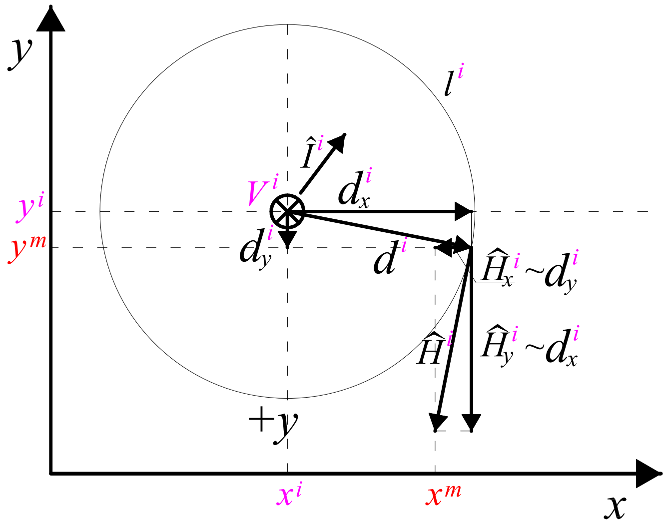
1 Výpočet magnetického pole pod vedením

Vycházíme z Ampérova zákona celkového proudu, který je možno pro konstantní hodnotu vzdálenosti d^i kontrolního bodu $m_{x,y}$ od i-tého vodiče V^i a při zanedbání posuvného proudu napsat podle Obr. 1 jako:

$$\oint_{l^i} \vec{H}^i \, d\vec{l}^i = \oint_{l^i} H^i \, dl^i = H^i(d^i) \cdot 2\pi d^i = I^i \tag{1}$$



Obr. 1 Složky vektoru intenzity magnetického pole

Hodnotu magnetické indukce $B^i(d^i) = \mu_0 H^i(d^i)$ a intenzity magnetického pole $H^i(d^i)$ v kontrolním bodě při uvažování harmonického ustáleného stavu pak určíme po přechodu do komplexních čísel jako:

$$\hat{B}^i(d^i) = \frac{\mu_0 \hat{I}^i}{2\pi d^i} \quad [T], \qquad \hat{H}^i(d^i) = \frac{\hat{I}^i}{2\pi d^i} \quad [A/m] \tag{2}$$

Složky vektoru intenzity magnetického pole $\vec{H}^i$ můžeme dle Obr. 1 získat jako:

$$\begin{aligned} \hat{H}_x^i &= \hat{H}_x^i(d^i) = \hat{H}^i(d^i) \cdot \left(\frac{d_y^i}{d^i}\right) = \hat{H}^i(d^i) \cdot \left(\frac{-(y^i - y^m)}{d^i}\right) \\ \hat{H}_y^i &= \hat{H}_y^i(d^i) = \hat{H}^i(d^i) \cdot \left(\frac{d_x^i}{d^i}\right) = \hat{H}^i(d^i) \cdot \left(\frac{x^i - x^m}{d^i}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

kde:

$$d^i = \sqrt{(x^i - x^m)^2 + (x^i - y^m)^2} \tag{4}$$

Příspěvek od i-tého vodiče k vektoru intenzity v kontrolním bodě $m_{x,y}$ pak získáme jako:

$$\vec{H}^i = \hat{H}_x^i \cdot \vec{x} + \hat{H}_y^i \cdot \vec{y} \tag{5}$$

Celkovou hodnotu intenzity od n vodičů pak získáme jako součet všech dílčích příspěvků:

$$\vec{H} = \sum_{i=1}^{n} \vec{H}^i = \hat{H}_x \cdot \vec{x} + \hat{H}_y \cdot \vec{y} = H_x e^{j\varphi_x} \cdot \vec{x} + H_y e^{j\varphi_y} \cdot \vec{y} \tag{6}$$

Zde se již nejedná o vektorfázor, protože vzhledem k obecné nerovnosti $\varphi_x \neq \varphi_y$ bude koncový bod výsledného vektoru v čase opisovat v xy rovině elipsu.

1.1 Výpočet efektivní hodnoty intenzity magnetického pole a magnetické indukce

Efektivní hodnoty získáme pomocí definičních vzorců:

$$H_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T H_{tot}^2(t)}, \quad B_{RMS} = \mu_0 H_{RMS} \tag{7}$$

Nejprve musíme získat časový průběh velikosti vektoru intenzity:

$$H_{tot}(t) = \sqrt{H_x^2(t) + H_y^2(t)} \tag{8}$$

Časové průběhy dílčích částí vektoru (6) získáme z definice fázoru:

$$\begin{aligned} H_x(t) &= \sqrt{2} \cdot H_x \cdot sin(\omega t + \varphi_x) \\ H_y(t) &= \sqrt{2} \cdot H_y \cdot sin(\omega t + \varphi_y) \end{aligned} \tag{9}$$

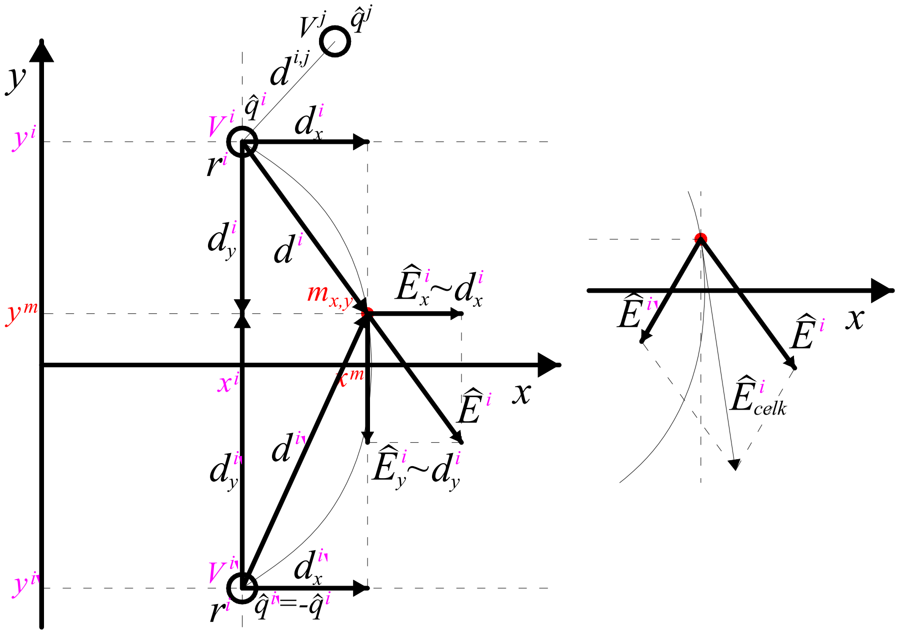
Vzhledem k úzkému tvaru výsledného elipsoidního průběhu $\vec{H}$ v xy rovině, resp. malým odchylkám výsledného průběhu $H_{tot}(t)$ od absolutní hodnoty harmonického průběhu, lze s přijatelnou přesností zjednodušeně efektivní hodnoty počítat také jako:

$$H_{RMS} = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} \tag{10}$$

2 Výpočet elektrického pole pod vedením

Pro stanovení vektoru intenzity elektrického pole $\vec{E}$ v kontrolním bodě $m_{x,y}$ použijeme Gaussův zákon elektrostatiky:

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = Q => \varepsilon E \cdot 2\pi d l = q \cdot l => E = \frac{q}{2\pi d \varepsilon} \tag{11}$$



Obr. 2 Složky vektoru intenzity elektrického pole

Při uvažování harmonického ustáleného stavu a přechodu ke komplexním číslům dostaneme pro příspěvek do kontrolního bodu od i-tého vodiče:

$$\hat{E}^i(d^i) = \frac{\hat{q}^i}{2\pi d^i \varepsilon}, \qquad \hat{E}^{i\prime}(d^{i\prime}) = \frac{\hat{q}^{i\prime}}{2\pi d^{i\prime} \varepsilon}, \quad \hat{q}^{i\prime} = -\hat{q}^i \tag{12}$$

Prvky označené čárkou značí parametry fiktivního zrcadleného vodiče pro i-tý vodič dle Obr. 2. Náboje vodičů lze zjistit pomocí následujících maticových rovnic:

$$(\hat{q}) = [\delta]^{-1} \cdot (\hat{U}) = [C] \cdot (\hat{U}) \tag{13}$$

Kde $[\delta]$ je matice potenciálových součinitelů. Prvky této matice lze získat jako:

$$\begin{gathered} \delta_{i,i} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln \frac{2y^i}{r^i} \\ \delta_{i,j} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln \frac{\sqrt{4y^i \cdot y^j + (d^{i,j})^2}}{d^{i,j}} \end{gathered} \tag{14}$$

Kde r^i je poloměr i-tého vodiče. V případě svazkového vodiče lze získat ekvivalentní poloměr jako:

$$r_e^i = R \cdot \sqrt[n]{r^i \frac{n}{R}} \tag{15}$$

Kde n je počet vodičů ve svazku a R je poloměr kružnice opsané n-svazku. Po vyčíslení rovnice (13) pro skutečné i fiktivní zrcadlené vodiče získáme vektory nábojů $(\hat{q})$ a $(\hat{q})'$. Pomocí (12) pak získáme příspěvky od všech vodičů do našeho kontrolního bodu $m_{x,y}$. Tyto příspěvky rozložíme do složek vektoru obdobně jako v (3) pro skutečné vodiče:

$$\begin{gathered} \hat{E}_x^i = \hat{E}_x^i(d^i) = \hat{E}^i(d^i) \cdot \left(\frac{d_x^i}{d^i}\right) = \hat{E}^i(d^i) \cdot \left(\frac{-(x^i - x^m)}{d^i}\right) \\ \hat{E}_y^i = \hat{E}_y^i(d^i) = \hat{E}^i(d^i) \cdot \left(\frac{d_y^i}{d^i}\right) = \hat{E}^i(d^i) \cdot \left(\frac{-(y^i - y^m)}{d^i}\right) \end{gathered} \tag{16}$$

A pro fiktivní vodiče:

$$\begin{gathered} \hat{E}_x^{i\prime} = \hat{E}_x^{i\prime}(d^i) = \hat{E}^{i\prime}(d^i) \cdot \left(\frac{d_x^{i\prime}}{d^{i\prime}}\right) = \hat{E}^{i\prime}(d^{i\prime}) \cdot \left(\frac{-(x^i - x^m)}{d^{i\prime}}\right) \\ \hat{E}_y^{i\prime} = \hat{E}_y^{i\prime}(d^{i\prime}) = \hat{E}^{i\prime}(d^{i\prime}) \cdot \left(\frac{d_y^{i\prime}}{d^{i\prime}}\right) = \hat{E}^{i\prime}(d^{i\prime}) \cdot \left(\frac{y^i + y^m}{d^{i\prime}}\right) \end{gathered} \tag{17}$$

a sumární hodnotu intenzity pak stanovíme jako:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{\hat{E}}^i\right) + \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{\hat{E}}^{i\prime}\right) = \hat{E}_x \cdot \vec{x} + \hat{E}_y \cdot \vec{y} = E_x e^{j\varphi_x} \cdot \vec{\mathrm{x}} + \mathrm{E_y e^{j\varphi_y}} \cdot \vec{\mathrm{y}} \tag{18}$$

2.1 Výpočet efektivní hodnoty intenzity elektrického pole

Obdobně jako pro pole magnetické získáme efektivní hodnotu pomocí definičního vzorce:

$$E_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T E_{tot}^2(t)} \tag{19}$$

Nejprve musíme získat časový průběh velikosti vektoru intenzity:

$$E_{tot}(t) = \sqrt{E_x^2(t) + E_y^2(t)} \tag{20}$$

Časové průběhy dílčích částí vektoru (18) získáme z definice fázoru:

$$E_x(t) = \sqrt{2} \cdot E_x \cdot sin(\omega t + \varphi_x)$$
$$E_y(t) = \sqrt{2} \cdot E_y \cdot sin(\omega t + \varphi_y) \tag{21}$$

Vzhledem k úzkému tvaru výsledného elipsoidního průběhu $\vec{E}$ v xy rovině, resp. malým odchylkám výsledného průběhu $E_{tot}(t)$ od absolutní hodnoty harmonického průběhu, lze s přijatelnou přesností zjednodušeně efektivní hodnoty opět počítat také jako:

$$E_{RMS} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \tag{22}$$