů pro interpolaci.

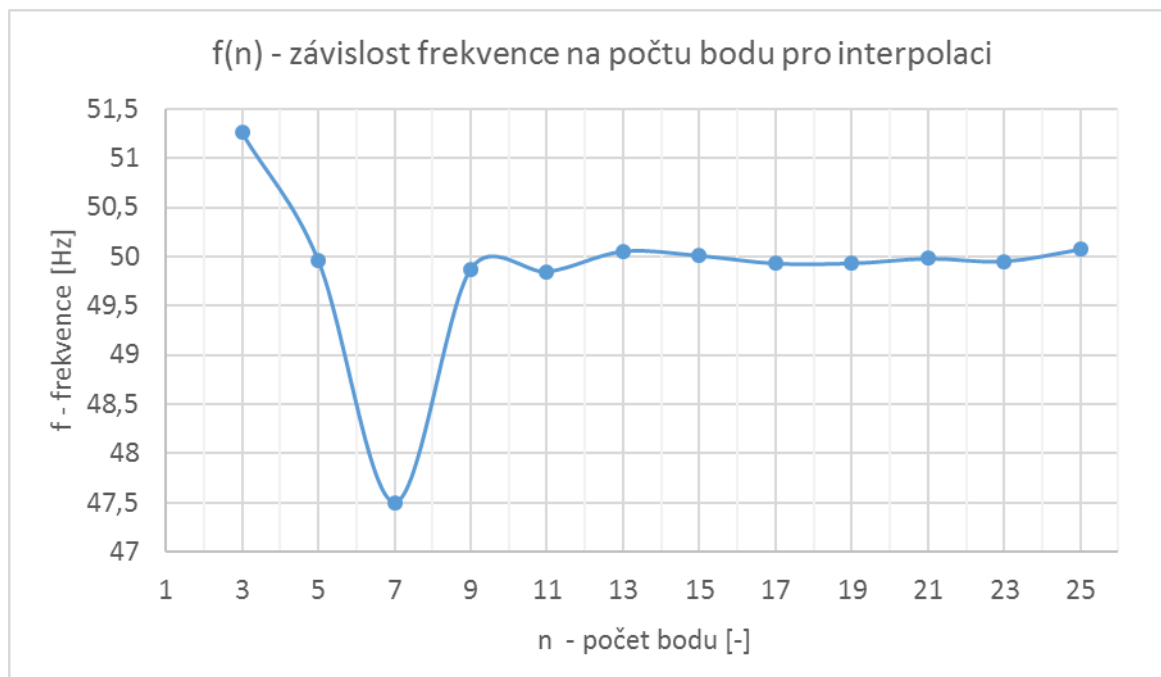
V kapitole 2 jsme mluvili o ideálním signálu, který neobsahuje šum, proto relativní chyba měření nám vyšla tak malá. Pomocí interpolací mezi dvěma body jsme spočítali výsledný bod průtnutí. Pak pomocí řešení jednoduchých rovnic jsme získali kořeny a periodu funkce. V kapitole 3 jsme nemáme ideální signál, a proto chyba měření vyšla větší. Postupovali jsme stejným způsobem, udělali jsme interpolaci mezi dvěma body abychom získali správný bod průtnutí, a jak tyto body v sobě obsahují šum tak i bod průtnutí je šumem ovlivněn. Opravíme to tím, že uděláme lineární aproximaci pomocí většího počtu bodů ( $n=3,5,7,\dots,25$ ).

n [-]	T [ms]	f [Hz]	$\Delta$ [%]
3	19.509	51.259	2.517
5	20.016	49.961	0.078
7	21.052	47.500	4.999
9	20.052	49.871	0.259
11	20.062	49.846	0.307
13	19.979	50.052	0.103
15	19.996	50.009	0.019
17	20.028	49.929	0.142
19	20.028	49.930	0.141
21	20.008	49.979	0.041
23	20.020	49.950	0.099
25	19.971	50.072	0.144

Tabulka č.1

n – počet bodu pro lineární proklad, T – perioda, f – frekvence,  $\Delta$  - relativní chyba

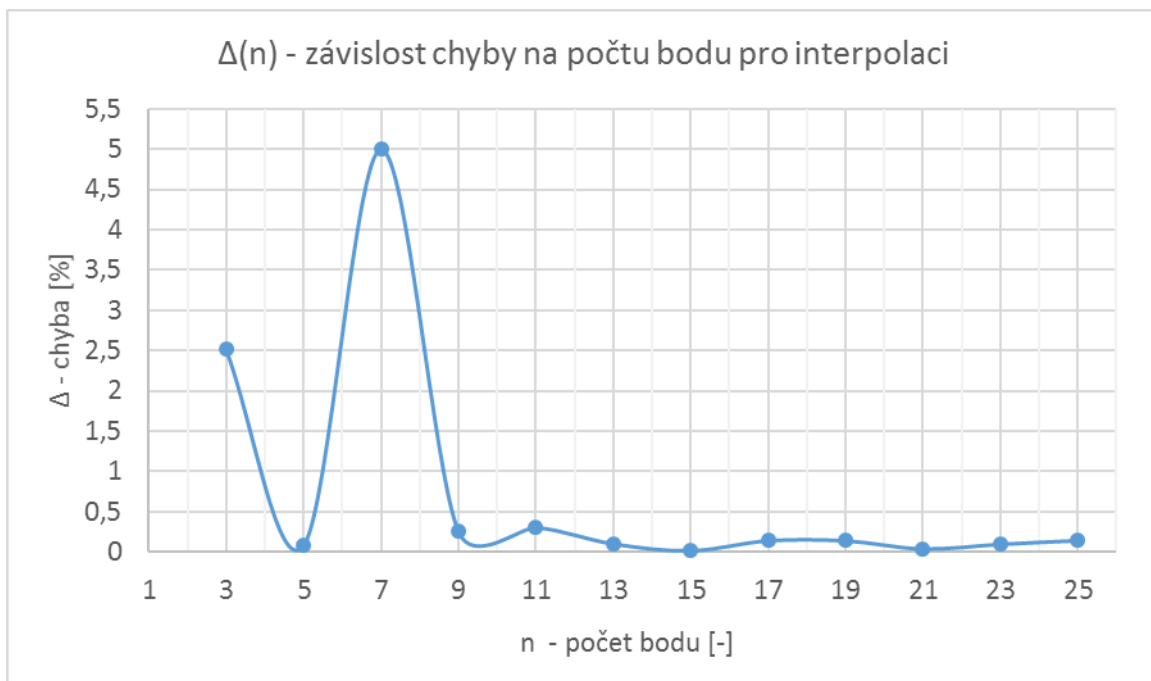
Hodnoty z tabulky použijeme pro grafy f(n) a  $\Delta(n)$  které jsou na další straně.



Graf č.1

Podíváme-li se do grafu, vidíme, že na začátku grafu (n=3,5,7) se hodnota frekvence mění skokově, pak když jsme zvětšili počet bodu (n=9,11,...,25)

frekvence přestala měnit svou hodnotu skokově a začala se nacházet v určitém intervalu, což vylepšilo výsledek měření. Můžeme říct, že optimální počet bodů pro interpolaci v intervalu  $n = [13; 21]$ . O čem pak hovoří graf  $\Delta(n)$ , v intervalu  $n = [13; 21]$  hodnota chyby nám vychází pod 0.5 % což je pro některé účely přijatelná hodnota.



Graf č.2

Závěr: Vzorkovací metodou můžeme měřit frekvence signálu s dostatečně malou chybou při větším počtu bodů pro regresi  $n = [13; 21]$ , pro náš výzkum relativní chyba vyšla pod 0.5 %. V další kapitole se podíváme na statistickou metodu měření frekvence.

### 3. Statistická metoda.

Tato metoda je založena na statistickém zpracování dat. Algoritmus je členěn na několik částí. Jedná se o měření frekvence signálu jejíž součástí je i informace o věrohodnosti výsledné hodnoty ve formě střední kvadratické odchylky.

Pro základní vypočet jsou využity následující vztahy. Vztah pro střední hodnotu funkce

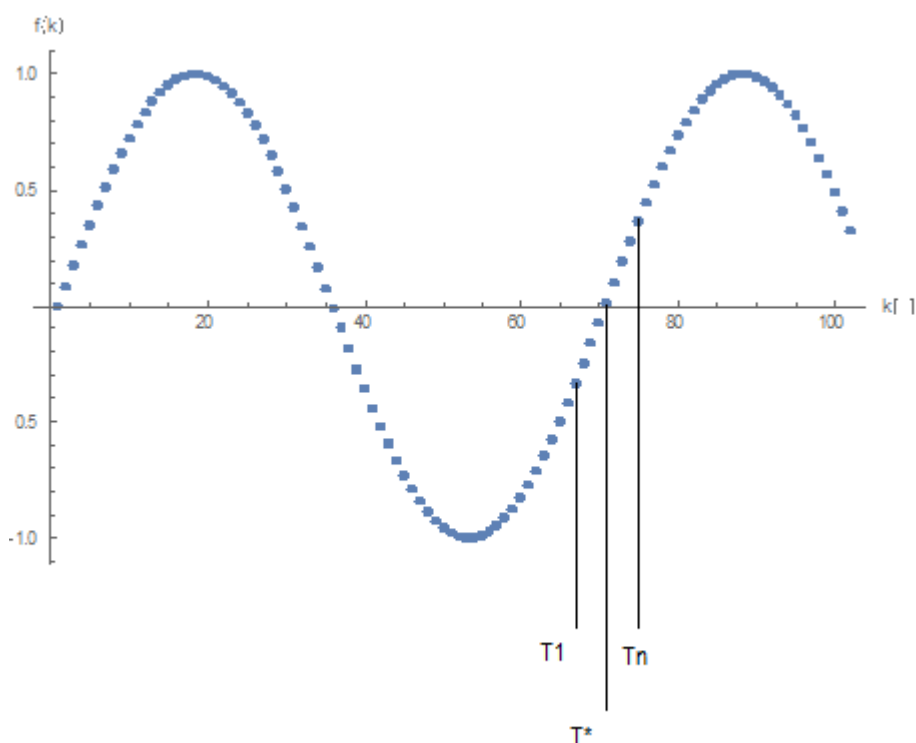
$$X_{str} = \frac{1}{T} \int_{t=t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$



Vztah pro rozptyl, dále označovaný Sigma kvadrát.

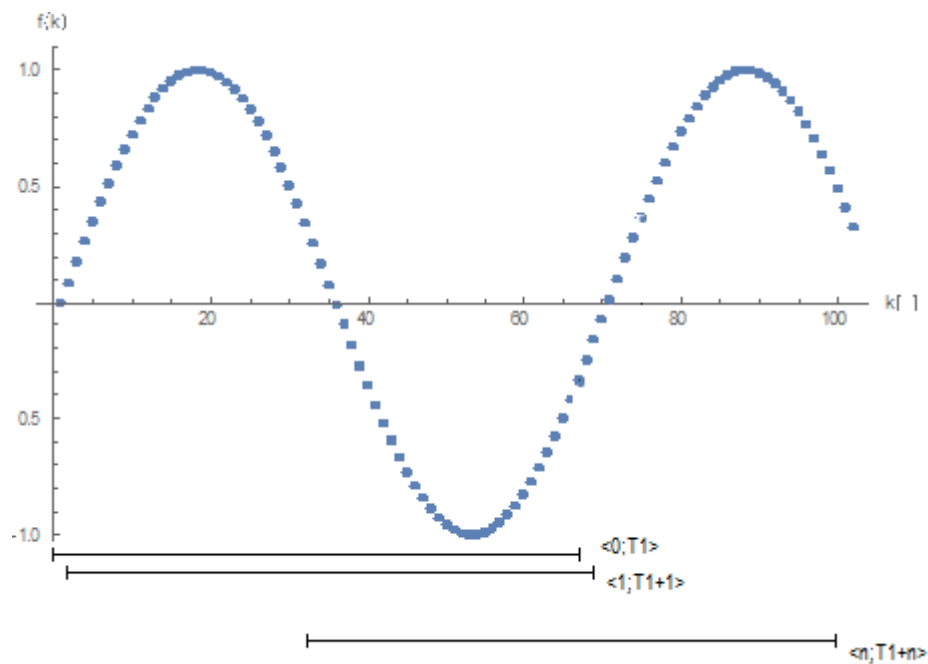
$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Výpočet probíhá následujícím způsobem. Předpokládejme, že hledaná perioda signálu  $T^*$  se pohybuje v rozmezí vzorků  $T_1$  až  $T_n$ .



Obrázek č.8

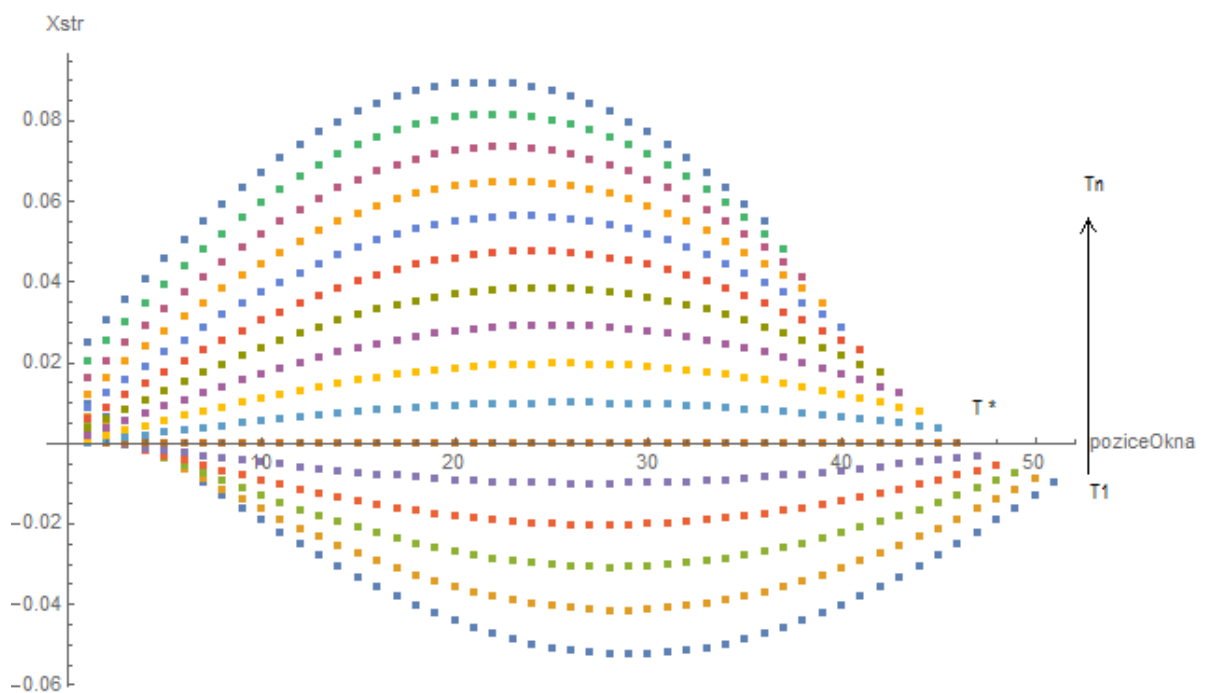
Naším cílem najít správnou periodu  $T^*$ , které bude odpovídat nejmenší hodnota  $\sigma^2$ . Na začátek spočítáme střední hodnotu funkce z intervalu  $\langle 0; T_1 \rangle$ . Když máme spočítanou střední hodnotu, pak posuneme výpočetní interval o jeden vzorek dopředu  $\langle 1; T_1 + 1 \rangle$ . Pokračujeme dál do chvíle když  $T_1+n$  se rovná poslednímu vzorku. Ted' můžeme spočítat  $\sigma^2$ , a tím pádem máme body  $(T_1; \sigma^2)$ .  $T_1$  budeme říkat perioda výpočetního okna.



Obrázek č.9

Nadále prodloužíme periodu výpočetního okna o jeden vzorek. Začneme v intervalu  $\langle 0; T_2 \rangle$  kde  $T_2 = T_1 + 1$  a postupujeme stejným způsobem jak jsme postupovali před tím. Pokračuje v počítání do  $\langle m; T_n + m \rangle$ .

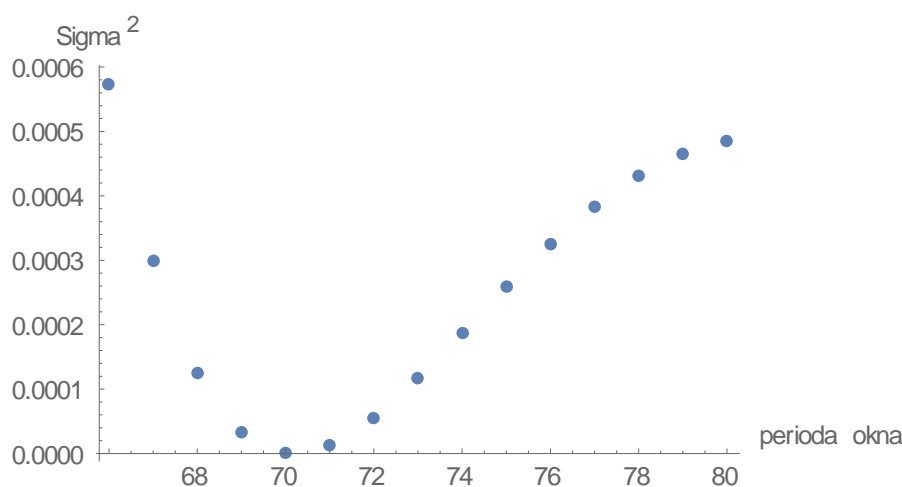
Podíváme se na graf, ve kterém na ose x budeme mít pozice výpočetního okna na ose y  $X_{str}$ .



Obrázek č.10

Podíváme-li se na čáry které jsou na grafu, každá čára má různou barvu. Každé barvě odpovídá různá délka periody výpočetního okna. Vidíme že pro správnou délku výpočetního okna  $T^*$  hodnota  $X_{str}$  je konstantní, to znamená že  $T^*$  je správná perioda.

Nyní jsme schopni spočítat výslednou periodu, máme k dispozici soubor dat ve tváru  $(T; \sigma^2)$  uděláme z toho graf  $\sigma^2(T) = f(T)$ , budeme hledat minimum funkce  $f(T)$ . Uděláme to tak že vezmeme tři body s nejmenší sigma kvadrát a proložíme je parabolou a z prokladu najdeme souřadnice vrcholu.



Obrázek č.11

$$T^* = \frac{y_1 + 2 \cdot x_2 \cdot y_1 - 4 \cdot x_2 \cdot y_2 - y_3 + 2 \cdot x_2 \cdot y_3}{2(y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3)}$$

$$\sigma^{2*} = -\frac{y_1^2 + (-4 \cdot y_2 + y_3)^2 - 2 \cdot y_1 \cdot (4 \cdot y_2 + y_3)}{8 \cdot (y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3)}$$

Získáním hledané periody  $T^*$  a jí odpovídající  $\sigma^{2*}$  je proces získání frekvence u konce. Získaná perioda má tvar počtu vzorků, odpovídající skutečné periodě. Pro získání skutečné periody  $T$  je nutné vynásobit vzorkovací periodou  $T_{vzor}$ .

$$T = T^* \cdot T_{vzor}$$

Hledaná frekvence je pak:

$$f = \frac{1}{T}$$

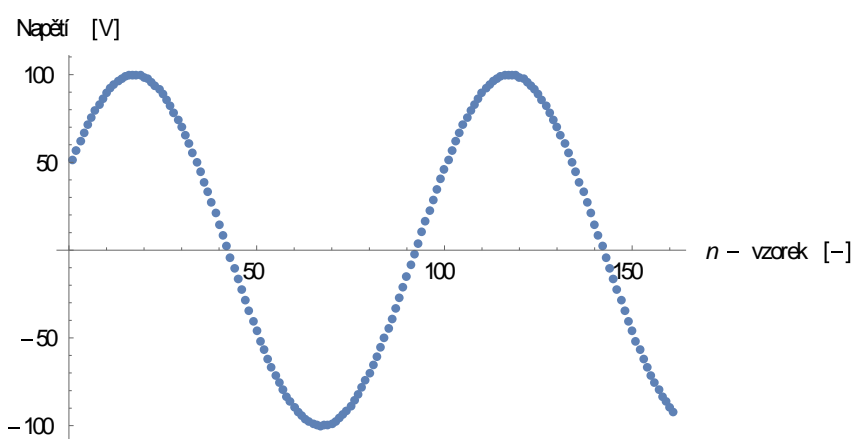
V další kapitole budeme porovnávat tyto dvě metody mezi sebou.

#### 4. Porovnání metod

V této kapitole se podíváme na rozdíly ve výsledcích mezi metodami.

K dispozici máme vstupní signál jehož tvar je :

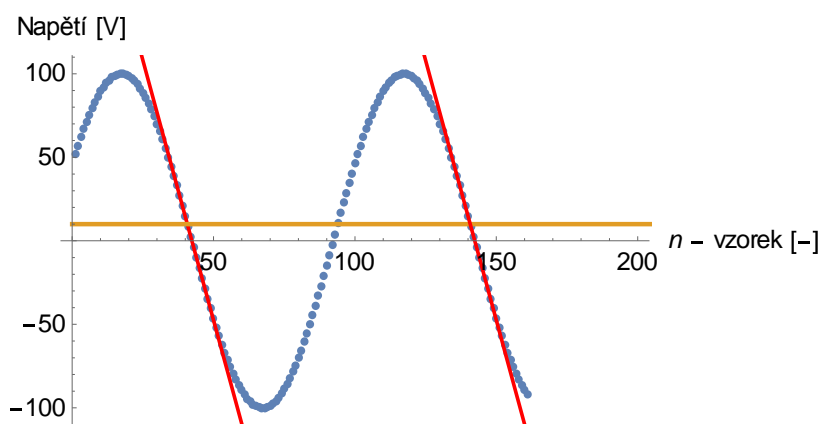
$$y(t) = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t + 0.543)$$



Obrázek č.12

$f_{vz}=5\text{kHz}$  ( $t_{vz}=0.0002$ )

Vzorkovací metoda dá nám výsledek:



Obrázek č.13

První přímka:

$$y_1(x_1) = 263.948 - 6.23154 \cdot x_1$$

Druhá přímka:

$$y_2(x_2) = 887.102 - 6.23154 \cdot x_2$$

Rovnice úrovně:

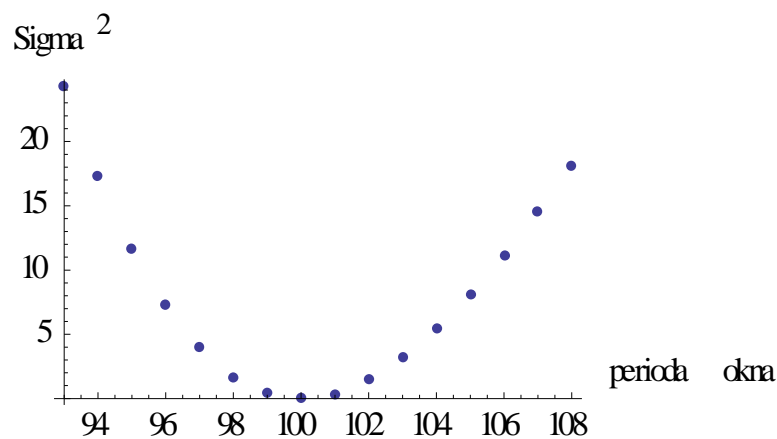
$$y_3(x) = 10$$

$$T = (x_2 - x_1) \cdot t_{vz} = (140.752 - 40.752) \cdot 0.0002 \text{ s} = 0.0200 \text{ s}$$

Frekvence:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.0200 \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$$

Statistická metoda dá nám výsledek:



Obrázek č.14

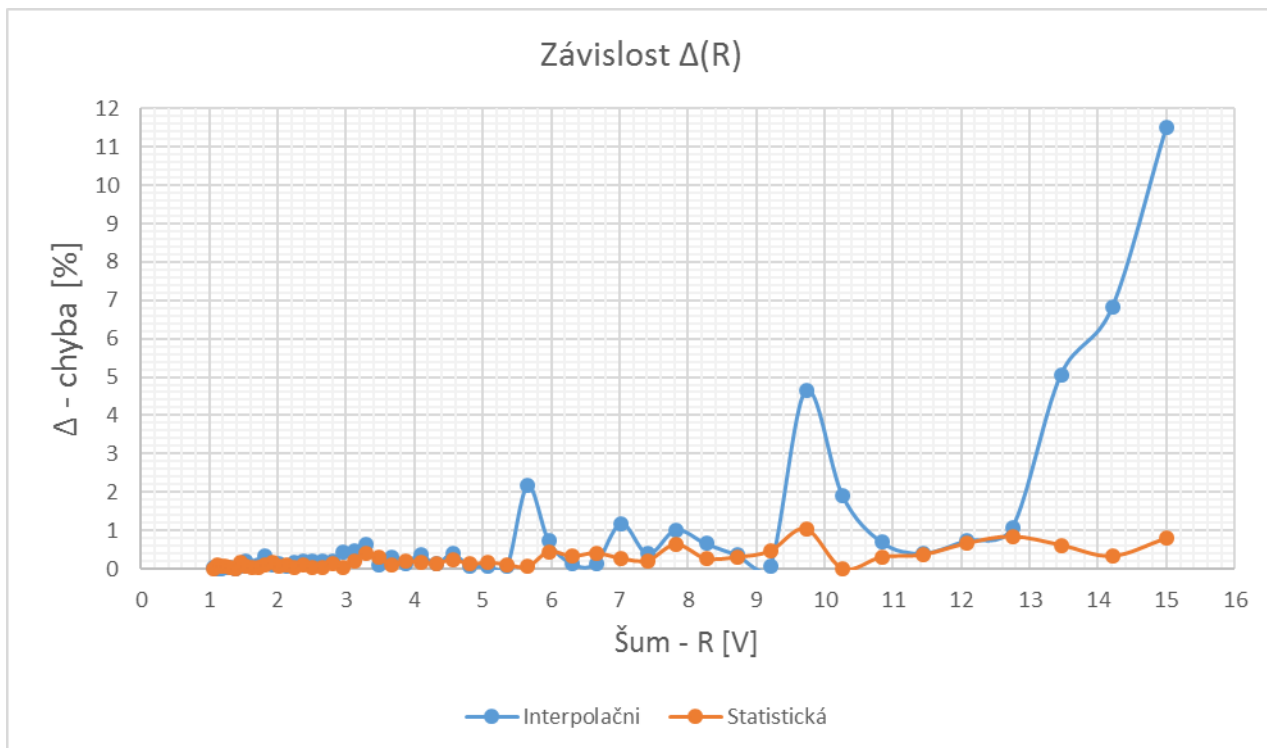
Perioda:

$$T = T^* \cdot T_{vzor} = 100 \cdot 0.0002 \text{ s} = 0.0200 \text{ s}$$

Frekvence:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.0200 \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$$

Získali jsme stejné výsledky, což znamená že obě metody fungují správně. Vzhledem k tomu že vstupní signál byl čistý a neměl žádný šum, šlo o ideální situace. Ve skutečnosti každý měřený signál v sobe obsahuje šum, podívejme se tedy na výsledky obou metod když postupně budeme zvyšujeme poměr šumu k vstupnímu signálu.

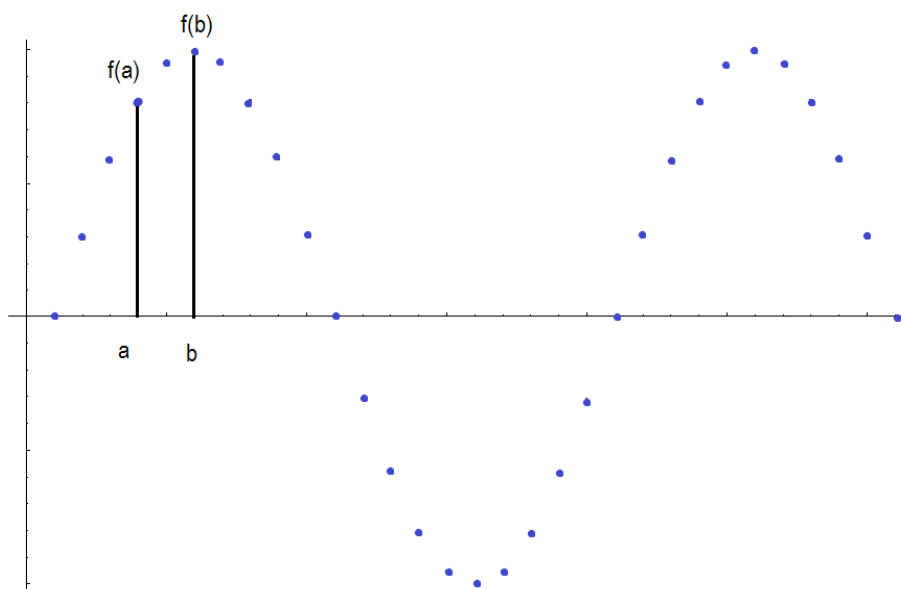


Graf č.3

Graf  $\Delta(R)$  ukazuje závislost relativní chyby měření na amplitudě šumu. Vidíme, že pro statistickou metody hodnota relativní chyby se nachází pod 1 %, když u vzorkovací metody relativní chyba začíná růst když hodnota šumu větší než 12 % amplitudy vstupního signálu. Tabulka s hodnotami pro graf je v přílohách (tabulka č.8)

## 5. Simsonuv integral

V předchozích kapitolách jsem popsal stanovení frekvence diskretního signálu. Teď se podíváme na to jak pomocí Simpsonova pravidla můžeme stanovit určitý integrál signálu.



Obrázek č.15

Simpsonovo pravidlo nám říká, že integrál mezi body  $a$  i  $b$  přibližně se rovná

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left[ f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

Pro výpočet integrálu pomocí Simpsonova pravidla je nutno vědět funkční hodnoty v bodech  $a$  i  $b$  plus funkční hodnotu v bode  $\frac{a+b}{2}$ . Ze vztahu je vidět, že čím budou body blíže k sobe, tím integrál bude přesnější. Celkový integrál dostaneme sumou přes všechny bodu signálu. Teď jsme můžeme zjistit hodnotu integrálu, což pro je nas nutné, protože chceme získat fázor vstupního signálu.

## 6. Fázory

Každý periodický signál můžeme náhradit Fourierivou řadou

$$\begin{aligned} f^*(t) &= a_0 + a_1 \cdot \cos\left(1 \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) + a_2 \cdot \cos\left(2 \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) + \dots + a_n \cdot \cos\left(n \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) + \\ &+ b_1 \cdot \sin\left(1 \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) + b_2 \cdot \sin\left(2 \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) + \dots + b_n \cdot \sin\left(n \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) = \\ &= a_0 + \sum_{i=1}^n \left[ a_i \cdot \cos\left(i \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) + b_i \cdot \sin\left(i \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) \right] \end{aligned}$$

Kde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T f^*(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^T f^*(t) \cdot \cos\left(k \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^T f^*(t) \cdot \sin\left(k \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right) dt$$

V předchozí kapitole bylo popsáno jakým způsobem můžeme vypočítat integrál.

Nadále se podíváme jak souvisejí koeficienty Fourerovy řady s fázory. Začneme od Eulerůva vztahu:

$$e^{j\psi} = \cos(\psi) + j \cdot \sin(\psi)$$

Ze vztahu vyplývá že:

$$\sin(\psi) = \text{Im}(e^{j\psi})$$

máme k dispozici obecný sinusový signál popsany rovnicí:

$$u_b(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Uděláme z něj fázor jednoduše:

$$u_b(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \text{Im}(U_M \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}) = \text{Im}(\tilde{U}_M \cdot e^{j\omega t})$$

kde:

$$\tilde{U}_M = U_M \cdot e^{j\varphi} - \text{fázor v měřítku maximalních hodnot}$$

Obdobně budeme postupovat v případě jestli signál bude cosinusový:

$$u_a(t) = U_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Pro cosinus platí:

$$\cos(\omega \cdot t) = \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$



Přepíšeme rovnice s použitím vztahu pro cosinus:

$$u_a(t) = U_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = U_M \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = \text{Im}\left(U_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}\right)$$

Provedeme záměnu:

$$\tilde{U}_M = U_M \cdot e^{j\varphi} \quad - \text{fázor v měřítku maximalních hodnot}$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = j \quad - \text{Eulerův vztah}$$

Dostaneme

$$\text{Im}\left(U_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}\right) = \text{Im}(\tilde{U}_M \cdot j \cdot e^{j\omega t})$$

Napíšeme oba vztahy pod sebou

$$u_b(t) = U_{Mb} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \text{Im}(\tilde{U}_{Mb} \cdot e^{j\omega t})$$

$$u_a(t) = U_{Ma} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \text{Im}(\tilde{U}_{Ma} \cdot j \cdot e^{j\omega t})$$

Jak bylo uvedeno na začátku této kapitoly, každý periodický signál můžeme napsat ve tvaru řady, což je součet sinu a cosinu s příslušnými koeficienty.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_b(t) + u_a(t) = b_k \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + a_k \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \\ &= \text{Im}(b_k \cdot e^{j\omega t}) + \text{Im}(a_k \cdot j \cdot e^{j\omega t}) = \text{Im}[(b_k + a_k \cdot j) \cdot e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

Kde  $a_k$  i  $b_k$  jsou koeficienty Fourierovy řady.

V této kapitole jsme zkoumali nahrazování periodického signálu Fourierivou řadou, a z řady jsme udělali fázory, pokud máme k dispozici fázory můžeme přejít k výkonům a impedancím.

## 7. Výkony

V této kapitole si ukážeme konkrétní příklad na zpracování signálu. Pomocí fázorů zavedeme vztahy pro činný a jalový výkon.

Elektrický výkon je definován:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad [W, V, A]$$

Napětí a proud popíšeme pomocí harmonických funkcí:

$$u(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_U) = U_M \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_U\right)$$

$$i(t) = I_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_I) = I_M \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_I\right)$$

Pro periodické průběhy je často výhodné vyjádřit výkon pomocí střední hodnoty výkonu:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=t_1}^{t=t_1+T} p(t) \cdot dt$$

Dosadím do integrálu vztahy pro napětí a proud a získáme výsledek:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \cdot \int_{t=t_1}^{t=t_1+T} p(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=t_1}^{t=t_1+T} u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_{t=t_1}^{t=t_1+T} U_M \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_U\right) \cdot I_M \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_I\right) dt = \\ &= \frac{U_M \cdot I_M}{T} \cdot \int_{t=t_1}^{t=t_1+T} \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_U\right) \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_I\right) dt = \frac{U_M \cdot I_M}{2} \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) \end{aligned}$$

Výraz prepíšeme pomocí efektivních hodnot:

$$U_{eff} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}, \quad I_{eff} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{U_M \cdot I_M}{2} \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I)$$

Cosinus můžeme napsat pomocí Eulerova vztahu jako:

$$\cos(\varphi_U - \varphi_I) = \operatorname{Re}[e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}]$$

$$\begin{aligned} P &= U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \operatorname{Re}[e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}] = \\ &= \operatorname{Re}[U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}] = \operatorname{Re}[U_{eff} \cdot e^{j\varphi_U} \cdot I_{eff} \cdot e^{j(-\varphi_I)}] = \\ &= \operatorname{Re}[\tilde{U}_{eff} \cdot \hat{I}_{eff}^*] \end{aligned}$$

Kde  $\hat{I}_{eff}^*$  - komplexní sdružené číslo.

Dostali jsme vztah pro činný výkon. Stejným způsobem dostaneme vztah pro jalový výkon.

$$P_c = \operatorname{Re}[\tilde{U} \cdot \hat{I}^*] \quad [W]$$

$$Q_j = \operatorname{Im}[\tilde{U} \cdot \hat{I}^*] \quad [VAr]$$

kde  $\tilde{U}$  – fázor napětí,  $\hat{I}^*$  – fázor proudu (komplexně sdružené číslo)

Zavedeme vztah pro impedanci  $\hat{Z}$ , impedance, je to podíl fázoru napětí k fázoru proudu.

$$\hat{Z} = \frac{\tilde{U}}{\hat{I}} \quad [\Omega]$$

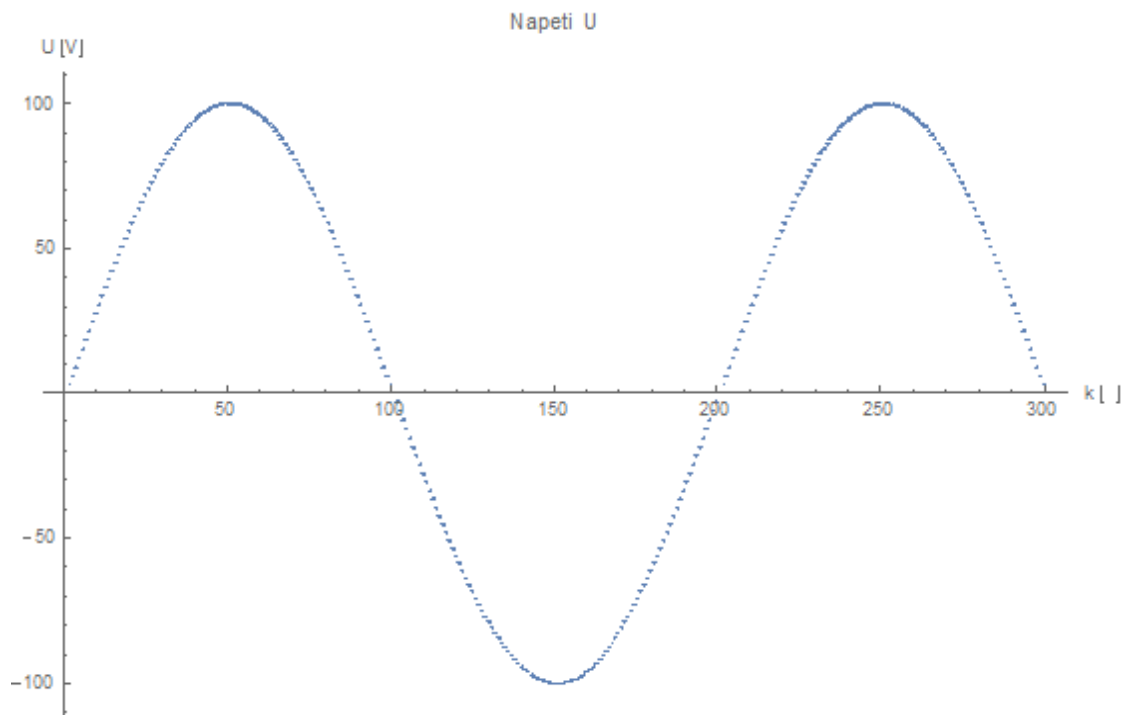
Budeme předpokládat, že máme k dispozici napětí ve tvaru

$$u(t) = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$$

A impedanci

$$\hat{Z} = 1 + 0.5 \cdot j \quad [\Omega]$$

Signál reprezentující napětí máme navorkovaný trekvencí  $f_{vz} = 200$  Hz. ( $t_{vz} = 0.005$  s)



Obrázek č.16

Pomocí statistické metody získáme frekvence. Statistická metoda dala výsledek  $f = 49.999$  Hz. Pak pomocí Fourierove řady získáme fázor napětí. Fázor napětí vyšel  $\hat{U} = 100$  V. Ted' známe fázor napětí a impedanci, zbývá dopočítat fázor proudu.

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}} = \frac{100}{1+0.5 \cdot I} = \frac{100 \cdot (1-0.5 \cdot I)}{(1+0.5 \cdot I) \cdot (1-0.5 \cdot I)} = \frac{100-50 \cdot I}{1.25} = 80 - 40 \cdot I \quad [A]$$

Z fázoru proudu uděláme komplexně sdružené číslo

$$\hat{I}^* = 80 + 40 \cdot I \quad [A]$$

Dosadíme fázory napětí a proudu do vztahy pro výkony

$$P_{\zeta} = Re[\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = Re[100 \cdot (80 + 40 \cdot I)] = 8000 \quad [W]$$

$$Q_j = Im[\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = Im[100 \cdot (80 + 40 \cdot I)] = 4000 \quad [VAr]$$

Ukázali jsme jak můžeme aplikovat výsledky z předchozích kapitol.

## 8. Porovnání přesnosti metod při určení činného a jalového výkonu

V této kapitole podíváme se na přesnosti metod při určení činného a jalového výkonu. Pro simulaci průběhů použijeme hodnoty z předchozí kapitoly. Fázor napětí je 100 V, hodnota impedanci je  $1+0,5i$ . Provedl jsem několik simulací, pro různé hodnoty šumu.

R	Statisticka				Interpolacni			
	$f_u$	$f_i$	P cinny	Q jalovy	$f_u$	$f_i$	P cinny	Q jalovy
[%]	[Hz]	[Hz]	[%]	[%]	[Hz]	[Hz]	[%]	[%]
1	49.98	49.98	0.06	0.05	50.02	50.00	0.03	0.57
2	49.98	49.98	0.06	0.73	49.98	50.05	0.27	0.08
3	49.96	50.02	0.15	0.85	49.70	50.10	0.78	3.32
4	49.96	49.94	0.34	2.48	50.33	49.86	1.37	8.03
5	49.94	49.95	1.43	1.91	49.98	50.17	2.74	0.53
6	49.86	49.99	0.55	0.36	50.01	49.92	0.10	2.26
7	50.13	49.89	0.17	2.19	49.64	49.86	0.65	4.28
8	49.87	50	0.42	4.33	49.63	50.23	1.43	10.34
9	50.07	49.98	1.77	5.67	49.66	49.45	0.28	1.09
10	49.95	50.02	0.76	0.93	48.78	49.58	1.79	11.85
15	50.12	50.06	0.10	4.13	49.31	49.94	6.00	8.7
20	49.92	49.9	1.3	2.91	50.08	50.15	1.81	3.23

Tabulka č.3

Z výsledků simulací dá se posoudit, že statistická metoda má menší relativní chybu při určení činného a jalového výkonu a to způsobeno tím, že frekvence zjištěná pomocí statistické metody má přesnější hodnotu. Jinak pro integraci jsem používal stejnou metodu v obou případech, lišilo se to pouze ve stanovení hodnoty frekvenci napětí a proudu.

## Reference

FROLOV, Filipp. Určování frekvence a fázorů v elektroenergetice. Praha, 2016. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze. Vedoucí práce Doc. Dr. Ing. Jan Kyncl.