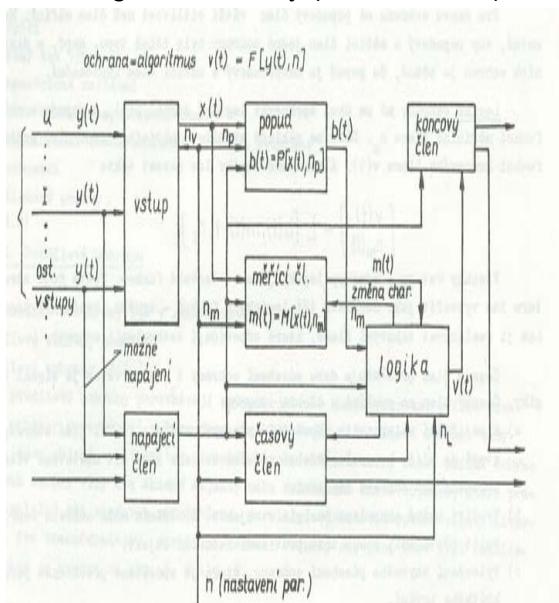


ELEKTRICKÉ OCHRANY

Rozdělení ochran		
podle druhu poruchy:	Podle principu činnosti	Podle času působení
- zkratové,	- proudové,	okamžité
- při přetížení,	- distanční,	- časové nezávislé,
- nadpěťové,	- napěťové,	- časové závislé.
- podpěťové,	- porovnávací,	
- při zem. spojení,	- wattové,	
- při zpětném výkonu,	- reaktanční,	
- při ztrátě buzení,	- frekvenční,	
- při nesymetrii	- při nesymetrii	
- frekvenční		

Etapy vývoje:

- klasické elektromechanické ochrany (1921 -1960),
- elektronické ochrany (1970 - 1980),
- digitální ochrany (1974 -dosud).



Základní členy klasických analogových ochran

POŽADAVKY NA OCHRANY

Spolehlivost	Selektivita	Rychlosť
Citlivost	Rychlosť působení	Přesnost

▪ **Spolehlivost** – schopnost vykonávat operace podle daného algoritmu ochrany v stanoveném čase s požadovanými parametry a splnit všechny technické podmínky z pohledu chráněného objektu.

▪ **Selektivita** - schopnost vypnout jen poškozenou oblast
metody:

-časovým odstupňovaní
(ochrana nejbližší k místu poruchy působí nejrychleji a ostatní ochrany působí postupně s nastaveným časovým zpožděním. (pevně daný, čas je závislý na inverzi poruchového proudu.

-amplitudové nebo fázové porovnání proudů na koncích chráněného úseku (aplikované v rozdílových a porovnávacích ochranách),

- určení směru toku výkonu na stranách chráněného úseku

▪ **Rychlosť působení ochrany** – doba působení ochrany od identifikace poruchy až po vyslání vypínacího povetu .

Časy působení elektrických ochran:

elektromechanické ochrany časy > 20 ms,

elektronické ochrany 10 - 15 ms,

digitální ochrany je krátký a závisí na SW a HW.

vlnové ochrany< 5 ms.

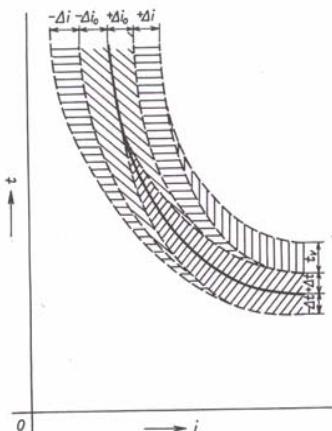
časy omezují požadavky na:

- zachování dynamické stability ES,
- zmenšení rozsahu poškození ,
- zkrácení času provozu spotřebičů pri sníženém napětí v neporušených částech ES,
- zmenšení nebezpečí úrazu osob

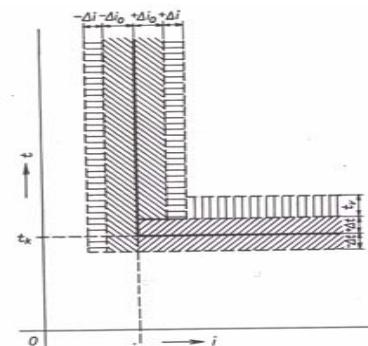
Citlivost – nejmenší hodnota stavové veličiny, při které ochrana spolehlivě působí.

- **Přesnost** – je daná vztahem $p = \frac{|x - x_b|}{x_a} \cdot 100$ (%)
- je přesnost elektrické ochrany,
- x nastavená citlivost ochrany,
- x_a rozsah možného nastavení ochrany,
- x_b skutečná citlivost ochrany.

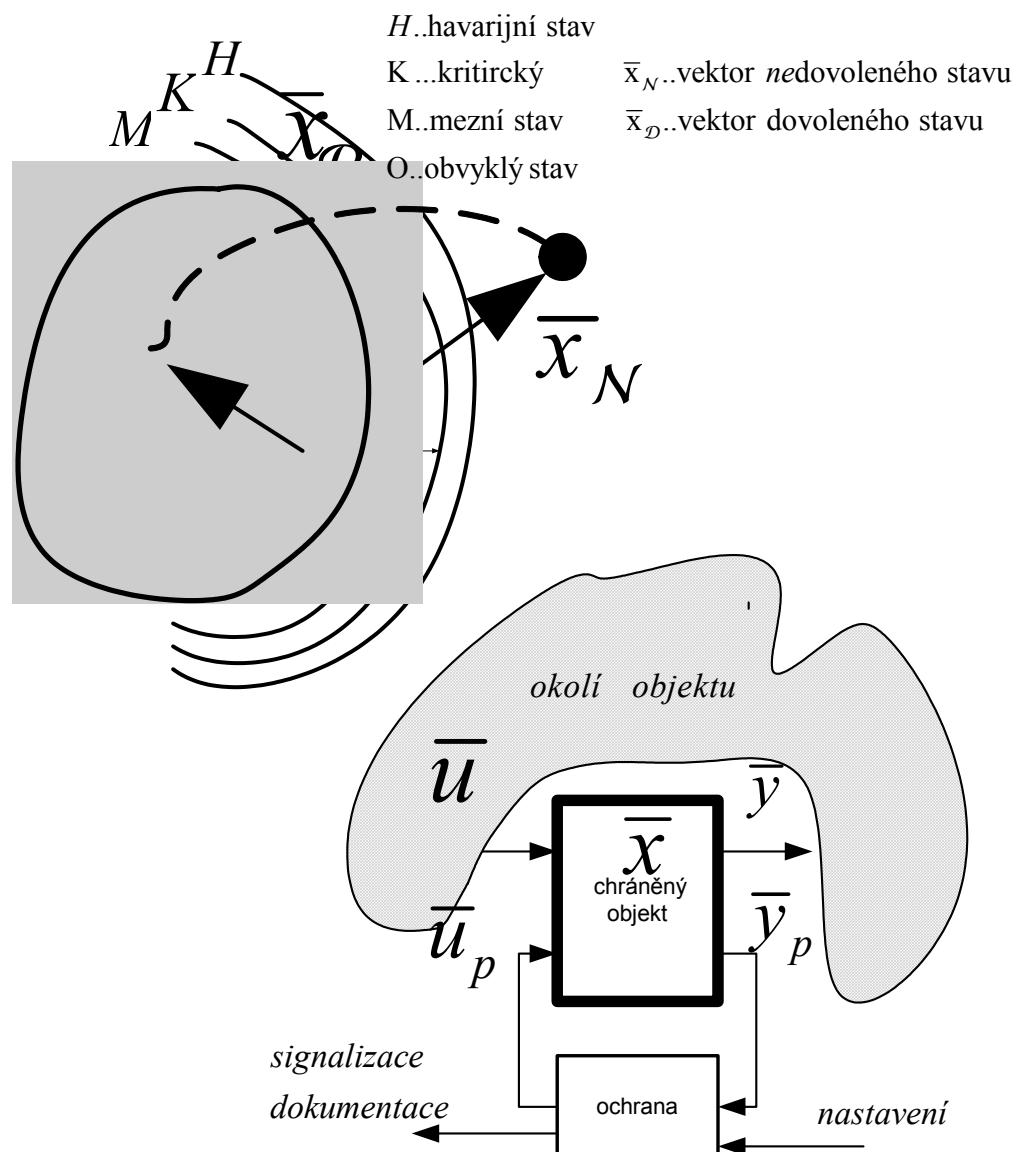
**Přesnost závislé
časové ochrany**



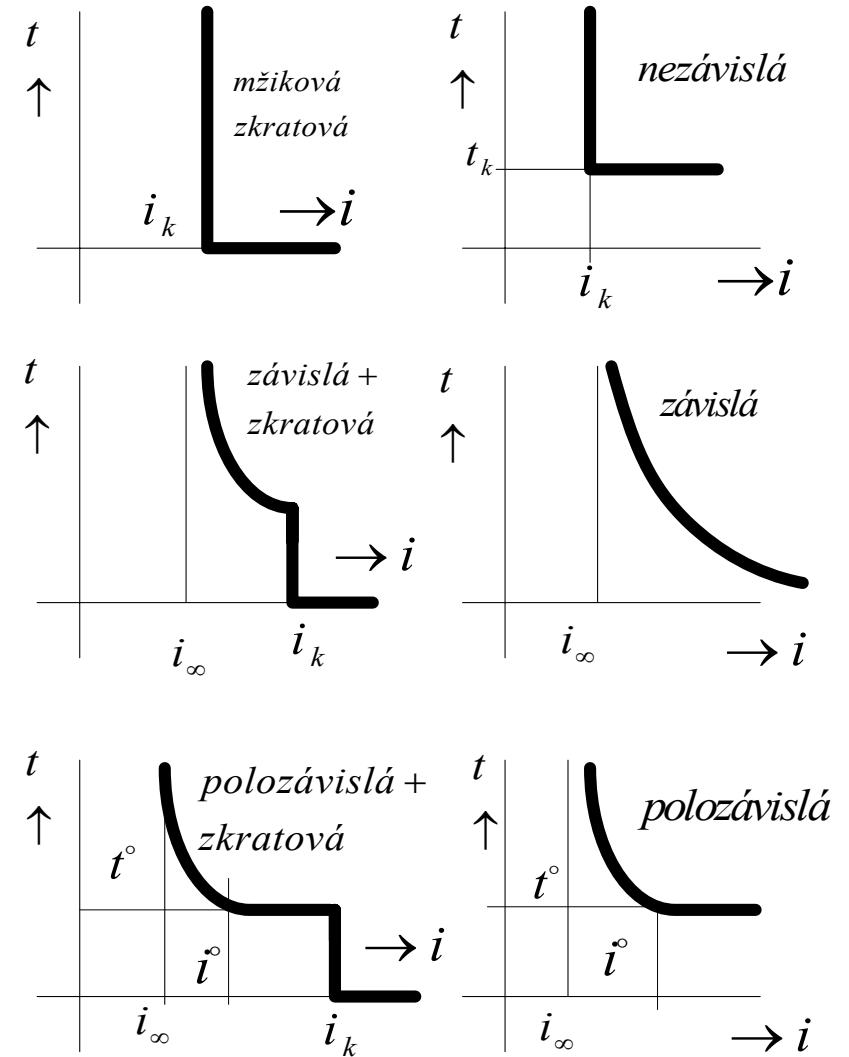
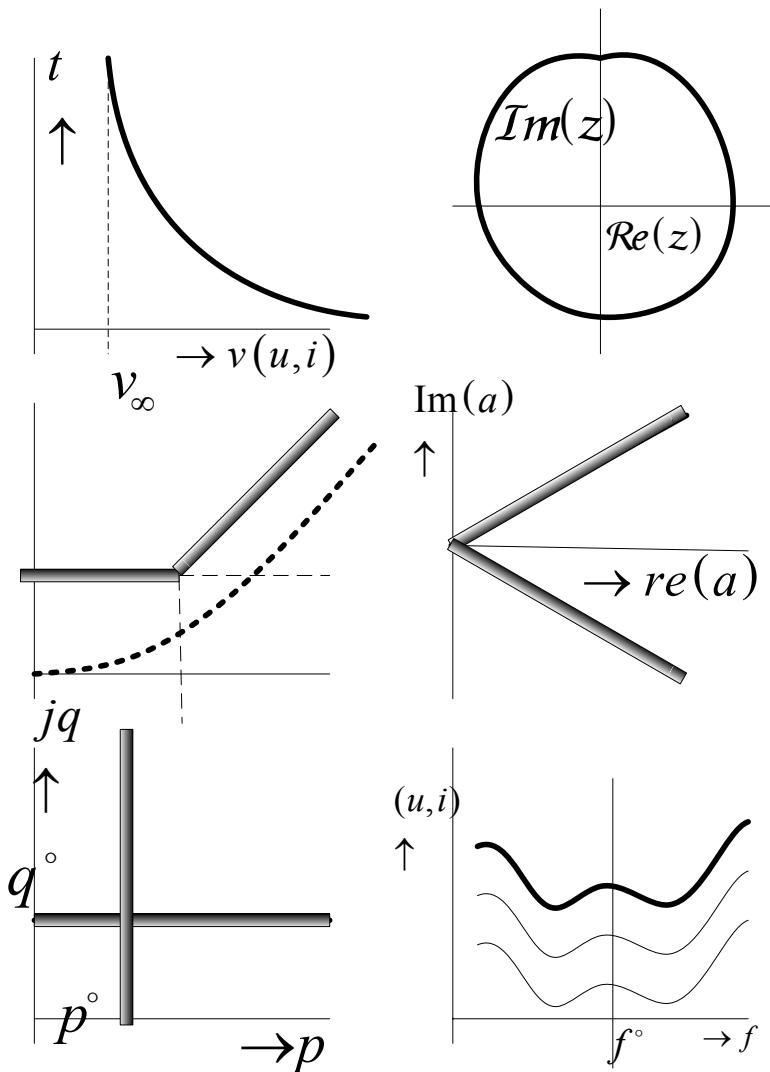
**Přesnost nezávislé
časové ochrany**



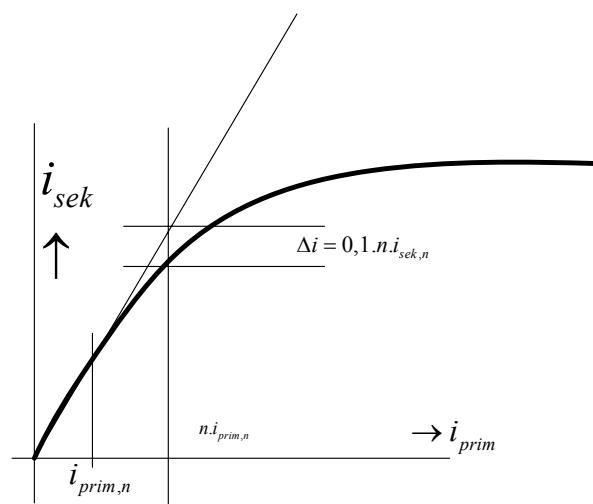
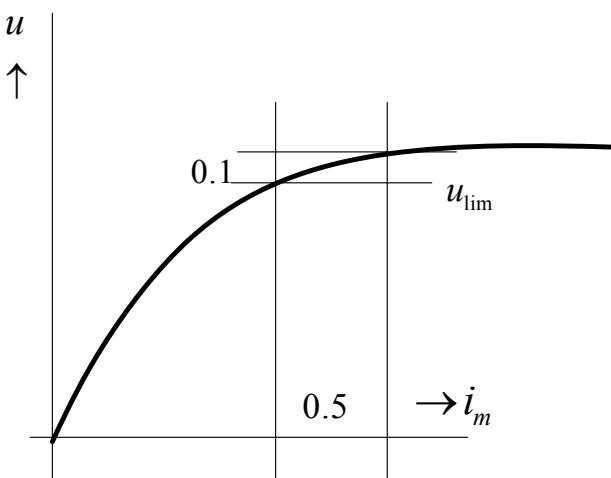
Stavová reprezentace chránění



Charakteristiky a kriteria chránění



Měřící transformátory proudu



Použité \mathcal{L} obrazy:

$$\text{konvoluce: } G(s)U(s) = \mathcal{L}\{g(t) \otimes u(t)\} =$$

$$= \mathcal{L}\left\{\int_0^t u(t-\lambda)g(\lambda)d\lambda\right\} = \mathcal{L}\left\{\int_0^t u(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda\right\}$$

harmonická funkce:

$$\mathcal{L}\{U \cdot \cos(\omega t + \beta)\} = \frac{U \cdot \cos\langle\beta\rangle \cdot s + U \cdot \sin\langle\beta\rangle \omega}{s^2 + \omega^2} =$$

$$= \mathcal{L}\{M \cdot e^{\alpha t} \cos\langle\omega t\rangle + N \cdot e^{\alpha t} \sin\langle\omega t\rangle\} = \frac{M \cdot (s + \alpha) + N \cdot \omega}{(s + \alpha)^2 + \omega^2} =$$

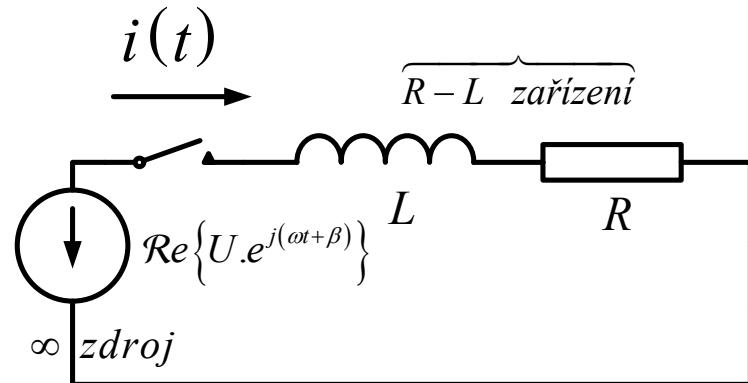
$$= \mathcal{L}\{e^{\alpha t} A (\cos\langle\omega t\rangle + \sin\langle\omega t\rangle)\} = \mathcal{L}\{e^{\alpha t} A \cos\langle\omega t + \beta\rangle\}$$

$$A \cdot \sin\langle\beta\rangle = N, \quad A \cdot \cos\beta = M$$

věta o derivaci: $\mathcal{L}\{f'(t)\} = s \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} - f(0_+)$

Přechodné jevy v R-L obvodech

1. Lineární L



$$U \cos(\omega t + \beta) = u(t) = R.i(t) + L.i(t)^\bullet,$$

$$u(s) = L.i(s). (s + 1/\tau) - L.i\langle 0_+ \rangle, \quad \tau = L/R$$

$$i(s) = \frac{(1/L).u(s) + i\langle 0_+ \rangle}{(s + 1/\tau)} = \frac{(U/L).(\cos\langle \beta \rangle.s + \sin\langle \beta \rangle.\omega) + i\langle 0_+ \rangle}{(s + 1/\tau).(s^2 + \omega^2)}$$

$$i(s) = \frac{(U/L).(-\cos\langle \beta \rangle.(1/\tau) + \sin\langle \beta \rangle.\omega) + i\langle 0_+ \rangle}{(s + 1/\tau)(1/\tau^2 + \omega^2)} +$$

$$+ \frac{(U/L).(-\cos\langle \beta \rangle.j\omega + \sin\langle \beta \rangle.\omega) + i\langle 0_+ \rangle}{(s + j\omega).(-j\omega + 1/\tau)} +$$

$$+ \frac{(U/L).(\cos\langle \beta \rangle.j\omega + \sin\langle \beta \rangle.\omega) + i\langle 0_+ \rangle}{(s - j\omega).(j\omega + 1/\tau)} =$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \zeta = \arg(Z) = \arccos(R/Z) = \arcsin(\omega L/Z)$$

úprava:

$$\frac{(U/L).(-\cos\langle \beta \rangle.(1/\tau) + \sin\langle \beta \rangle.\omega)}{(s + 1/\tau)(1/\tau^2 + \omega^2)} = \frac{-U.R \cos\langle \beta \rangle + \omega L U \sin\langle \beta \rangle}{\{R^2 + (\omega L)^2\}(s + 1/\tau)} =$$

$$\frac{U \left[\frac{-\cos\langle \zeta \rangle \cos\langle \beta \rangle + \sin\langle \zeta \rangle \sin\langle \beta \rangle}{s + 1/\tau} \right]}{Z} = -\frac{U}{Z} \frac{\cos(\beta + \zeta)}{s + 1/\tau}$$

$$\frac{i\langle 0_+ \rangle}{(s + 1/\tau)(1/\tau^2 + \omega^2)} = \frac{L^2 i\langle 0_+ \rangle}{(s + 1/\tau)(R^2 + \omega^2 L^2)} = \frac{i\langle 0_+ \rangle \cdot \sin^2\langle \zeta \rangle / \omega^2}{(s + 1/\tau)}$$

$$\frac{(U/L).(-\cos\langle \beta \rangle.j\omega + \sin\langle \beta \rangle.\omega)}{(s + j\omega).(-j\omega + 1/\tau)} = \frac{-j\omega e^{j\beta} U}{(s + j\omega)(R - j\omega L)}$$

$$\frac{(U/L).(\cos\langle \beta \rangle.j\omega + \sin\langle \beta \rangle.\omega)}{(s - j\omega).(j\omega + 1/\tau)} = \frac{j\omega e^{j\beta} U}{(s - j\omega)(R + j\omega L)}$$

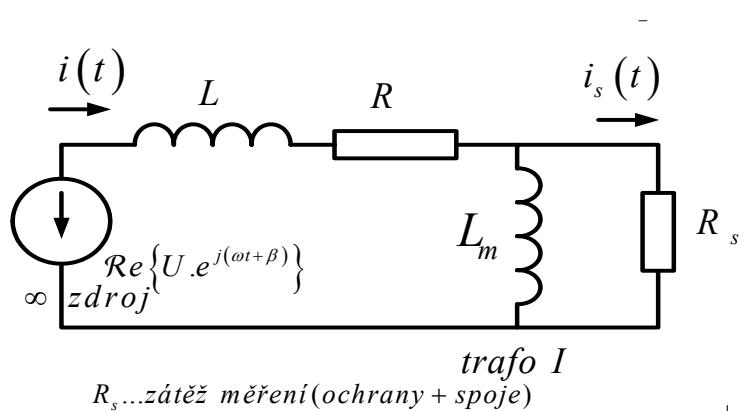
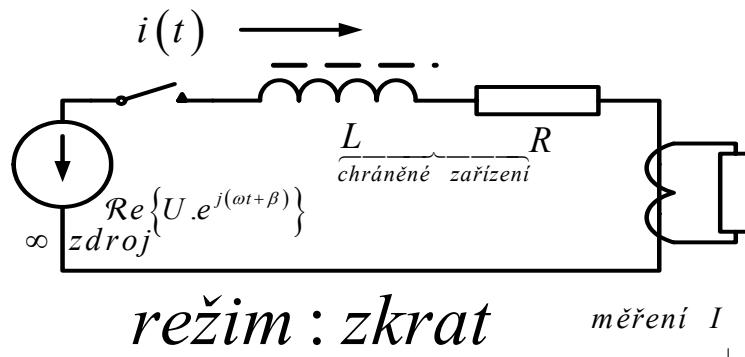
$$\frac{j\omega e^{j\beta} U \{ -(s - j\omega)(R + j\omega L) + (s + j\omega)(R - j\omega L) \}}{(s^2 + \omega^2)(R^2 + \omega^2 L^2)} =$$

$$\frac{j\omega e^{j\beta} U}{Z^2} \{ -(s - j\omega)(R + j\omega L) + (s + j\omega)(R - j\omega L) \} =$$

$$-\frac{\omega^2 \cdot e^{j\beta} \cdot U}{Z} 2 \cos\langle \zeta \rangle \frac{\{1 - \tau \cdot s\}}{s^2 + \omega^2}$$

Požadavky na měřící obvody.

$\tau_{pùs}$ $\begin{cases} < L/R .. \text{rychlé chrany (měřit kvalitně přech. stavy)} \\ > L/R .. \text{pomalé chrany (měřit kvazi - ustálené stavy)} \end{cases}$



Přenos v přechodných stavech.

$$u(t) = R.i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = \mathcal{R}e \left\{ U.e^{j(\omega t+\beta)} \right\}, \quad \tau = L/R$$

$$\mathcal{L} \left\{ U.e^{j(\omega t+\beta)} \right\} = i(s). (sL + R) = L.i(s)(s + 1/\tau),$$

$$i(s) = \frac{\mathcal{L} \left\{ U.e^{j(\omega t+\beta)} \right\}}{L(s + 1/\tau)} = \frac{1}{L} \mathcal{L} \left\{ U.e^{j(\omega t+\beta)} \right\} \mathcal{L} \left\{ e^{-1/\tau} \right\}$$

$$i(t) = \frac{Ue^{j\beta}}{L} \int_0^t e^{j(\omega t-\lambda)} e^{-1/\tau} d\lambda = \frac{Ue^{j(\omega t+\beta)}}{L} \int_0^t e^{-(j\omega+1/\tau)\lambda} d\lambda$$

$$\hat{Z} = R + j\omega L, \hat{I}^\circ = \frac{U.e^{j\beta}}{\hat{Z}} = \frac{U.e^{j(\beta-\zeta)}}{Z}$$

$$i(t) = \mathcal{R}e \left\{ \hat{I}^\circ \left(e^{j\omega t} - e^{-1/\tau} \right) \right\}$$

volná složka proudu:

$$i_{ss}(t) = -\frac{U}{Z} \cos(\beta - \zeta) e^{-1/\tau}, \zeta = \arg\{\hat{Z}\} = \arctg\left(\frac{L}{R}\right)$$

$$L \gg R \Rightarrow \zeta \doteq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta \text{ pro } i_{ss,\max} = (\beta - \zeta = 0), \beta = \frac{\pi}{2}$$

řešení transportu volné složky proudu I → II:

$$L_m i_m^* - R_T i_T = 0, \tau_T = \frac{L_m}{R_T}$$

$$sL_m i_m(s) - R_T i_T(s) = 0 \Rightarrow i_m(s) = \frac{R_T}{sL_m} i_T(s)$$

$$i(s) = i_m(s) + i_T(s) = i_T(s)(1 + 1/\langle s \cdot \tau_T \rangle) = i_T(s) \frac{1 + s \cdot \tau_T}{s \cdot \tau_T}$$

$$i_T(s) = \left(\frac{s}{s + (1/\tau_T)} \right) i(s)$$

$$f(t) = i(t) \otimes e^{-\frac{t}{\tau_T}}$$

↑ příznak konvoluce

$$f(t) = I^\circ \int_0^t \left(e^{j\omega(t-\lambda)} - e^{-\frac{(t-\lambda)}{\tau}} \right) e^{-\frac{\lambda}{\tau_T}} d\lambda$$

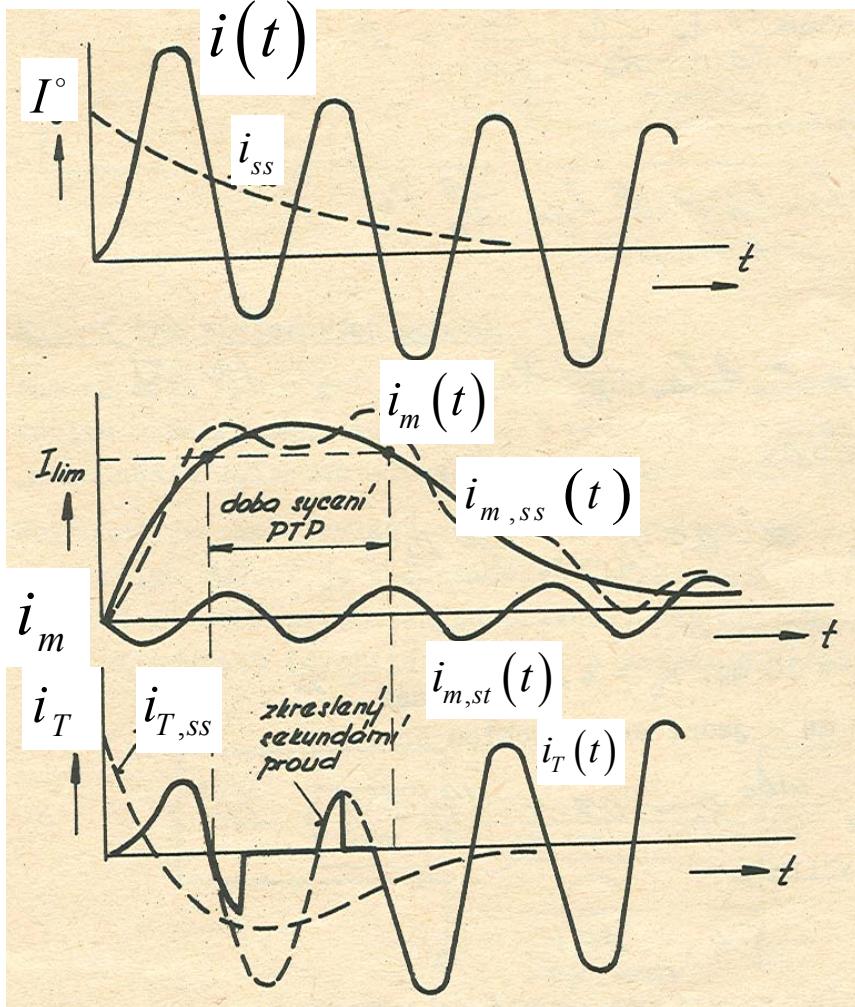
$$f(t) = I^\circ \left\{ \int_0^t e^{-j\omega\left(t+\frac{1}{\tau_T}\right)\lambda} - e^{-\frac{t}{\tau}} e^{-\left(\frac{1}{\tau_T}-\frac{1}{\tau}\right)\lambda} \right\} d\lambda$$

$$f(t) = I^\circ \left\{ \tau_T \frac{e^{j\omega t} \left(1 - e^{-\left(j\omega + \frac{1}{\tau_T}\right)t} \right)}{1 + j\omega\tau_T} + \tau \cdot \tau_T \frac{-e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left[e^{-\left(\frac{1}{\tau_T}-\frac{1}{\tau}\right)t} - 1 \right]}{\tau - \tau_T} \right\}$$

$$f(t) = I^\circ \left\{ \tau_T \frac{e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau_T}}}{1 + j\omega\tau_T} + \tau \cdot \tau_T \frac{e^{-\frac{t}{\tau_T}} - e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau - \tau_T} \right\}$$

$$i_T(t) = f^*(t) = I^\circ \left\{ \frac{j\omega\tau_T e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau_T}}}{1 + j\omega\tau_T} + \frac{\tau_T e^{-\frac{t}{\tau_T}} - \tau e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau - \tau_T} \right\}$$

$$i_m(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t i_T(\lambda) d\lambda = I^\circ \underbrace{\frac{e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau_T}}}{1 + j\omega\tau_T}}_{\approx^o i_{m,st}} + I^\circ \underbrace{\frac{\tau \left(e^{-\frac{t}{\tau_T}} - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)}{\tau - \tau_T}}_{\approx i_{m,ss}}$$



Požadavky na parametry:

$$\frac{1}{\omega \tau_T} \ll \frac{\tau}{\tau - \tau_T} \Rightarrow i_{m,st} < i_{m,ss}$$

maximum $i_{m,ss}$

$$i_{m,st} = 0, \left(-\frac{t_{ss}}{\tau_T} e^{-\frac{t_{ss}}{\tau_T}} + \frac{t_{ss}}{\tau} e^{-\frac{t_{ss}}{\tau}} \right) = 0 \Rightarrow t_{ss} = \frac{\tau \tau_T}{\tau - \tau_T} \ln \frac{\tau}{\tau_T}$$

$$\text{pro } \frac{\tau_T}{\tau} > 2 \Rightarrow I_{\text{lim}} > I_{m,\text{max}} = 0.7 I^\circ \frac{\tau}{\tau_T}$$

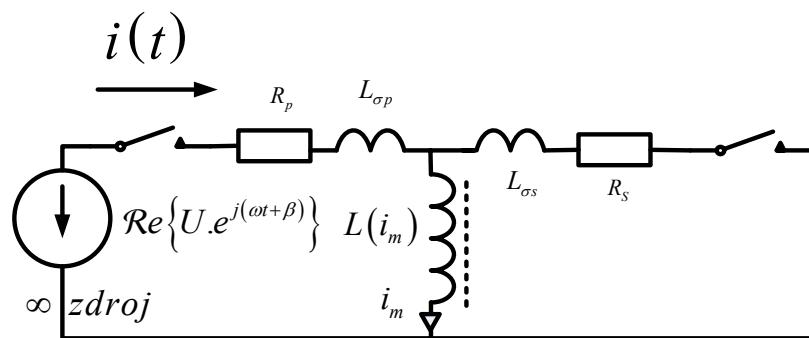
$$\omega L_m I_{\text{lim}} = U_{\text{lim}} > 0.7 I^\circ \frac{L}{R} \frac{R_T}{L_m} \omega L_m = 0.7 I^\circ \frac{X}{R} R_T$$

I° = obraz maximálního poruchového proudu

R_T = výsledná rezistence obvodů II

$$\frac{\tau_T}{\tau} > 2 \Rightarrow U_{\text{lim}} = \omega I_{\text{lim}} L_m > 2 I_{\text{lim}} X \frac{R_T}{R}$$

2.Nelineární L- Ráz magnetizačního proudu.



$$\text{připojení naprázdno } i_m = i, \quad L.i = \phi \Rightarrow i = \frac{\phi}{L}$$

$$u = R.i + L \frac{di}{dt} = \frac{\phi}{(L/R)} + \frac{d\phi}{dt} = \mathcal{Re}\{U.e^{j(\omega t+\varphi)}\}$$

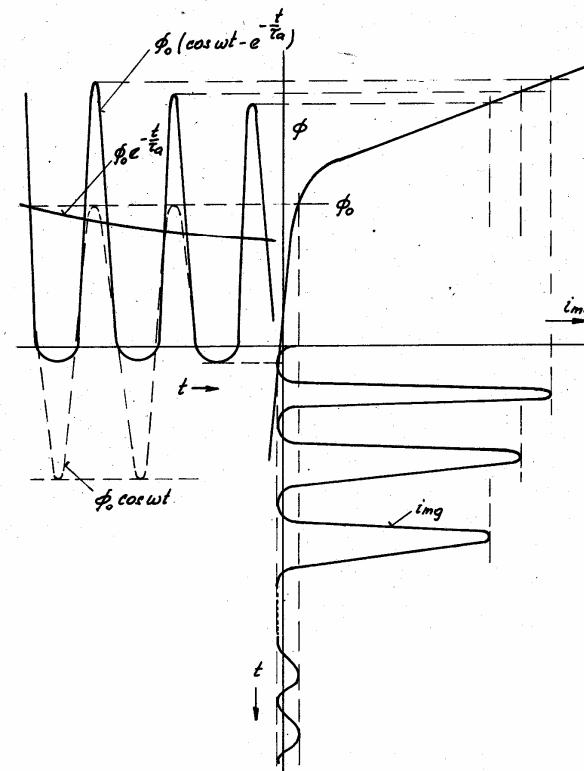
$$\mathcal{L}\{U.e^{j(\omega t+\varphi)}\} = \phi(s).(s + 1/\tau)$$

$$\begin{aligned} \phi(s) &= \frac{\mathcal{L}\{U.e^{j(\omega t+\varphi)}\}}{(s + 1/\tau)} \Rightarrow \phi(t) = \int_0^t U e^{j\varphi} e^{j(\omega t-\lambda)} e^{-\frac{\lambda}{\tau}} d\lambda = \\ &= U e^{j(\omega t+\varphi)} \int_0^t e^{-j\left(\frac{\omega t+1}{\tau}\right)\lambda} d\lambda = \frac{UL}{R + j\omega L} \left(e^{j(\omega t+\varphi)} - e^{j\varphi} e^{-1/\tau} \right) \end{aligned}$$

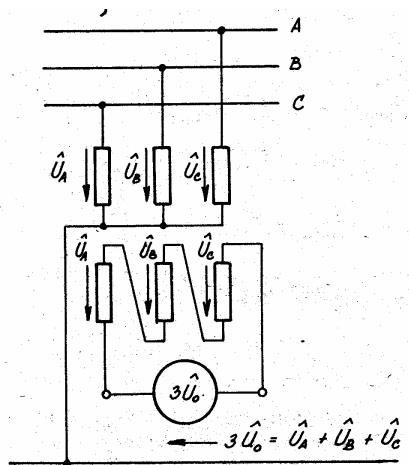
reálná část:

$$\phi^\circ = \frac{U.L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \zeta = \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

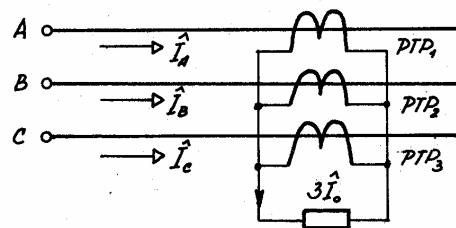
$$\phi(t) = \phi^\circ \left\{ \cos(\omega t + \beta - \zeta) - \cos(\beta - \zeta) e^{-\frac{t}{\tau}} \right\}$$



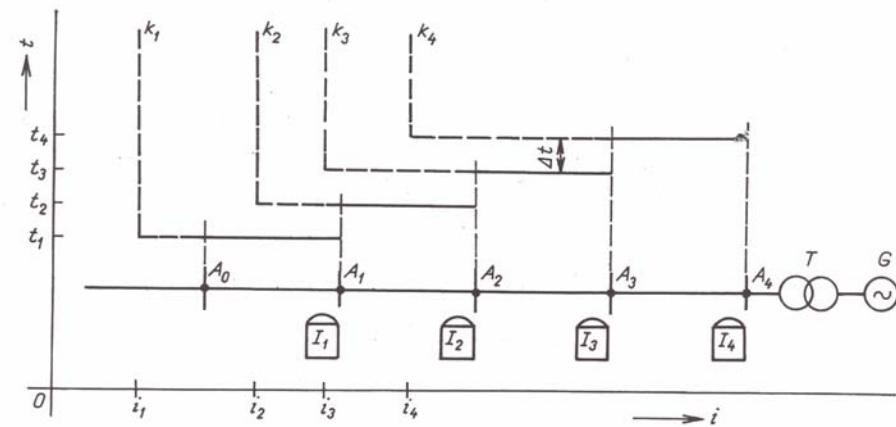
Měření nulové složky napětí a proudu



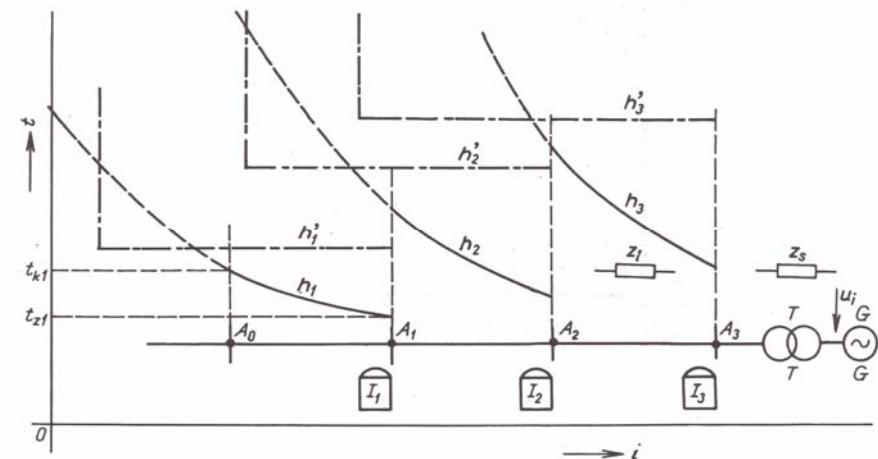
Holmgreenova skupina PTP



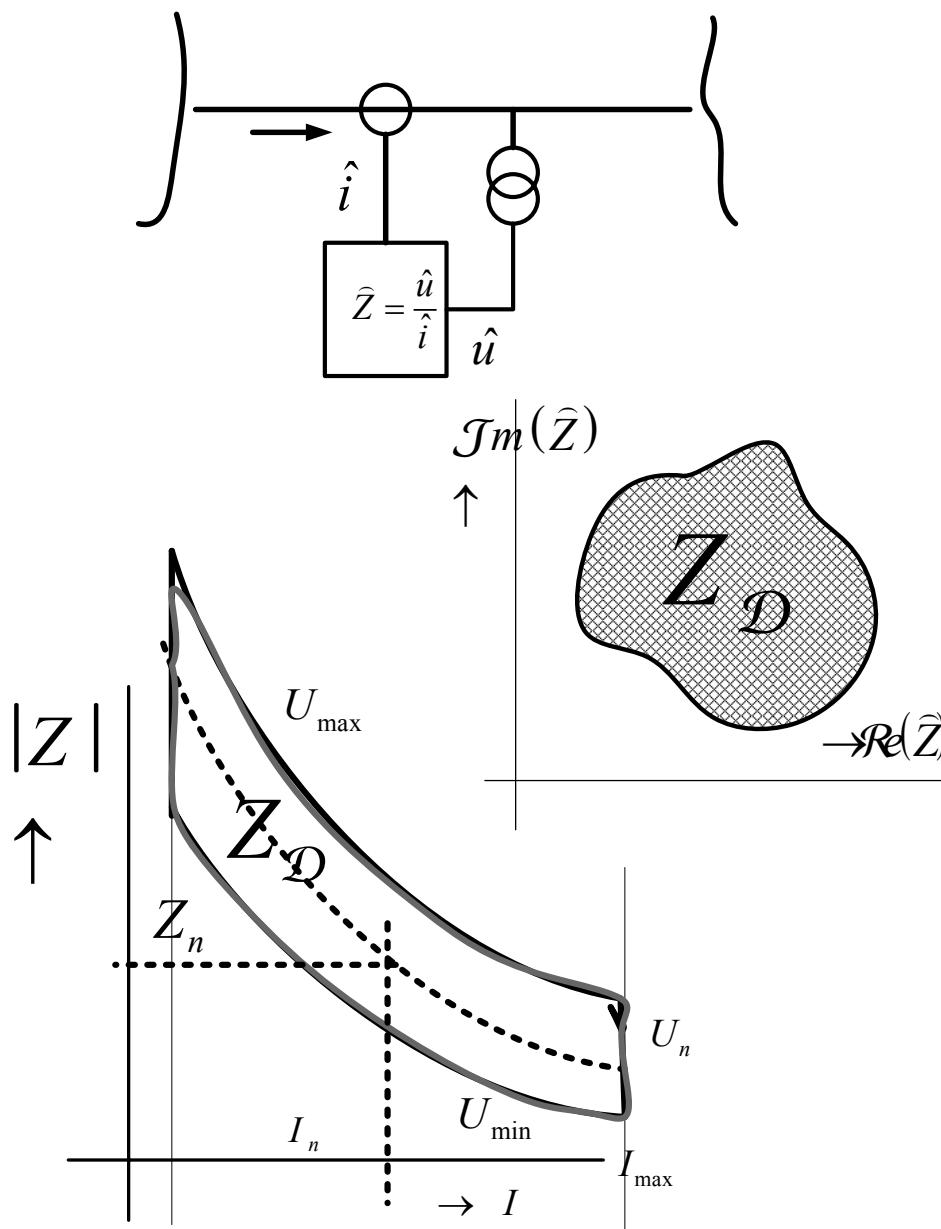
nezávislé zpožd. nadproudé ochrany v radiální síti



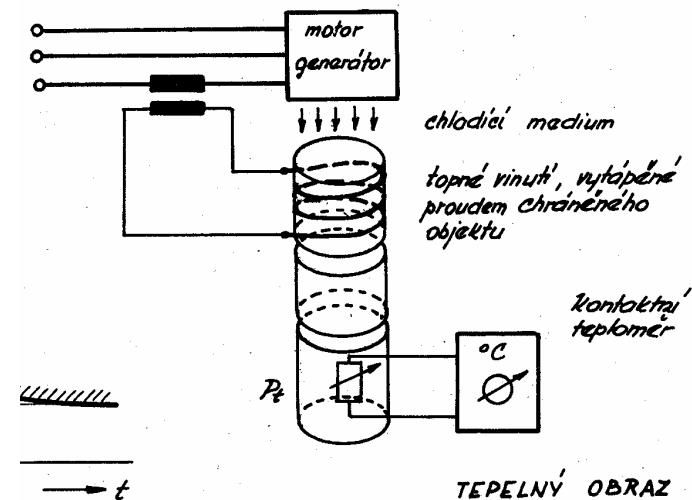
Závislé zpožděné nadproudé ochrany v radiální síti



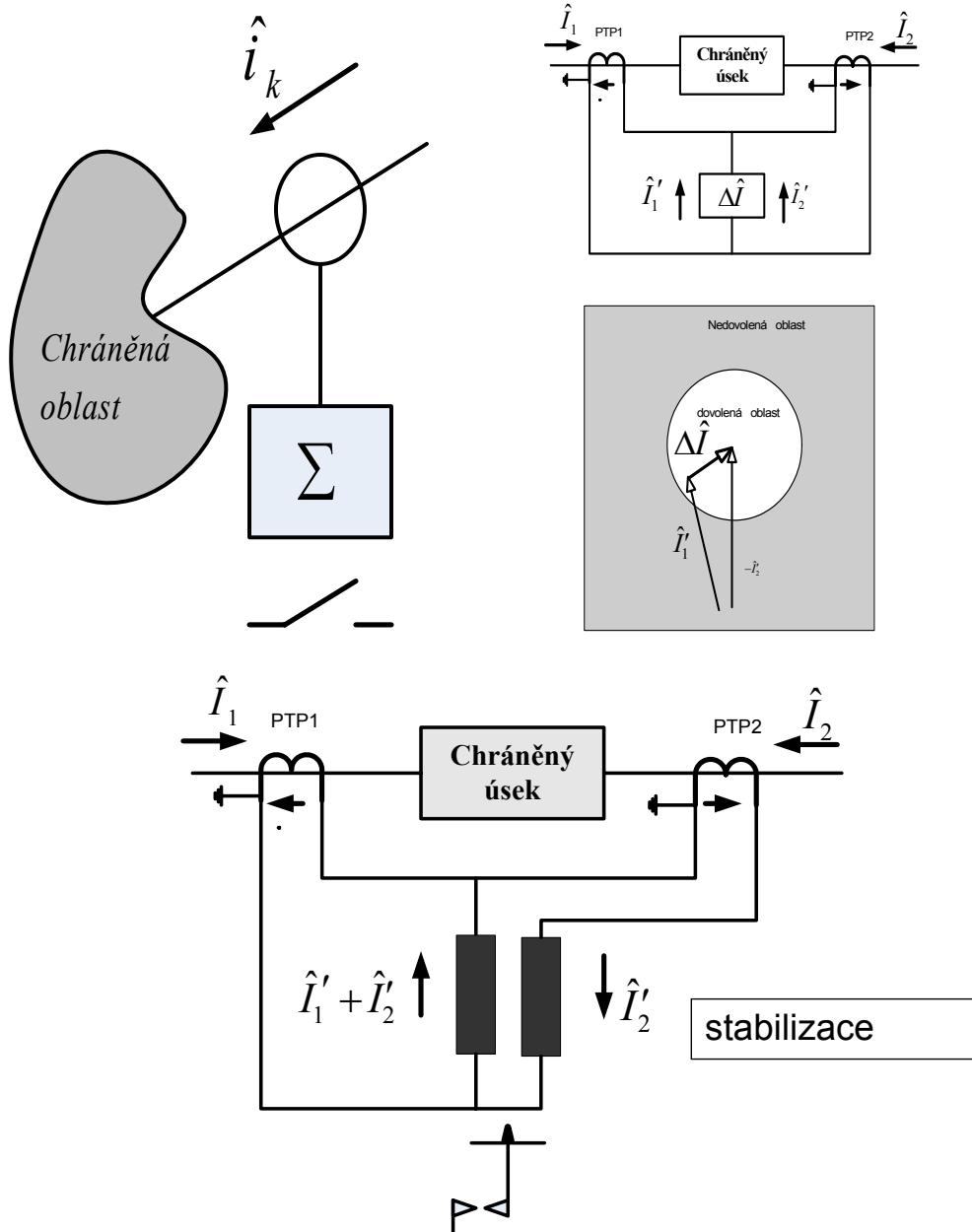
• Viděná impedance



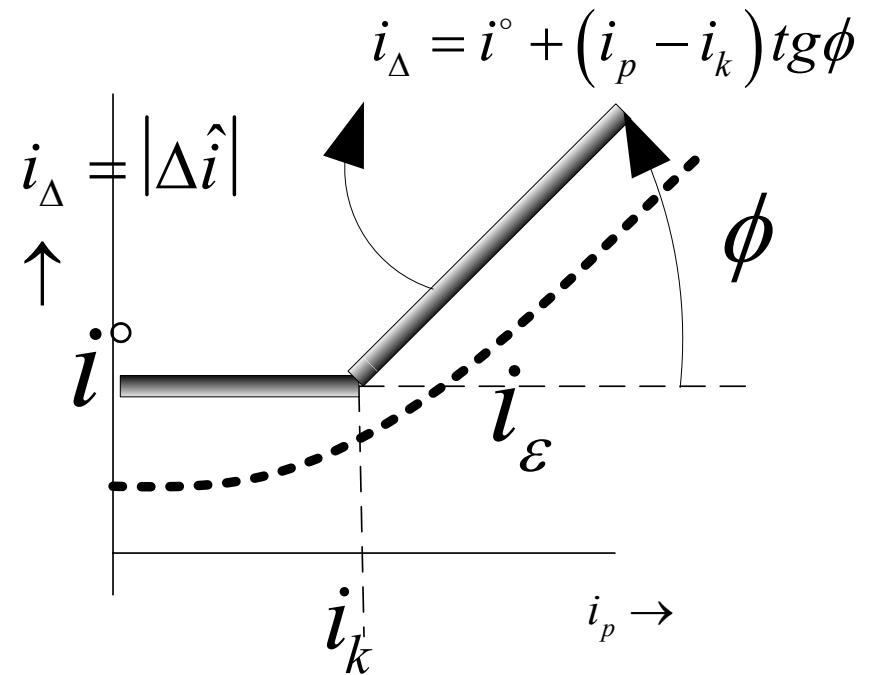
• Teplota θ / Tepelný obraz



• Rozdíl proudů



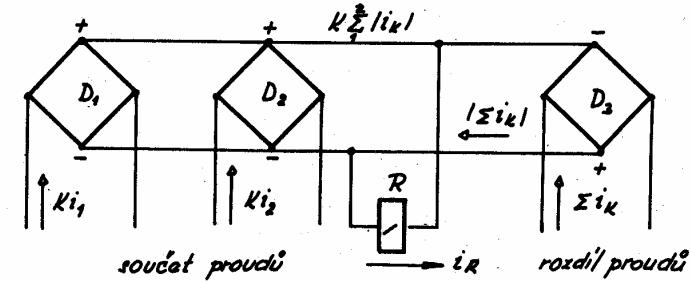
Charakteristika rozdílové ochrany



i_k = proud kolena cha - ky

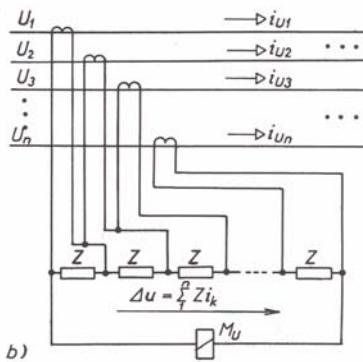
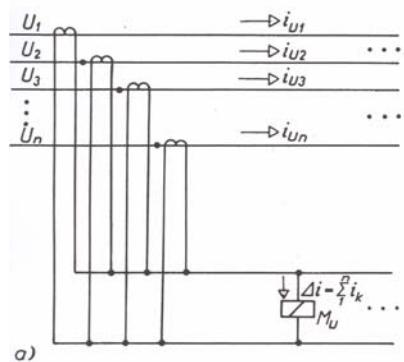
i_ϵ = chybový proud vstupních obvodů

$i_p = \sum_{\forall k} |\hat{i}_k|$. průchozí proud i° = dovol.tolerance proudu



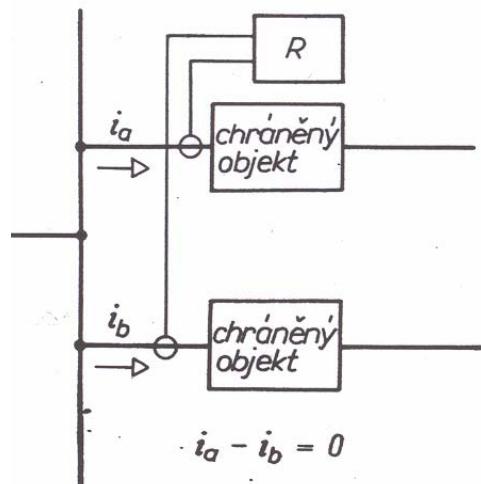
Objekt s několika vývody

Proudové porovnání

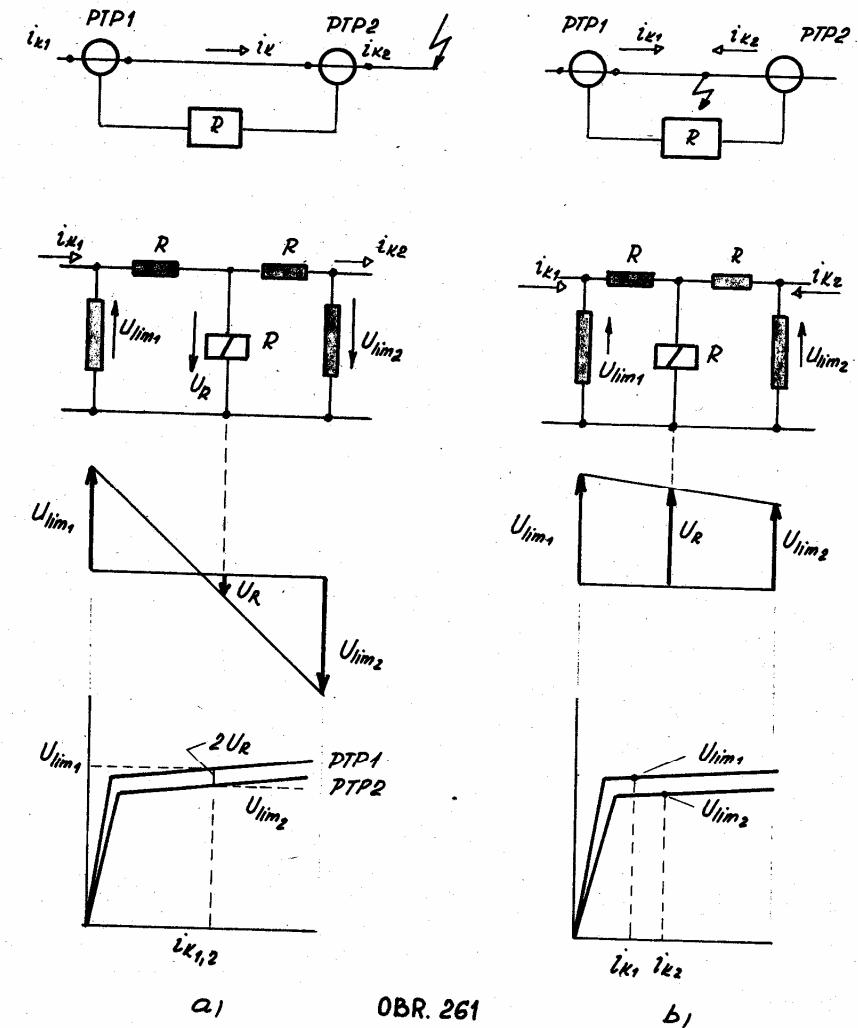


napěťové porovnání

Příčná rozdílová ochrana

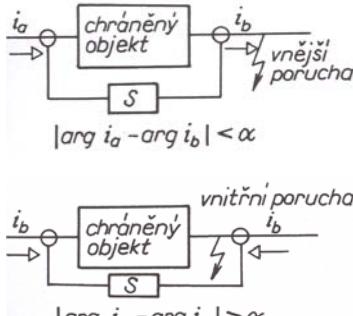


Vysokoimpedanční ochrana



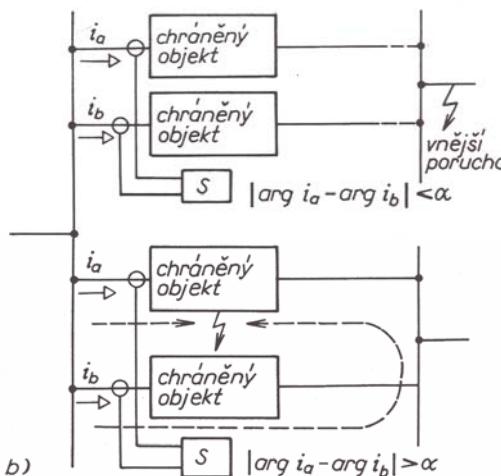
Rozdíl úhlů vstupní a výstupní brány. Srovnávací ochrana

podélná

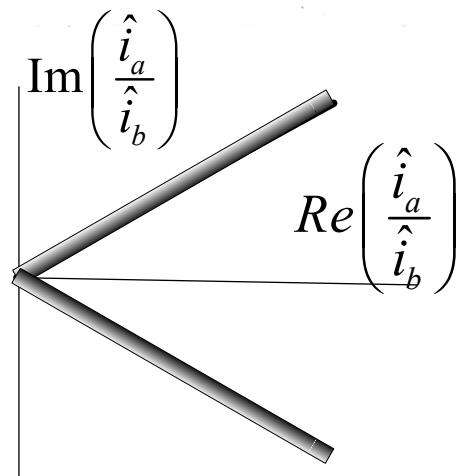


a)

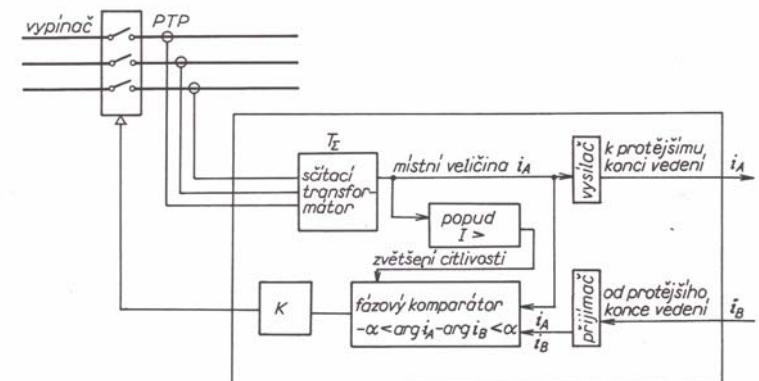
příčná



b)

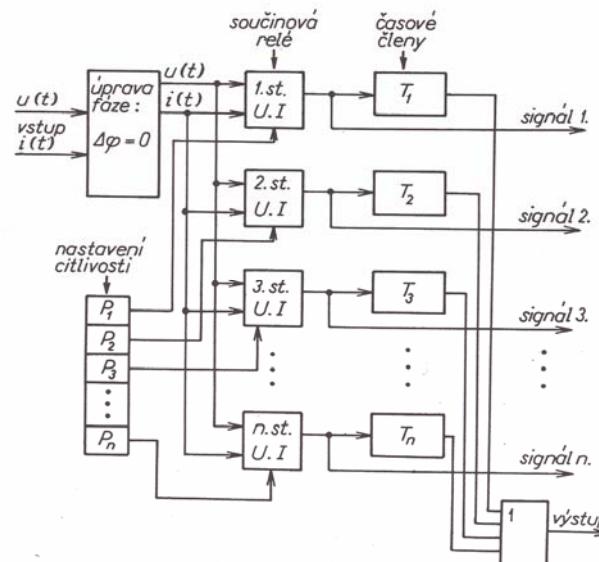
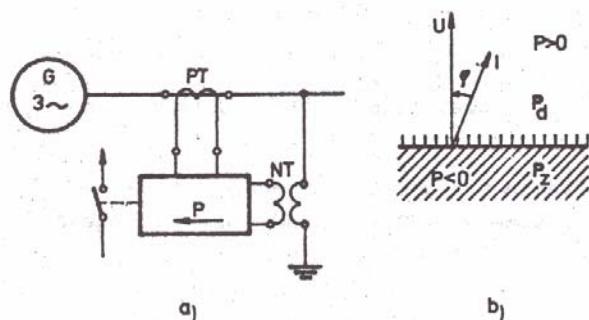


Blokové schéma srovnávací ochrany



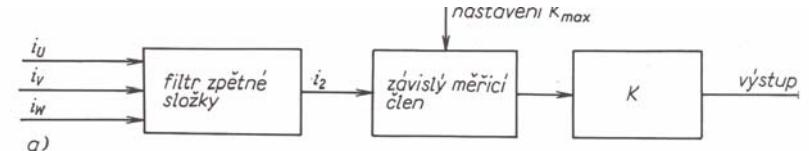
• Směr toku P,Q

Zpětná wattová ochrana

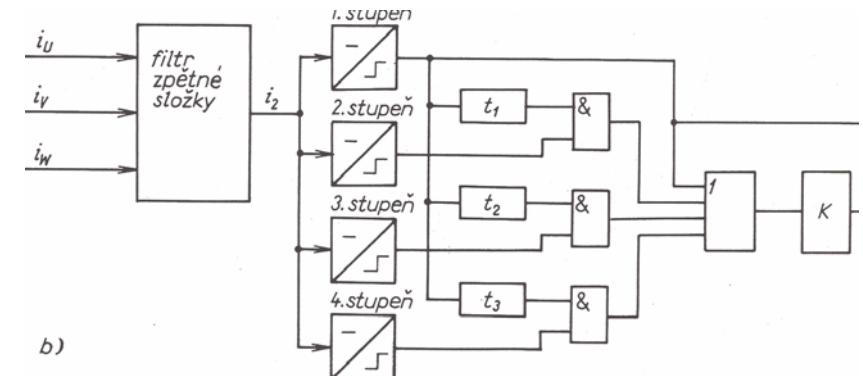


Ochrana při nesymetrii

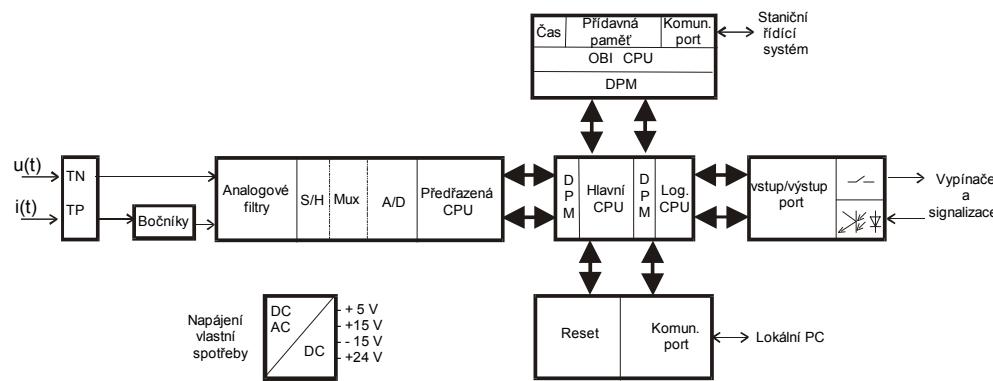
závislá



nezávislá stupňová



DIGITÁLNÍ OCHRANY.



$$T_{vz} = \frac{1}{f_{vz}}, \quad X_m \geq A_{\max}, \quad \varepsilon \geq \frac{\Delta X}{2A_{\min}}, \quad N \geq \frac{A_{\max}}{2\varepsilon A_{\min}}$$

kde

- A_{\min} je minimální hodnota analogového signálu,
- A_{\max} - maximální hodnota analogového signálu,
- ε - dovolená relativní chyba minimální hodnoty analogového signálu.

A/D konverze a verifikace

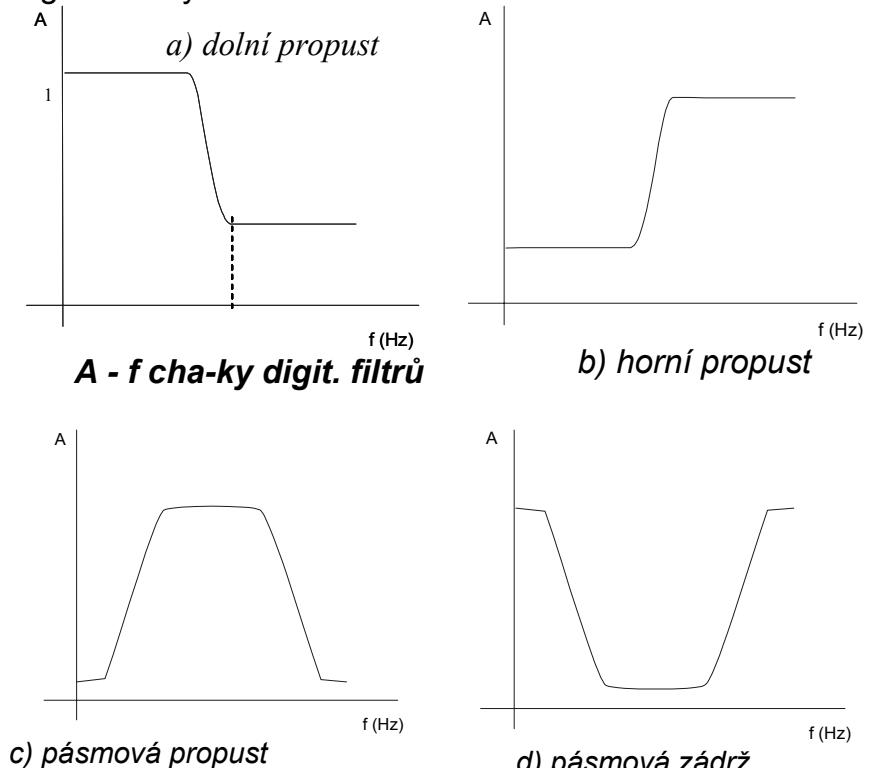
$$a(t) = A_1 \cos(\omega_1 t - \alpha_1) + A_O e^{-t/T_a} + \sum_{k=2}^n A_k \cos(k\omega_1 t - \alpha_k)$$

- A_1 - je amplituda první harmonické ,
- A_2 - - amplitudy vyšších harmonických,
- A_k
- $A_0 T_a$ - počáteční hodnota a časová konstanta stejnosměrné složky,
- ,

FILTRY

Analogové - pásmový filtr potlačující $f > 0,5 f_{vz}$

Digitální filtry



Impulzní charakteristiky filtrů:

filtr	FIR (konečná odezva) nerekursivní	IIR (neohraničená odezva) rekursivní
popis	$y(n) = \sum_{k=0}^p a_k x(n-k)$	$y(n) = \sum_{k=0}^p a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^r b_k y(n-k)$

MATEMATICKÝ APARÁT PRO ALGORITMY DIGITÁLNÍCH OCHRAN

- **aproximace funkcí,**
- **metoda nejmenších čtverců**
- **interpolace**
- **Fourierova analýza,**
- **Walshovy funkcie.**

Aproximace funkcí

$$d(f, P) = \int_I [f(t) - g(t)]^2 dt = \sum_{i=0}^n [f(t_i) - g(t_i)]^2 \quad \text{vzdálenost fci}$$

$$P(t_i) = f(t_i) \quad i = 1, \dots, n$$

Metoda nejmenších čtverců

$(u_1, t_1), (u_2, t_2), \dots, (u_n, t_n)$ měřené dvojice dat

$$f(t_i) = u_i$$

$$P = \sum_{i=0}^m a_i t^i ; \quad (m < N) \text{.. polynomiální approximační funkce}$$

$$S = \sum_{i=1}^N w_i [f - P]^2 = \sum_{i=1}^N w_i \left[u_i - \sum_{i=0}^m a_i t^i \right]^2, \quad w_i \text{.. váhový faktor}$$

systém normálových rovníc: $(\partial S / \partial a_i = 0; i = \{0 \dots m\})$

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^N w_i \left[u_i - (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + \dots + a_m t_i^m) \right] = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^N w_i t_i \left[u_i - (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + \dots + a_m t_i^m) \right] = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_m} = -2 \sum_{i=1}^N w_i t_i^m \left[u_i - (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + \dots + a_m t_i^m) \right] = 0$$

Interpolace pri ekvidistančním dělení

$y = f(x)$, originální funkce

$$P(x_i) = y_i, \text{ interpolující funkce}, x_0 < x_1 < \dots < x_n; x_i - x_{i-1} = h$$

$$x_1 = x_0 + h, \quad x_2 = x_1 + 2h, \dots, \quad x_k = x_0 + k.h$$

$$f(x_k) = f(x_0 + k.h) = f_k$$

diference	první	n-tá
zpětná	$\nabla y_k = y_k - y_{k-1}$	$\nabla^n y_k = \nabla^{n-1} y_k - \nabla^{n-1} y_{k-1}$
dopředná	$\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$	$\Delta^n y_k = \Delta^{n-1} y_{k+1} - \Delta^{n-1} y_k$
centrovaná	$\delta y_k = y_{k+\frac{1}{2}} - y_{k-\frac{1}{2}}$	$\delta^n y_k = \delta^{n-1} y_{k+\frac{1}{2}} - \delta^{n-1} y_{k-\frac{1}{2}}$

Interpolaciní vzorce.

Gregory – Newtonův vzorec postupné interpolace

$$f_{k+r} = f(x_k + rh) = f_k + r \Delta f_k + \frac{r(r-1)}{2!} \Delta^2 f_k + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!} \Delta^3 f_k + \dots \\ \dots + \frac{r(r-1)(r-2)\dots(r-n+1)}{n!} \Delta^n f_k$$

Gregoryho – Newtonov vzorec zpětné interpolace

$$f_{N+s} = f(x_N + sh) = f_N + s\nabla f_N + \frac{s(s+1)}{2!} \nabla^2 f_N + \frac{s(s+1)(s+2)}{3!} \nabla^3 f_N + \dots \\ \dots + \frac{s(s+1)(s+2)\dots(s+n-1)}{n!} \nabla^n f_N$$

Newtonov – Gaussov vzorec postupnej interpolácie

$$f(x_k + rh) = f_k + r\delta f_{k+\frac{1}{2}} + \frac{r(r-1)}{2!} \delta^2 f_k + \frac{(r+1)(r-1)}{3!} \delta^3 f_{k+\frac{1}{2}} + \\ + \frac{(r+1)r(r-1)(r-2)}{4!} \delta^4 f_{k+\frac{1}{2}} + \dots$$

Laplace – Everettův interpolační vzorec

$$f(x_k + rh) = rf_k + \frac{r(r^2-1)}{3!} \delta^2 f_k + \frac{r(r^2-1)(r^2-4)}{5!} \delta^4 f_k + \\ + rf_{k+1} + \frac{r(r^2-1)}{3!} \delta^2 f_{k+1} + \frac{r(r^2-1)(r^2-4)}{3!} \delta^4 f_{k+1} + \dots$$

Numerická derivace. Derivováním interpolačních vzorců

⇒ vztahy pro derivace s využitím diferencí.

diference	f_k^\bullet	$f_k^{\bullet\bullet}$
dopředná	$\frac{1}{h} \left(\Delta - \frac{1}{2} \Delta^2 + \frac{1}{3} \Delta^3 - \dots \right) f_k$	$\frac{1}{h^2} \left(\Delta^2 - \Delta^3 + \frac{11}{12} \Delta^4 - \dots \right) f_k$
zpětná	$\frac{1}{h} \left(\nabla + \frac{1}{2} \nabla^2 + \frac{1}{3} \nabla^3 + \dots \right) f_k$	$\frac{1}{h^2} \left(\nabla^2 + \nabla^3 + \frac{11}{12} \nabla^4 + \dots \right) f_k$
centrovaná	$f'_k = \left(\mu\delta - \frac{1}{6} \mu\delta^2 + \frac{1}{30} \mu\delta^3 - \dots \right) \frac{f_k}{h}$	

ALGORITMY PRO DIGITÁLNÍ OCHRANY

Algoritmy využívající metodu nejmenších čtverců, předpoklad vstupního signálu:

$$g(t) = K_1 e^{-t/\tau} + \sum_{m=1}^M (K_{2m} \cos m\omega_0 t + K_{2m+1} \sin m\omega_0 t)$$

$K_1, K_2, \dots, K_{2m+1}$ neznámé parametry,

M - stupeň harmonických,

τ - časová konstanta ss složky,

ω_0 - uhlová frekvence první harmonické.

Odhad parametrů: minimalizuje součet kvadrát odchylek:

$$S = \int [u(t) - g(t)]^2 dt = \int \left[u(t) - K_1 e^{-t/\tau} - \sum_{m=1}^M (K_{2m} \cos[m\omega_0 t] + K_{2m+1} \sin[m\omega_0 t]) \right]^2 dt$$

$$\frac{\partial S}{\partial K_i} = 0; (i = 1, 2, \dots, 2m+1); \Rightarrow K_1 \int_{t_1}^{t_1+T} e^{-2t/\tau} dt = \int_{t_1}^{t_1+T} u(t) e^{-t/\tau} dt$$

$$K_{2m} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u(t) \cos(m\omega_0 t) dt; \quad K_{2m+1} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u(t) \sin(m\omega_0 t) dt$$

Odvození koeficientů.

τ ... časová konstanta ss složky, N ... počet vzorků, $t_N = (N-1)\Delta t$

$$\frac{1}{2} K_1 I \Delta t = \frac{1}{2} \left[u(t_1) e^{-t_1/\tau} + 2 \sum_{t=t_2}^{t=N-1} u(t) e^{-t/\tau} + u(t_N) e^{-t_N/\tau} \right] \Delta t$$

$$K_1 = W_{1,1} S_1 + W_{1,N} S_N + \sum_{n=2}^{N-1} 2W_{1,n} S_n$$

$$I = e^{-t_1/\tau} + 2e^{-t_2/\tau} + \dots + 2e^{-t_{N-1}/\tau} + e^{-t_N/\tau}$$

$$W_{1,n} = \frac{e^{-t_n/\tau}}{I}, \quad \text{váhový faktor}$$

$$K_{2m} = \frac{2}{N\Delta t} \left[\frac{1}{2} u(t_1) \cos \left\{ m \left(\frac{2\pi}{T} \right) t_1 \right\} + \dots + \frac{1}{2} u(t_N) \cos \left\{ m \left(\frac{2\pi}{T} \right) t_N \right\} + \sum_{t=t_2}^{t=t_{N-1}} u(t_2) \cos \left\{ m \left(\frac{2\pi}{T} \right) t_2 \right\} \right] \Delta t$$

$$K_{2m} = \frac{1}{N} \left[W_{2m,1} S_1 + W_{2m,N} S_N + \sum_{n=2}^{N-1} 2W_{2m,n} S_n \right]$$

$$W_{2m,n} = \cos m \left(\frac{2\pi}{T} \right) t_n = \cos m \left(\frac{2\pi(n-1)}{N} \right)$$

... W_{2m,n} je váhový faktor n-tého vzorku.
použitý pro výpočet konstanty K_{2m}

$$K_{2m+1} = \frac{1}{N} \left[W_{2m+1,1} S_1 + W_{2m+1,N} S_N + \sum_{n=2}^{N-1} 2W_{2m+1,n} S_n \right]$$

$$W_{2m+1,n} = \sin m \left(\frac{2\pi}{T} \right) t_n = \sin m \left(\frac{2\pi(n-1)}{N} \right)$$

Algoritmy předpokládající harmonický průběh

Metoda jednoho vzorku a první derivace

$$u(t) = U \cdot \sin \omega_0 t, \quad i(t) = I \cdot \sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$u^\bullet(t) = \omega_0 U \cdot \cos \omega_0 t, \quad i^\bullet(t) = \omega_0 I \cdot \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$U^2 = u(t)^2 + \left(\frac{u^\bullet(t)}{\omega_0} \right)^2, \quad I^2 = i(t)^2 + \left(\frac{i^\bullet(t)}{\omega_0} \right)^2,$$

modul a argument viděné impedance.

$$|Z| = \frac{|U|}{|I|} = \sqrt{\frac{u^2 + (u^\bullet/\omega_0)^2}{i^2 + (i^\bullet/\omega_0)^2}}; \quad \phi_z = \underbrace{\omega_0 t}_{\phi_u} - \underbrace{(\omega_0 t + \phi)}_{\phi_i}$$

$$u = U \sin \phi_u, \quad u^\bullet = \omega_0 U \cos \phi_u$$

$$i = I \sin \phi_i, \quad i^\bullet = \omega_0 I \cos \phi_i$$

$$\phi_u = \operatorname{tg}^{-1}(u\omega_0/u^\bullet), \quad \phi_i = \operatorname{tg}^{-1}(i\omega_0/i^\bullet)$$

$$\phi_z = \operatorname{tg}^{-1}(u\omega_0/u^\bullet) - \operatorname{tg}^{-1}(i\omega_0/i^\bullet)$$

:

$$u_k^\bullet \approx \frac{1}{h} \left(\nabla + \frac{1}{2} \nabla^2 + \dots \right) u_k; \quad h =$$

$$\nabla u_k = u_k - u_{k-1}$$

$$\nabla^2 u_k = \nabla u_k - \nabla u_{k-1} = u_k - 2u_{k-1} + u_{k-2}$$

$$u_k^\bullet \approx \frac{1}{h} (u_k - u_{k-1}) \approx \frac{1}{2h} (3u_k - 4u_{k-1} + u_{k-2})$$

Metoda první a druhé derivace

$$u^\bullet = \omega_0 U \cos \phi_u; \quad u^{\bullet\bullet} = -\omega_0^2 U \sin \phi_u$$

$$U^2 = \frac{1}{\omega_0} \left[(u^\bullet)^2 + \left(\frac{u^{\bullet\bullet}}{\omega_0} \right)^2 \right]; \quad I^2 = \frac{1}{\omega_0} \left[(i^\bullet)^2 + \left(\frac{i^{\bullet\bullet}}{\omega_0} \right)^2 \right]$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{u^{\bullet 2} + \left(\frac{u^{\bullet\bullet}}{\omega_0}\right)^2}{i^{\bullet 2} + \left(\frac{i^{\bullet\bullet}}{\omega_0}\right)^2}}, \quad \phi = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{i^{\bullet\bullet}}{\omega_0 i^\bullet} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{u^{\bullet\bullet}}{\omega_0 u^\bullet} \right)$$

Metoda – dvou vzorků

$$u_k = U \sin(\omega_0 t_k)$$

$$u_{k+1} = U \sin \omega_0 (t_k + \Delta t) =$$

$$= U \sin(\omega_0 t_k) \cos(\omega_0 \Delta t) + U \cos(\omega_0 t_k) \sin(\omega_0 \Delta t)$$

$$U \cos(\omega_0 t_k) = \frac{u_{k+1} - u_k \cos(\omega_0 \Delta t)}{\sin(\omega_0 \Delta t)};$$

$$U^2 = \frac{u_k^2 + u_{k+1}^2 - 2u_k u_{k+1} \cos(\omega_0 \Delta t)}{\sin^2(\omega_0 \Delta t)};$$

$$I^2 = \frac{i_k^2 + i_{k+1}^2 - 2i_k i_{k+1} \cos(\omega_0 \Delta t)}{\sin^2(\omega_0 \Delta t)};$$

Určení fázového posunu

$$i_k = I \sin(\omega_0 t_k + \phi) = I \sin(\omega_0 t_k) \cos \phi + I \cos(\omega_0 t_k) \sin \phi$$

$$i_{k+1} = I [\sin \omega_0 t_k \cos \omega_0 \Delta t + \cos \omega_0 t_k \sin \omega_0 \Delta t] \cos \phi + \\ + I [\cos \omega_0 t_k \cos \omega_0 \Delta t - \sin \omega_0 t_k \sin \omega_0 \Delta t] \sin \phi$$

$$\sin(\omega_0 t_k) = \frac{u_k}{U}; \quad \cos(\omega_0 t_k) = \frac{u_{k+1} - u_k \cos(\omega_0 \Delta t)}{U \sin(\omega_0 \Delta t)}$$

Metoda – tří vzorků

$$u_{k+i} = U \sin \omega_0 (t_k + i \cdot \Delta t), \quad i = \{0, 1, 2\}$$

$$i_{k+i} = I \sin(\omega_0 t_k + i \cdot \omega_0 \cdot \Delta t + \phi)$$

$$i_{k+1}^2 - i_k i_{k+2} = I^2 \sin^2(\omega_0 \Delta t)$$

$$u_{k+1} i_{k+2} - u_{k+2} i_{k+1} = -U I \sin \phi \sin \omega_0 \Delta t$$

$$2u_{k+1} i_{k+1} - u_{k+2} i_k - u_k i_{k+2} = 2UI \cos \phi \sin^2 \omega_0 \Delta t$$

$$R = \left(\frac{U}{I} \right) \cos \phi = \frac{2u_{k+1} i_{k+1} - u_{k+2} i_k - u_k i_{k+2}}{2(i_{k+1}^2 - i_k i_{k+2})}$$

$$X = \left(-\frac{U}{I} \right) \sin \phi = \frac{u_{k+1} i_{k+2} - u_{k+2} i_{k+1}}{i_{k+1}^2 - i_k i_{k+2}} \sin \omega_0 \Delta t$$

Vybrané ANSI /IEEE kódy funkce ochran

kód	upřesnění	popis
14		kontrola snížení otáček
21	- ,N,PI	distanční fázová, zemní, lokátor poruch
24		kontrola přesycení U/f
25		kontrola synchronního stavu
26		teplelná ochrana stroje
27	-D	U<, směrová U<
27	50 59	ochrana odstaveného stroje
32	-F,R,L,P,Q	směrová výkonová ochrana, dopředná, zpětná,měří P,Q
37		I<,P<
38		9 vinutí
40		kontrola X_{min} , podbuzení
46		kontrola I_2 (proudová nesymetrie)
47		kontrola U_2 (napěťová nesymetrie)
48		kontrola neukončené sekvence
49	-E,G,F, M,R,S,T	teplné přetížení celku,rotoru budiče,generátoru, vývodu, motoru,rotoru,statoru,transformátoru
50	-N, 27G	$I>$ nesměrová mžiková ochrana, zemní, blokovaná podpětím
51	-, DT , C,E ,B, MS N,NC,V,27	nadproudá nesměrová zpozděná, nezávisle zpozděná kondens.baterie, stator budiče,připojnic, start motoru, zemní mžiková,nevýváženosť $I_C,I>$ nesměrová s $U<$
55		kontrola $\cos \phi$
59	-E,F,N,GN, 59/81	$U>$,stator budiče,nadfrekvencí, U_0 ,statorová zemní, přesycení
60		napěťová nesymetrie
62	BF	selhání vypinače
63		plynové relé
64	-R,RE,RG	zemní-100%statoru,rotor,rotor budiče, rotor generátoru
66		kontrola počtu startů
67	-N	směrová $I>$,zemní
68		detekce zapínacího rázu
74		výstraha
78		ztráta synchronizmu, prokluz pólů
79		funkce OZ
81	-H,L,U	ochrana f, $f>,f<$,odepínání zátěže
85		funkce blokování
86		diferenciální ochrana obecně
87	E,G,T,	diferenciální ochrana budiče, generátoru, transformátoru
87	BB,M,L,N	připojnic,vedení,impedanční zemní ochrana