

ZS 2018/2019

PRVKY A PROVOZ ELEKTROENERGETICKÝCH

SOUSTAV

(B1M15PPE + B1M15PPE1)

Přednášející:

Ing. Jan Hlaváček, Ph.D.

e-mail: xhlavace@fel.cvut.cz

místnost: F1-16c

Cvičící:

Ing. Martin Kněnický

e-mail: knenimar@fel.cvut.cz

místnost: F1-16b

B1M15PPE1 - Prvky a provoz elektroenergetických soustav (2+2s) - sudý a lichý týden podle Časového plánu															
hodina	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
čas	7:30 - 9:00		9:15 - 10:45		11:00 - 12:30		12:45 - 14:15		14:30 - 16:00		16:15 - 17:45		18:00 - 19:30		20:30
Pondělí															
Úterý															
Středa															
Čtvrtek															
Pátek			T2:C3-52 - Pře J. Hlaváček 1(53 stud.)		T2:F1-114 - Cvi M. Kněnický 101(20 stud.)		T2:F1-114 - Cvi M. Kněnický 102(20 stud.)		T2:F1-114 - Cvi M. Kněnický 103(13 stud.)						
Přednášky			Cvičení				Laboratoře				Ostatní				
B1M15PPE - Prvky a provoz elektroenergetických soustav (2+2s) - sudý a lichý týden podle Časového plánu															
hodina	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
čas	7:30 - 9:00		9:15 - 10:45		11:00 - 12:30		12:45 - 14:15		14:30 - 16:00		16:15 - 17:45		18:00 - 19:30		20:30
Pondělí															
Úterý															
Středa															
Čtvrtek															
Pátek			T2:C3-52 - Pře J. Hlaváček 1(5 stud.)						T2:F1-112 - Cvi M. Kněnický 101(5 stud.)						
Přednášky			Cvičení				Laboratoře				Ostatní				

Browser window showing the website <https://www.powerwiki.cz/wiki/PPE>. The page title is "Prvky a provoz elektroenergetických soustav (B1M15PPE1)". The page content includes a search bar, a navigation menu, and a large image of high-voltage power lines against a sunset sky.



Výukové materiály

	Přednášky / Lectures	Cvičení / Seminars
1.	Vybrané témata teorie elektrických obvodů	Cvičení 1 - Výpočty z el. obvodů
2.	Parametry vedení PS a DS	Cvičení 2 - Parametry vedení
3.	Transformátory, tlumivky, kondenzátory v sítích	Cvičení 3 - Parametry transformátorů
4.	Základní výpočty v sítích - ustálené stavy	Cvičení 4 - Ustálené stavy v DS
5.	Základní výpočty v sítích - poruchové stavy	Cvičení 5 - Poruchy v DS
6.	Řízení napětí a frekvence v ES	Cvičení 6 - Regulace f, U
7.	Kvalita elektrické energie	Cvičení 7 - Ampacita vedení
8.	dokončení předchozích přednášek	Cvičení 8 - Kvalita el. energie
9.	Stejnoseměrné stroje	Cvičení 9 - Zkušební protokoly
10.	Asynchronní stroje	Cvičení 10
11.	Synchronní stroje	Cvičení 11
12.	Rezerva	Cvičení 12
13.	Opakování	Konzultace
14.	Zkouškový předtermín	Zápočty

Požadavky ke zkoušce B1M15PPE1

Požadavky ke zkoušce

Zkouška bude písemnou formou (2 otázky z teorie a 3 příklady). Celkem lze získat 100 b. (40 b. z teorie a 60 b. za zkouškového testu bude 90 min. Výsledná známka dána následující tabulkou odpovídající předpisům ČVUT-FEL:

A	B	C	D	E	F
90 - 100 %	80 - 89 %	70 - 79 %	60 - 69 %	50 - 59 %	< 50 %
90 - 100 b.	80 - 89 b.	70 - 79 b.	60 - 69 b.	50 - 59 b.	< 50 b.

Výukové materiály

	Přednášky / Lectures	Cvičení / Seminars
1.	Vybraná témata teorie elektrických obvodů	Cvičení 1 - Výpočty z el. obvodů
2.	Parametry vedení PS a DS	Cvičení 2 - Parametry vedení
3.	Transformátory, tlumivky, kondenzátory v sítích	Cvičení 3 - Parametry transformátorů
4.	Základní výpočty v sítích - ustálené stavy	Cvičení 4 - Ustálené stavy v DS
5.	Základní výpočty v sítích - poruchové stavy	Cvičení 5 - Poruchy v DS
6.	Řízení napětí a frekvence v ES	Cvičení 6 - Regulace f, U
7.	Kvalita elektrické energie	Cvičení 7 - Ampacita vedení
8.	dokončení předchozích přednášek	Cvičení 8 - Kvalita el. energie
9.	Stejnoseměrné stroje	Cvičení 9 - Zkušební protokoly
10.	Asynchronní stroje	Cvičení 10
11.	Synchronní stroje	Cvičení 11
12.	Rezerva	Cvičení 12
13.	Opakování	Konzultace
14.	Zkouškový předtermín	Zápočty

Témata – část elektroenergetiky

- Elektrické obvody, rovnice, zákony, výkon, energie
- Parametry distribučních a přenosových vedení
- Parametry a význam transformátorů, tlumivek a kondenzátorů v ES
- Základní výpočty v sítích – ustálené stavy soustav
- Základní výpočty v sítích – poruchové stavy
- Dimenzování prvků ES, rozvodny
- Chránění a jištění, ochrany proti přepětí
- Řízení napětí a frekvence v ES
- Kvalita elektrické energie, PPDS, vliv zdrojů na provoz DS
- Další vybrané aspekty: Stabilita přenosu, tepelná bilance vodiče, phase-shift TRF

Literatura

- [1] Kyncl, J., Novotný, M.: Číslicové a analogové obvody. Skripta ČVUT, 2012
- [2] Fencel, F.: Elektrický rozvod a rozvodná zařízení. Skripta ČVUT, 2009
- [3] www.powerwiki.cz
- [4] H. Saadat: Power system analysis. USA, McGraw-Hill, 1999
- [5] Blume, Steven Warren. Electric power system basics: for the nonelectrical professional [online]. Hoboken: Wiley, 2007 [cit. 2013-02-08]. Dostupné z: <<http://onlinelibrary.wiley.com/book/10.1002/9780470185810>>. ISBN 978-0-470-18581-0.
chap. 3, 4, spíše USA
- [6] El-Hawary, M. E. Introduction to electrical power systems [online]. New York: Wiley, 2008. IEEE Press series on power engineering [cit. 2013-02-08]. Dostupné z: <<http://onlinelibrary.wiley.com/book/10.1002/9780470411377>>. ISBN 978-0-470-41137-7.
chap. 3, 4, 5, 7, 8

- [7] Hase, Yoshihide. Handbook of power system engineering. Chichester: Wiley, ©2007. xxvi, 548 s. ISBN 9780470033678.
chap. 1, 2, 3, 5, 8, 12, 14, 18
- [8] Kasicki, Ismail. Analysis and design of low-voltage power systems: an engineer's field guide. Weinheim: Wiley, ©2002. xxii, 387 s. ISBN 9783527602339.
chap. 8, 10, 12, 13, 15
- [9] Kasikci, Ismail. Short circuits in power systems: a practical guide to IEC 60909. Weinheim: Wiley, ©2002. xvi, 262 s. ISBN 9783527600465.
chap. 1, 6, 7, 8, 10, 11, 13
- [10] Horowitz, Stanley H. a Arun G. Phadke. Power system relaying. 3rd ed. Chichester: Wiley, ©2008. xvi, 331 s. ISBN 9780470758786.

Zakončení předmětu

ZÁPOČET

- Zápočty na cvičeních:
 - početní cvičení (část energetiky) – DOPORUČENÁ
 - laboratorní měření (část pohonů) – POVINNÁ

ZKOUŠKA

- Zkouška písemnou formou:
 - 3 početní úlohy (max. 60 b.)
 - 2 teoretické otázky (max. 40 b.)
 - čas na vypracování 90 min
- Předtermín v zápočtovém týdnu

A	B	C	D	E	F
90 - 100 %	80 - 89 %	70 - 79 %	60 - 69 %	50 - 59 %	< 50 %
90 - 100 b.	80 - 89 b.	70 - 79 b.	60 - 69 b.	50 - 59 b.	< 50 b.

Current and Voltage

Current

$$i, I, i(t), \hat{I} \quad (\text{A})$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{A; C, s})$$

charge flow in time

Voltage

$$u, U, u(t), \hat{U} \quad (\text{V})$$

$$u_{AB} = \frac{A}{q} \quad (\text{V; J, C})$$

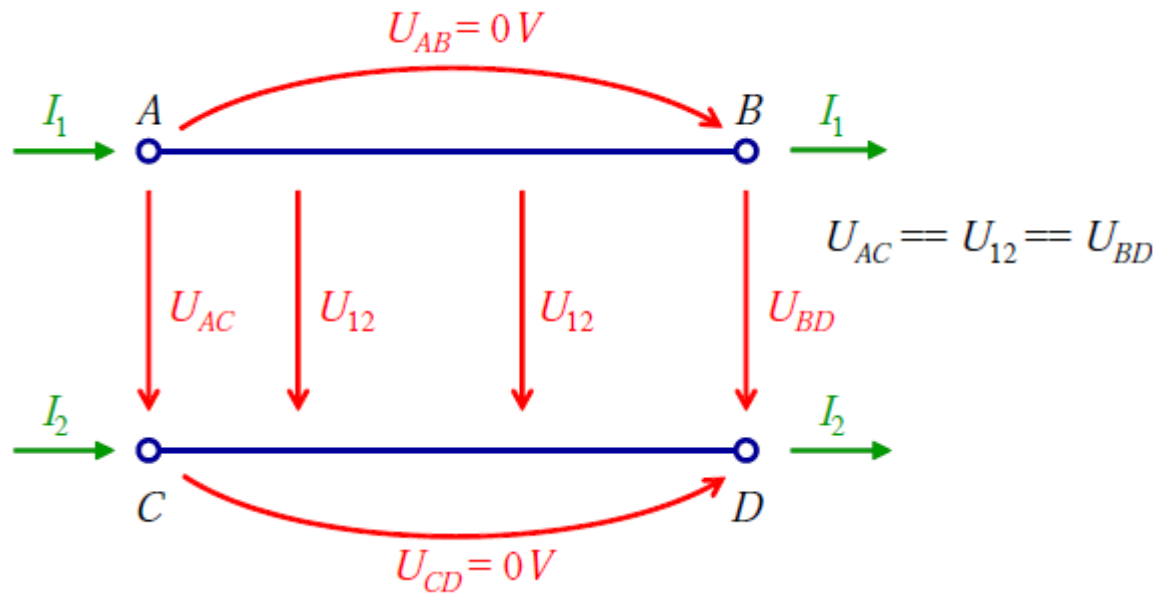
energy necessary to move unit charge

Current doesn't appear or disappear in el. circuits, it "flows in a round".

Current flow from A to B = I_{AB} , then current flow from B to A = $-I_{AB}$.

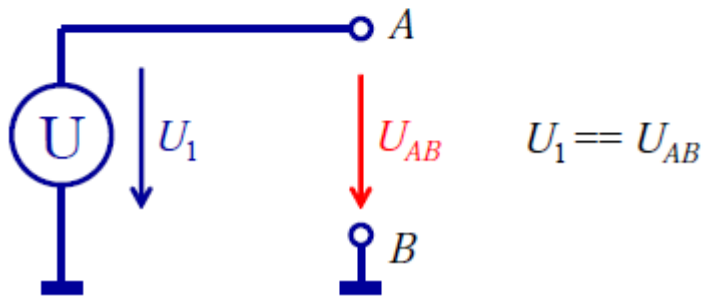
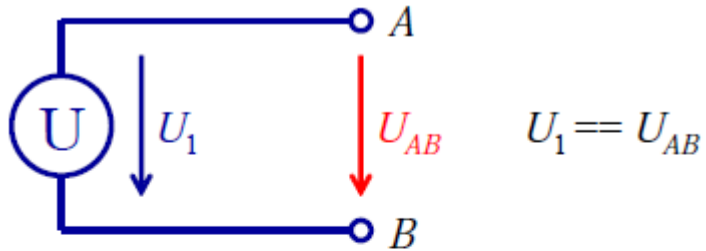
Voltage from A to B = U_{AB} , then voltage from B to A = $-U_{AB}$.

Ideal conductors



Electrical Sources

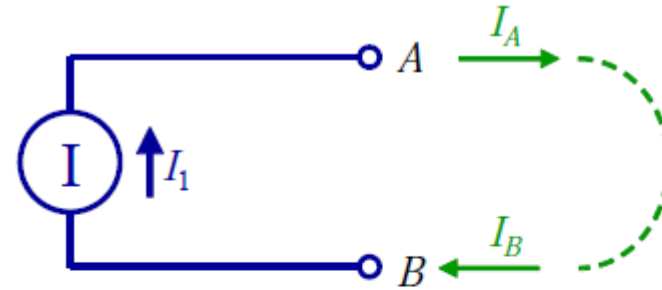
Ideal voltage source



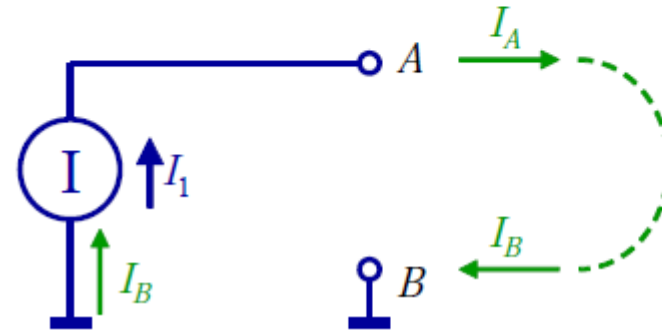
$U = \text{const.}$

$U \neq f(I)$

Ideal current source



$I_1 == I_A == I_B$

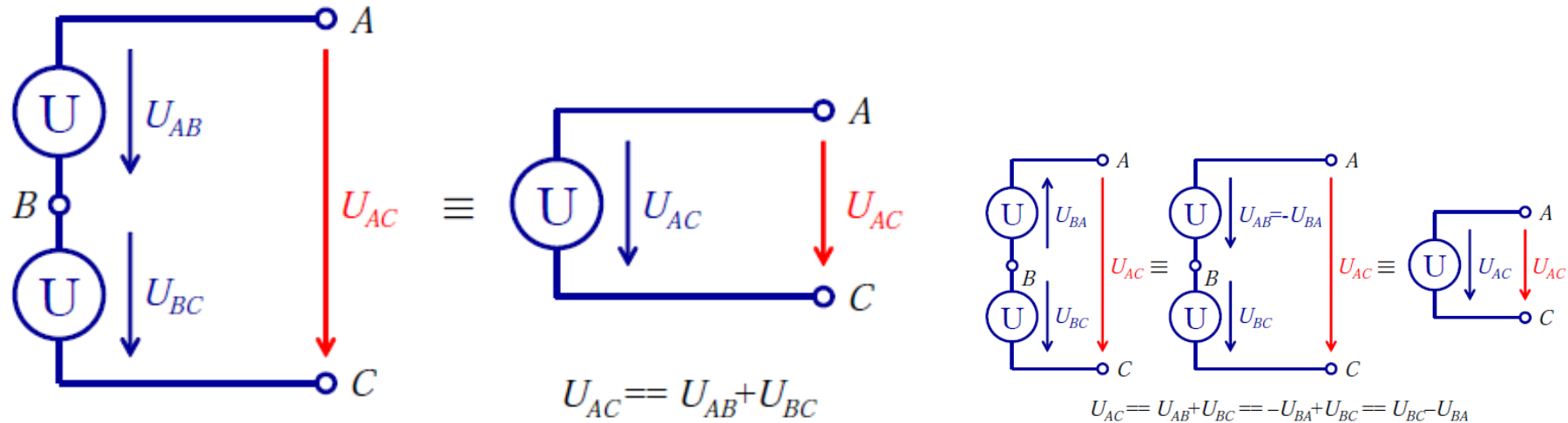


$I = \text{const.}$

$I \neq f(U)$

Voltage sources connection

- in series

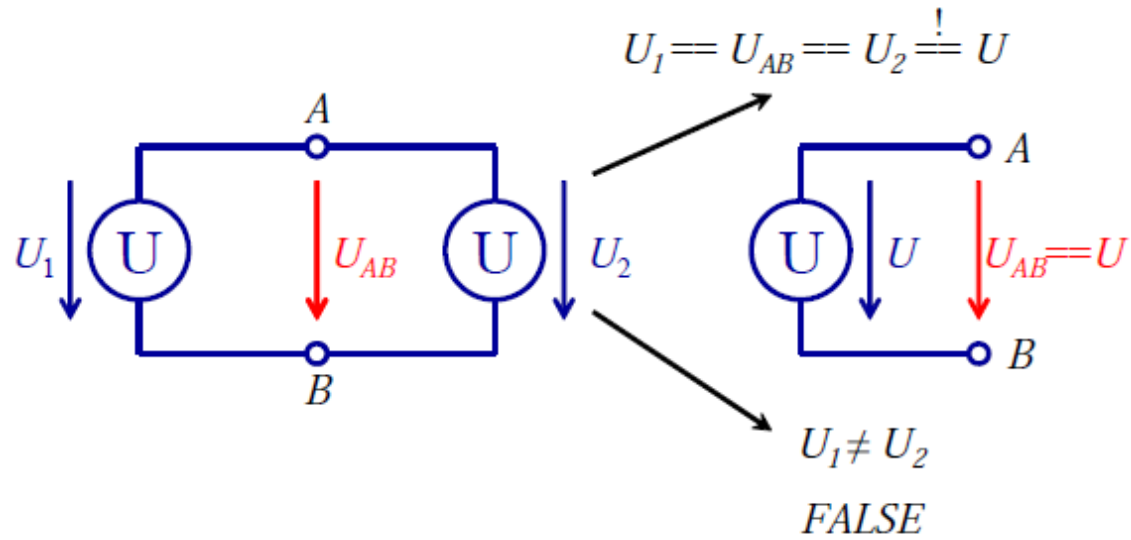


2nd Kirchhoff's law

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0$$

Voltage sum in the circuit closed loop equals zero.

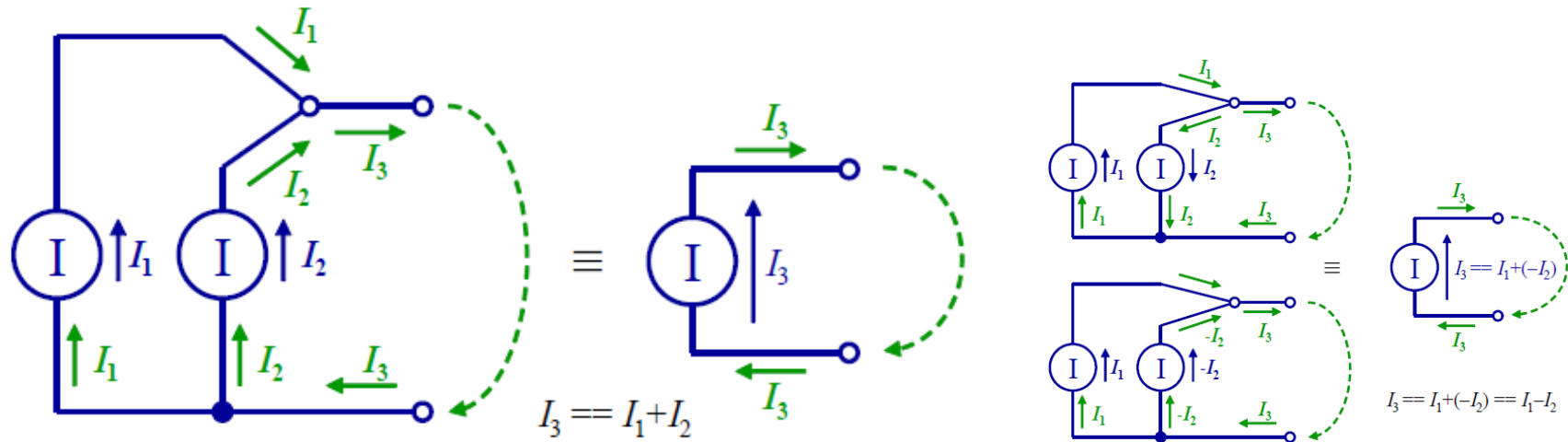
- in parallel



for real sources possible

Current sources connection

- in parallel

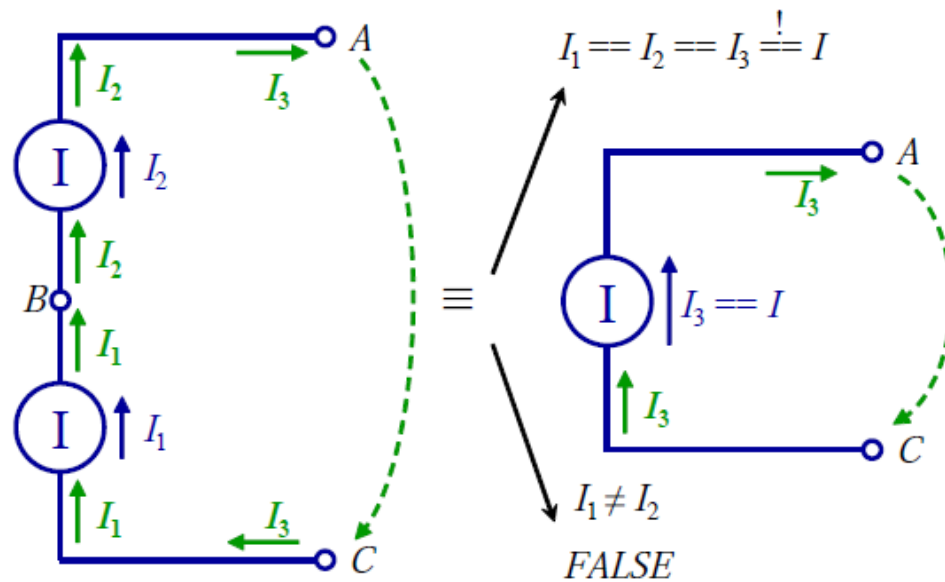


1st Kirchhoff's law

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

Current sum in the circuit bus (node) equals zero.

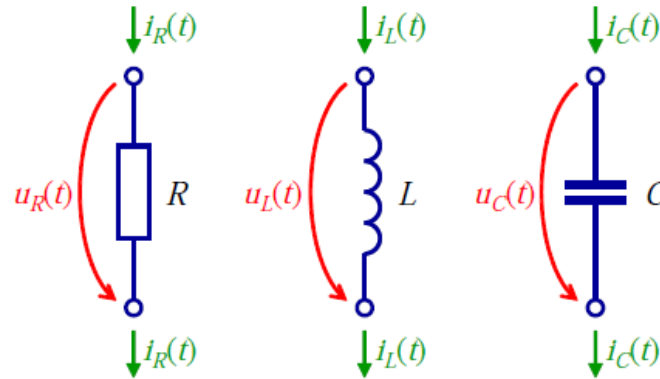
- in series



for real sources possible

Ideal voltage source mustn't be in short-circuit.
 Ideal current source mustn't be in open-circuit.

Basic Elements of Electric Circuits



- resistance R (Ω)

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t) \quad (\text{Ohm's law})$$

- inductance L ($H = \Omega \cdot s$)

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L(\tau) d\tau + i_L(0) \quad (\text{continuous current})$$

- capacity C (F = s/ Ω)

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau + u_C(0) \quad (\text{continuous voltage})$$

note: time constants

$$\tau = R \cdot C$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\tau = \sqrt{L \cdot C}$$

Electric Circuit Description (Circuit Equations)

Bus voltage method: bus voltages, branch currents, 1st Kirchohoff's laws for buses, elements equations, initial conditions

Example (2 buses, 4 elements) – 6 equations, 6 unknown variables

$$i_{R1}(t) + i_L(t) - i_C(t) = 0$$

$$i_L(t) + i_{R2}(t) = 0$$

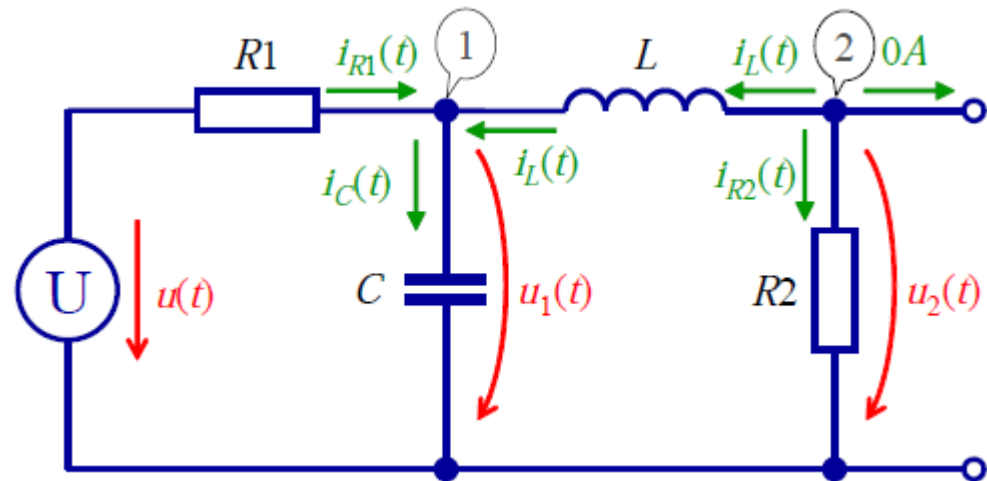
$$u(t) - u_1(t) = R_1 \cdot i_{R1}(t)$$

$$u_2(t) - u_1(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_1(t)}{dt}$$

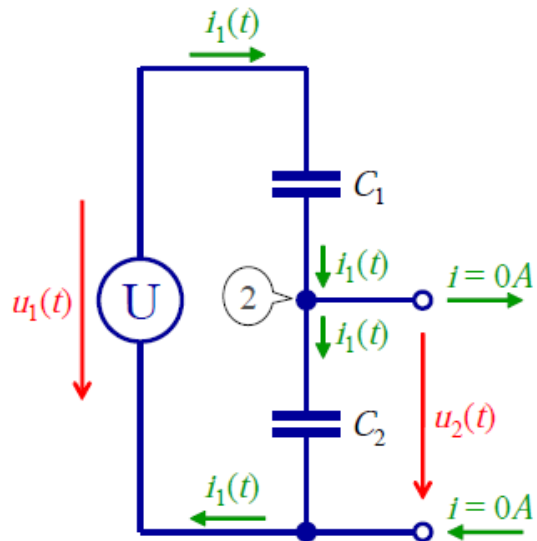
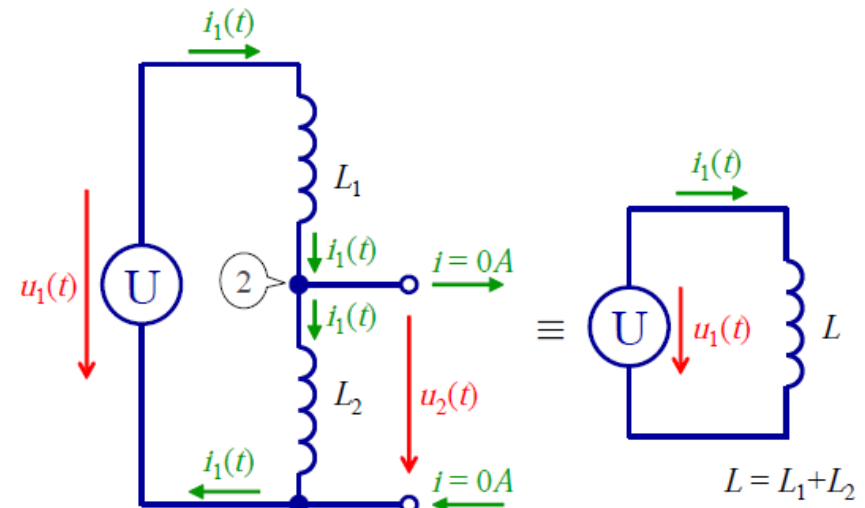
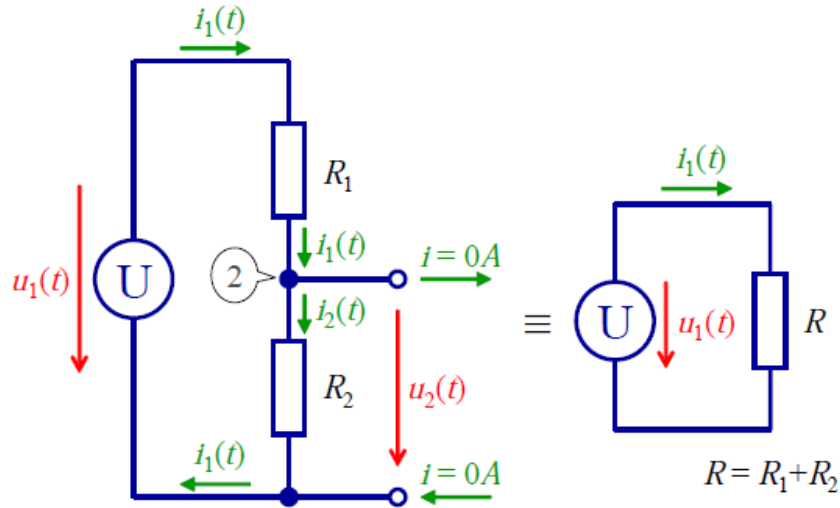
$$u_2(t) = R_2 \cdot i_{R2}(t)$$

$$i_L(t = t_0) = i_{L0}; u_C(t = t_0) = u_{C0}$$



Circuit Elements Connection, Dividers

Connection in series



$$R = R_1 + R_2$$

$$L = L_1 + L_2$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

- Voltage divider (resistance divider)

$$u_2(t) = u_1(t) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{unloaded, non-reversible})$$

Connection in parallel

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

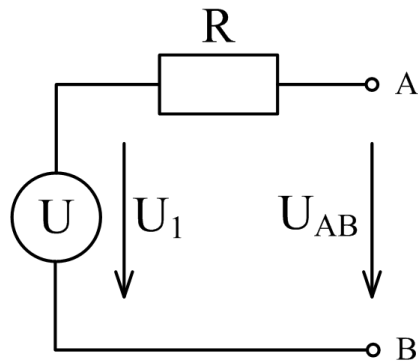
$$L = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

$$C = C_1 + C_2$$

Real Sources

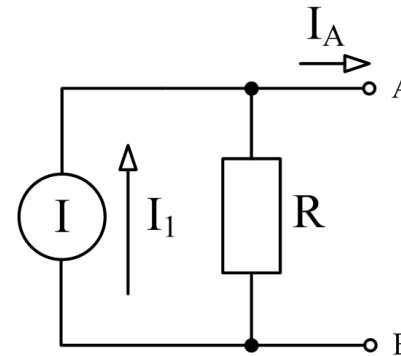
voltage source

$$U_{AB} = U_1 - R \cdot I$$



current source

$$I_A = I_1 - U_{AB} / R$$

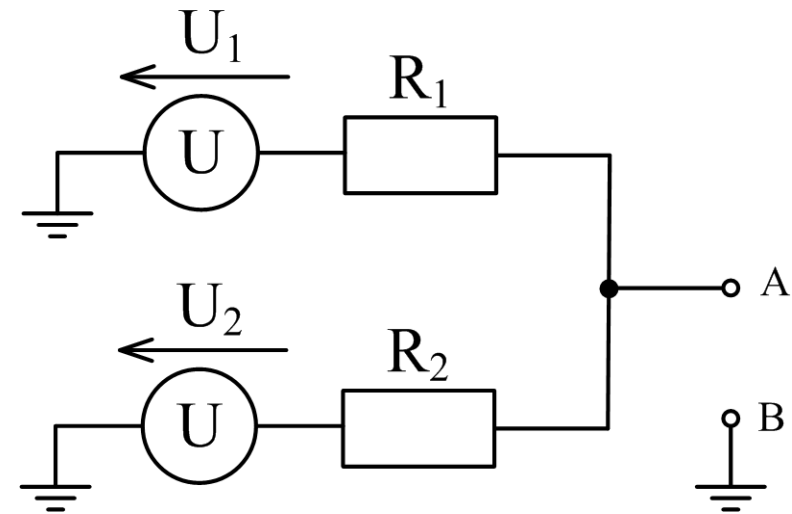


- real voltage sources in parallel

$$R_{\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_{\Sigma}}{R_{\Sigma}} = U_{\Sigma} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_{\Sigma} = \frac{U_1 \cdot R_2 + U_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$



DC Circuits

Sources with constant output → transient phenomena → steady state.

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t) = R \cdot i_R$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = 0$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

- transients – differential equations
- steady – algebraic equations (disconnect C, short-circuit L)

Electric Power and Energy

Generally

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} \quad (W; J, s)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (W; V, A) \quad - \text{instantaneous power}$$

Inductance

$$p(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot i(t) = L \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{i(t)^2}{2} \right)$$

$$W = \int p(t) dt = L \int_{t_0}^{t_\infty} \frac{d}{dt} \left(\frac{i(t)^2}{2} \right) dt = L \int_{i_0}^{i_\infty} d \left(\frac{i(t)^2}{2} \right) = \frac{1}{2} L (i_\infty^2 - i_0^2)$$

- zero energy balance in overall time

Capacity

$$p(t) = u(t) \cdot C \cdot \frac{du(t)}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{u(t)^2}{2} \right)$$

$$W = \int p(t) dt = C \int_{t_0}^{t_\infty} \frac{d}{dt} \left(\frac{u(t)^2}{2} \right) dt = C \int_{u_0}^{u_\infty} d \left(\frac{u(t)^2}{2} \right) = \frac{1}{2} C (u_\infty^2 - u_0^2)$$

- zero energy balance in overall time

Resistance

$$p(t) = R \cdot i(t) \cdot i(t) = R \cdot i(t)^2$$

$$W = \int p(t) dt = R \int_{t_0}^{t_\infty} i(t)^2 dt \geq 0$$

- electric energy conversion to heat energy

Harmonic Steady State

All quantities are harmonic functions or their linear combinations.

$$u(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad U_M \geq 0, \varphi \in (-\pi, \pi)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

$$U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = U_M \cdot \cos \varphi \cdot \sin(\omega \cdot t) + U_M \cdot \sin \varphi \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Standard in AC systems.

Derivative of harmonic function is harmonic function with the same frequency.

$$u'(t) = \omega \cdot U_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Using complex numbers

$$z = a + j \cdot b \quad a, b \in \mathbb{R}, a = \operatorname{Re}(z), b = \operatorname{Im}(z) \quad j^2 = -1$$

$$\operatorname{Abs}(z) = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \cdot \sin \varphi, \quad \forall \varphi \in \mathbb{R} \quad \text{Euler's relation } (\varphi \text{ in rad})$$

$$\sin(\varphi) = \operatorname{Im}\{e^{j\varphi}\} \rightarrow$$

$$u(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \operatorname{Im}\{U_M \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}\}$$

$$u(t) = \operatorname{Im}\{U_M \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}\} = \operatorname{Im}\{\hat{U}_M \cdot e^{j\omega t}\}$$

$$\hat{U}_M = U_M \cdot e^{j\varphi} \quad \text{- phasor (in maximal values measure)}$$

Phasors and Impedances

Time behaviour

$$u(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \text{Im}\{\hat{U}_M \cdot e^{j\omega t}\}$$

$$U_M = \text{Abs}(\hat{U}_M); \varphi = \text{Arg}(\hat{U}_M)$$

Why phasors?: In harmonic states differential equations can be transformed to linear algebraic equations using only R, L, C values (time eliminated).

- resistance R

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$$

$$\text{Im}\{\hat{U}_R \cdot e^{j\omega t}\} = R \cdot \text{Im}\{\hat{I}_R \cdot e^{j\omega t}\} = \text{Im}\{R \cdot \hat{I}_R \cdot e^{j\omega t}\}$$

$$\hat{U}_R = R \cdot \hat{I}_R$$

- inductance L

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\text{Im}\{\hat{U}_L \cdot e^{j\omega t}\} = L \cdot \frac{d}{dt} \text{Im}\{\hat{I}_L \cdot e^{j\omega t}\} = \text{Im}\{L \cdot \hat{I}_L \cdot j \cdot \omega \cdot e^{j\omega t}\}$$

$$\hat{U}_L = j \cdot \omega \cdot L \cdot \hat{I}_L$$

- capacity C

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\hat{I}_C = j \cdot \omega \cdot C \cdot \hat{U}_C$$

$$\hat{U}_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \cdot \hat{I}_C$$

In fact Ohm's law for harmonic steady state.

Impedances

$$\hat{Z}_R = R, \quad \hat{Z}_L = j \cdot \omega \cdot L, \quad \hat{Z}_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$$

They are not phasors!

Phasors in el. circuits

$$i_3(t) = i_1(t) + i_2(t) \Rightarrow \hat{I}_3 = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 \quad \text{All functions with the same } \omega!$$

1st Kirchhoff's law

$$\sum_{k=1}^n \hat{I}_k = 0$$

2nd Kirchhoff's law

$$\sum_{k=1}^n \hat{U}_k = 0$$

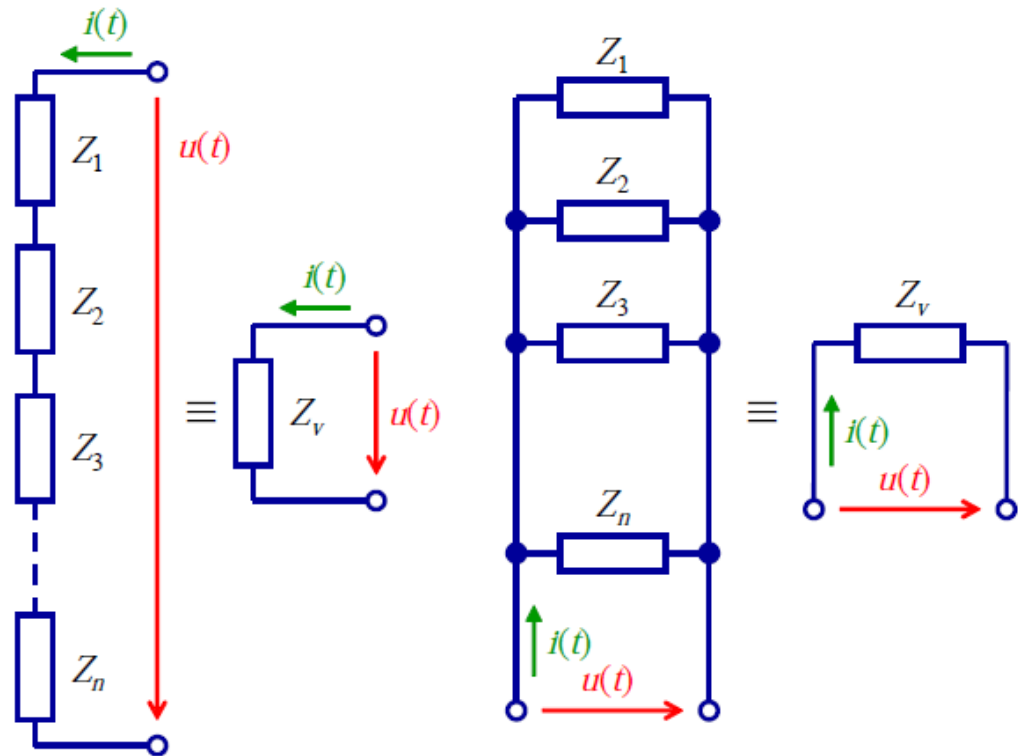
Impedances connection

- in series

$$\hat{Z}_v = \sum_{i=1}^n \hat{Z}_i$$

- in parallel

$$\hat{Z}_v = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{Z}_i}}$$



Other definitions

- admittance (S)

$$\hat{Y} = \frac{1}{\hat{Z}}$$

- conductance (S)

$$G = \frac{1}{R}$$

- reactance (Ω)

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

- susceptance (S)

$$B = \frac{1}{X}$$

Electric Power in Harmonic Steady State

Instantaneous power

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Mean power for periodic course

$$P = \frac{1}{T} \int_{t=t_1}^{t_1+T} p(t) \cdot dt \quad \text{for DC} \quad P = p(t) = P_{DC}$$

$$u(t) = U_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_U\right) \quad i(t) = I_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_I\right)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{U_M \cdot I_M}{2} \cos(\varphi_U - \varphi_I) \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t=0}^T u^2(t) \cdot dt}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad U = U_{RMS} = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \quad \text{“root mean square” value}$$

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I$$

- resistance $\varphi = 0 \rightarrow P = U \cdot I$
- inductance, capacity $\varphi = \pm\pi/2 \rightarrow P = 0$

Complex Power in AC Grids

Instantaneous power

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_U\right) \cdot I_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_I\right)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} U_M \cdot I_M \cdot [\cos(\varphi_I - \varphi_U) - \cos(2\omega \cdot t + \varphi_U + \varphi_I)]$$

e.g. for $\varphi_U = 0$

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = -\varphi_I$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega \cdot t - \varphi)]$$

- **resistance** $\varphi = 0$

$$p(t) = U \cdot I \cdot [1 - \cos(2\omega \cdot t)]$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T p(t) \cdot dt = U \cdot I$$

“active power”

- **inductance** $\varphi = \pi/2$

$$p(t) = U \cdot I \cdot [0 - \cos(2\omega \cdot t - \pi/2)]$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \sin(2\omega \cdot t)$$

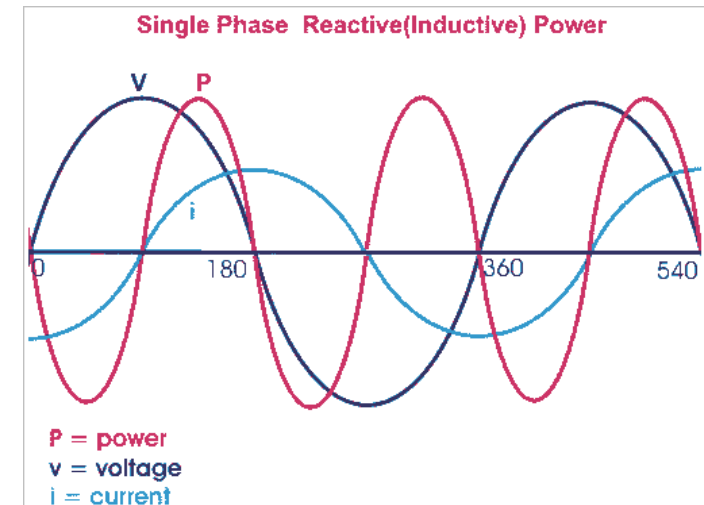
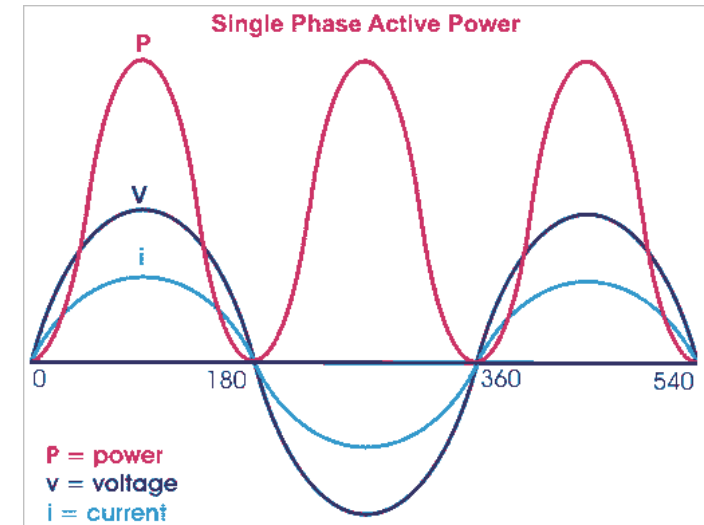
$$P = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T p(t) \cdot dt = 0$$

- **capacity** $\varphi = -\pi/2$

$$p(t) = U \cdot I \cdot [0 - \cos(2\omega \cdot t + \pi/2)]$$

$$p(t) = -U \cdot I \cdot \sin(2\omega \cdot t)$$

$$P = 0$$



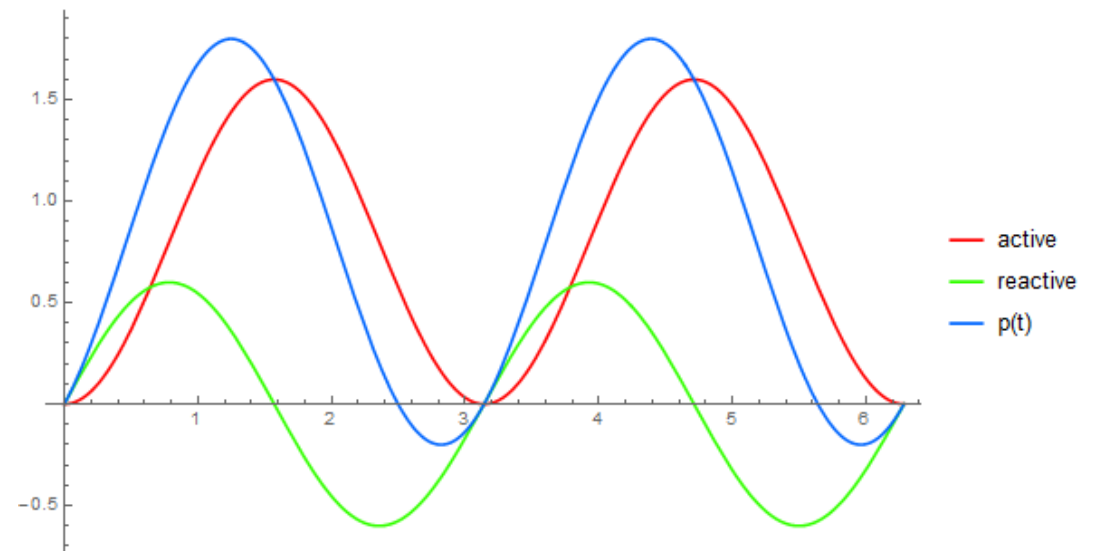
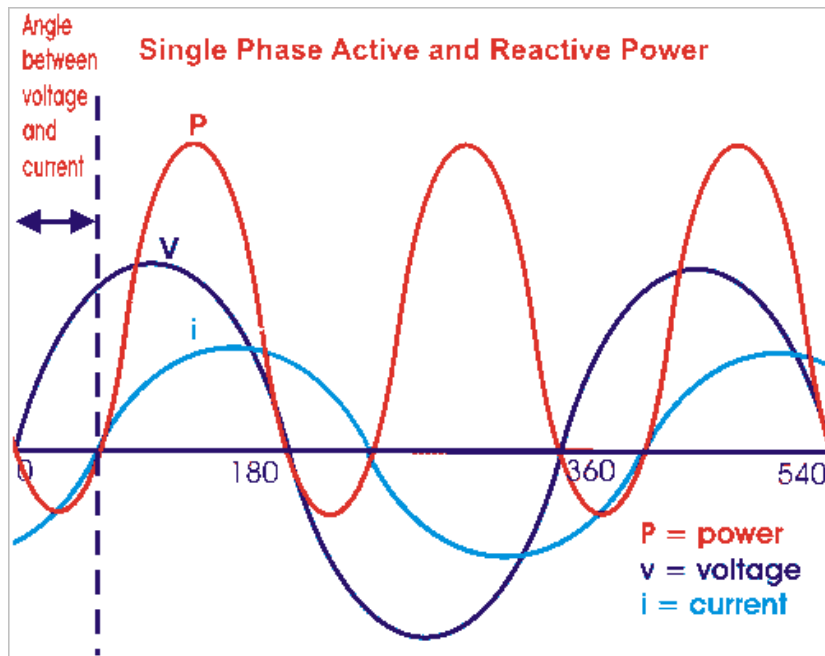
- general load

$$p(t) = U \cdot I \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega \cdot t - \varphi)]$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot (\cos \varphi - \cos \varphi \cdot \cos 2\omega \cdot t - \sin \varphi \cdot \sin 2\omega \cdot t)$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot [\cos \varphi \cdot (1 - \cos 2\omega \cdot t) - \sin \varphi \cdot \sin 2\omega \cdot t]$$

“active and reactive” component



Power and Phasors

Definitions

apparent power $S = U \cdot I$ (VA)

active power $P = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T p(t) \cdot dt$ (W)

reactive power $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (\text{VAr} / \text{var})$$

power factor $\cos \varphi = \frac{P}{S}$

Complex conjugation (current)

$$\hat{S}_1 = \hat{U} \cdot \hat{I}^* = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi}$$

$$\hat{S}_1 = \hat{U} \cdot \hat{I}^* = P_1 \pm jQ_1 \begin{array}{l} \text{IND} \\ \text{CAP} \end{array}$$

$$\hat{S}_1 = P_1 \pm jQ_1 = U \cdot I \cdot (\cos \varphi \pm j \sin \varphi) = S_1 e^{\pm j\varphi}$$

Sign according to convention.

Inductive load

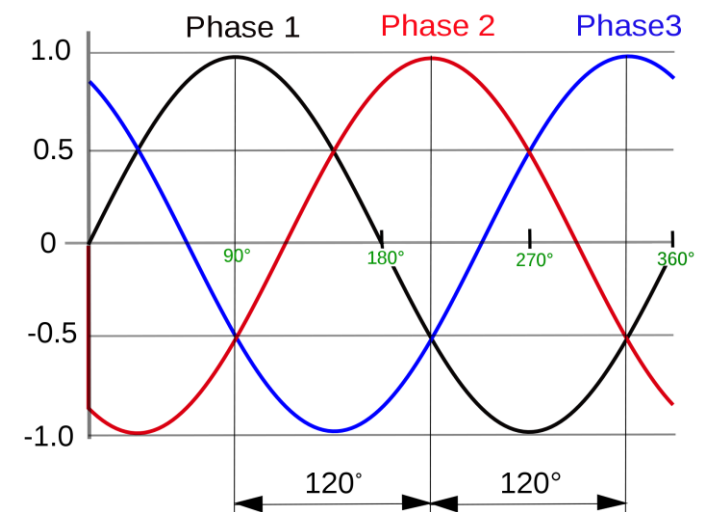
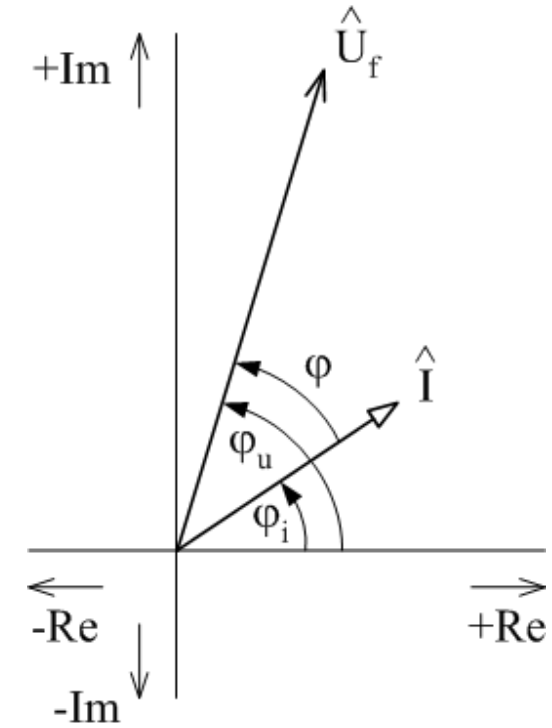
$$\hat{U}_f = U_f e^{j\varphi_u}, \hat{I}_f = I e^{j\varphi_i}$$

3 phase systems (symmetrical)

$$u_A(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_U)$$

$$u_B(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_U - \frac{2\pi}{3})$$

$$u_C(t) = U_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_U + \frac{2\pi}{3})$$



$$\hat{U}_A, \hat{U}_B = \hat{U}_A \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \hat{U}_C = \hat{U}_A \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\hat{U}_A, \hat{U}_B = \hat{a}^2 \cdot \hat{U}_A, \hat{U}_C = \hat{a} \cdot \hat{U}_A$$

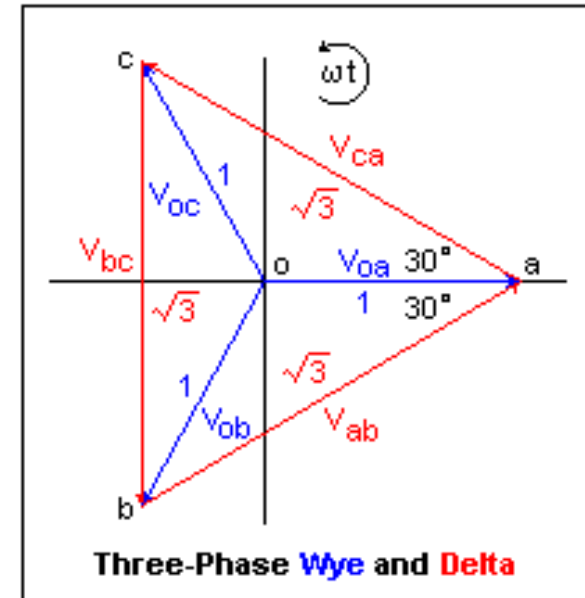
$$\hat{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{+j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\hat{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$1 + \hat{a}^2 + \hat{a} = 0 \Rightarrow \hat{U}_A + \hat{U}_B + \hat{U}_C = 0$$

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{ph}$$

“phase-to-ground”, “phase-to-phase” voltage



Power

- general

$$\hat{S} = \hat{U}_A \cdot \hat{I}_A^* + \hat{U}_B \cdot \hat{I}_B^* + \hat{U}_C \cdot \hat{I}_C^*$$

- symmetrical

$$\hat{S} = 3\hat{U}_{ph} \cdot \hat{I}^* = \sqrt{3}\hat{U} \cdot \hat{I}^*$$

$$S = 3U_{ph}I = \sqrt{3}UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (\text{VA})$$

$$P = 3U_{ph}I \cos \varphi = \sqrt{3}UI \cos \varphi \quad (\text{W})$$

$$Q = 3U_{ph}I \sin \varphi = \sqrt{3}UI \sin \varphi \quad (\text{VAr})$$

Resonance

- parallel

$$\hat{Z} = \frac{1}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}} = \frac{j \cdot \omega \cdot L}{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C}$$

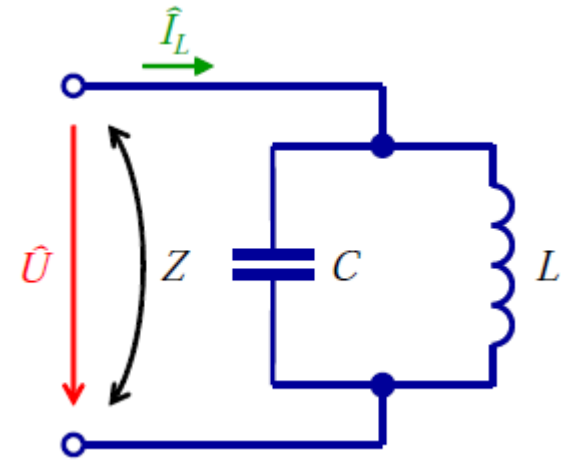
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{- resonance frequency}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \text{Abs}(\hat{Z}) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \text{Abs}\left(\frac{\hat{U}}{\hat{I}}\right) = \infty \Rightarrow \text{Abs}(\hat{U}) < \infty \rightarrow \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \text{Abs}(\hat{I}) = 0$$

$\omega < \omega_0$ - L mode

$\omega > \omega_0$ - C mode

e.g. Ripple control signal (HDO) support



- series (for ideal circuit)

$$\hat{Z} = j \cdot \omega \cdot L + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = -j \cdot \frac{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C}{\omega \cdot C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{- resonance frequency}$$

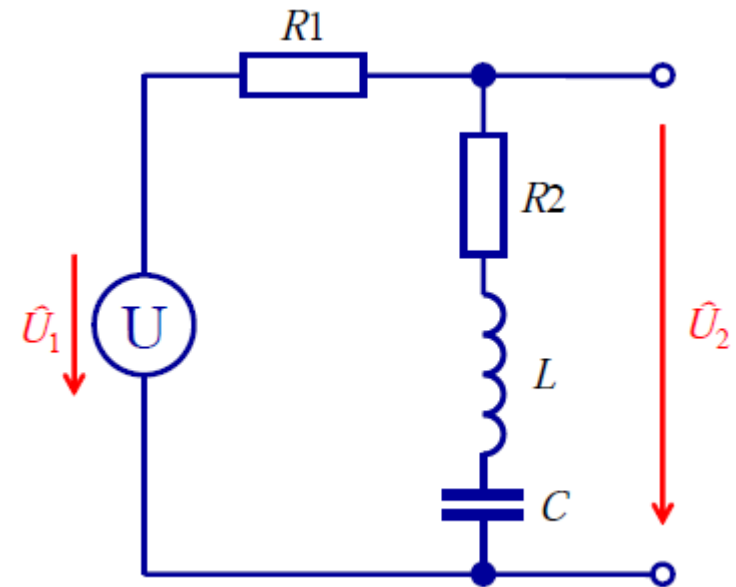
$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \text{Abs}(\hat{Z}) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \text{Abs}\left(\frac{\hat{U}}{\hat{I}}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \text{Abs}(\hat{I}) < \infty \rightarrow \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \text{Abs}(\hat{U}) = 0$$

$\omega < \omega_0$ - C mode

$\omega > \omega_0$ - L mode

e.g. higher harmonic filters (power quality)



Fourier Series

For periodical continuous functions

$$f(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n \left(a_i \cdot \cos\left(i \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) + b_i \cdot \sin\left(i \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) \right)$$

ideally $n \rightarrow \infty$, technically $n < \infty$ is sufficient

$$a_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T f(t) \cdot dt \quad (\text{mean value, DC value})$$

$$a_k = \frac{2}{T} \cdot \int_{t=0}^T f(t) \cdot \cos\left(k \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) \cdot dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \cdot \int_{t=0}^T f(t) \cdot \sin\left(k \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) \cdot dt$$

Fourier series and phasors – harmonic components

$$u_{b_k}(t) = b_k \cdot \sin\left(k \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) = b_k \cdot \sin(\omega_k \cdot t) = \text{Im}\{b_k \cdot e^{j\omega_k t}\} = \text{Im}\{\hat{U}_{b_k} \cdot e^{j\omega_k t}\}$$

$$\rightarrow \hat{U}_{b_k} = b_k$$

$$u_{a_k}(t) = a_k \cdot \cos\left(k \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) = a_k \cdot \cos(\omega_k \cdot t) = \text{Im}\{a_k \cdot e^{j\pi/2} \cdot e^{j\omega_k t}\} =$$

$$= \text{Im}\{\hat{U}_{a_k} \cdot e^{j\omega_k t}\}$$

$$\rightarrow \hat{U}_{a_k} = a_k \cdot e^{j\pi/2}$$

$$u_k(t) = u_{a_k}(t) + u_{b_k}(t) = \text{Im}\{(b_k + a_k \cdot e^{j\pi/2}) \cdot e^{j\omega_k t}\} = \text{Im}\{\hat{U}_k \cdot e^{j\omega_k t}\}$$

$$\hat{U}_k = \hat{U}_{a_k} + \hat{U}_{b_k} = b_k + j \cdot a_k \text{ - analysis for each harmonic separately}$$

$$\hat{U}_k = U_k \cdot e^{j\varphi_k} \quad \left| \hat{U}_k \right| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \varphi_k = \arctg \frac{a_k}{b_k}$$