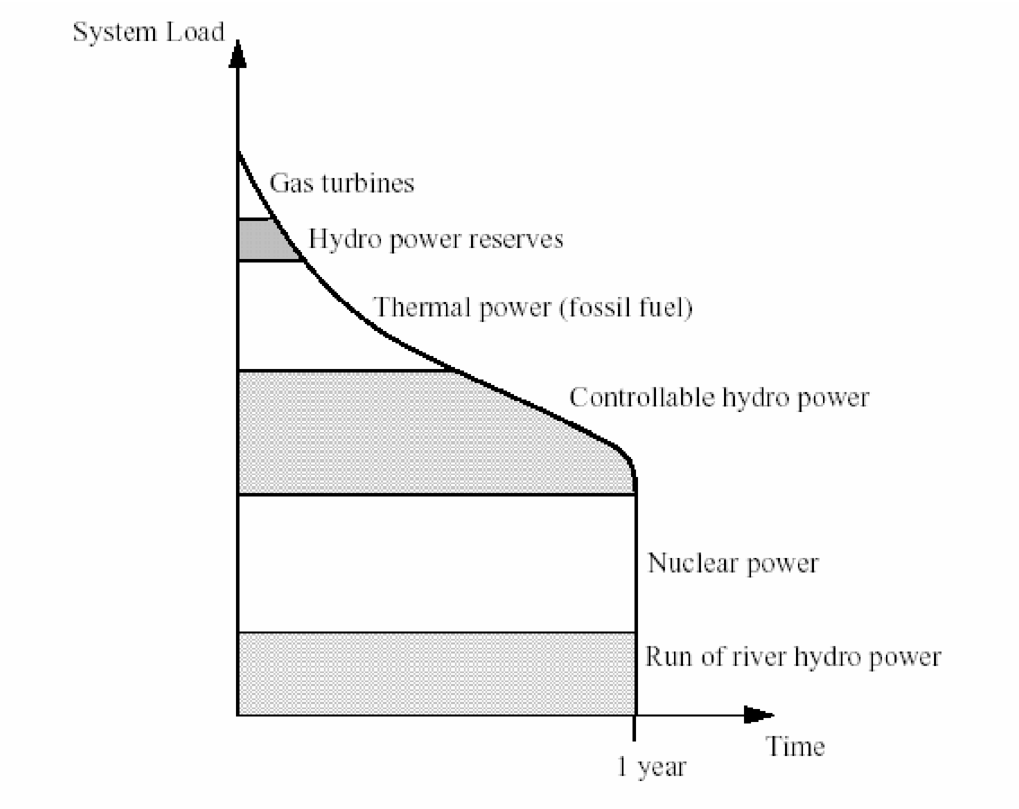
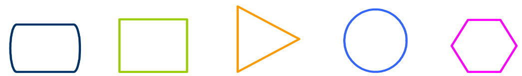
Řazení elektráren



DYNAMICKÉ PROGRAMOVÁNÍ – DOPRAVNÍ PROBLÉM ($N = 5$)

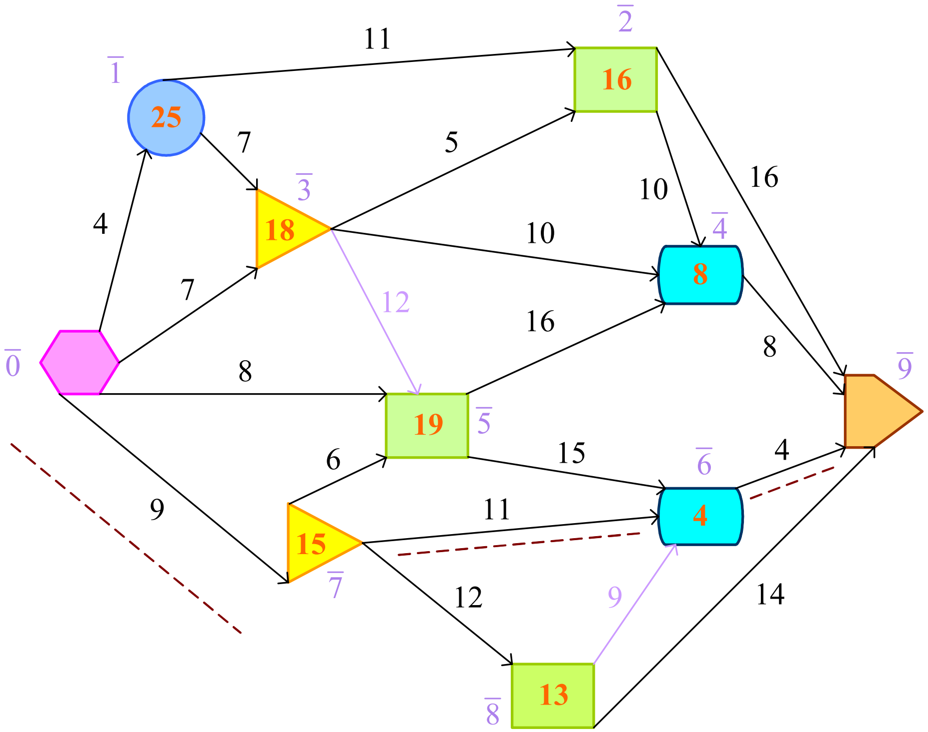
Skupiny s_k …. do N ne více jak za N-k kroků

k	4	3	2	1	0
S_k	4, 6	2, 5, 8	3, 7	1	0



$$J_k^*(i) = \min\left\{a_{ij} + J_{k+1}^*(j)\right\} \quad \rightarrow \quad \text{hodnota } i-j = a_{ij},\ i = S_{k-1},\ j = S_k$$

$$u_k^*(i) = j$$



$k=4 \quad \rightarrow \quad J_5^*(4)=8$

$J_5^*(6)=4$

$$k=3 \quad \rightarrow \quad J_4^*(2)=\min \begin{cases} 16/U_4(2)=9 & \leftarrow \\ 10+8=18/U_4(2)=4 \end{cases}$$

$$J_4^*(5)=\min \begin{cases} 16+8=24/U_4(5)=4 \\ 15+4=19/U_4(5)=6 & \leftarrow \end{cases}$$

$$J_4^*(8)=\min \begin{cases} 9+4=13/U_4(8)=6 & \leftarrow \\ 14/U_4(8)=9 \end{cases}$$

$$k=2 \quad \rightarrow \quad J_3^*(3)=\min \begin{cases} 5+16=21/U_3(3)=2 \\ 10+8=18/U_3(3)=8 & \leftarrow \\ 12+15+4=31/U_3(3)=5 \end{cases}$$

$$J_3^*(7)=\min \begin{cases} 6+15+4=25/U_3(7)=5 \\ 11+4=15/U_3(7)=6 & \leftarrow \\ 12+9+4=25/U_3(7)=8 \end{cases}$$

$$k=1 \quad \rightarrow \quad J_2(1)=\min \begin{cases} 11+16=27/U_2(1)=2 \\ 7+18=25/U_2(1)=3 & \leftarrow \end{cases}$$

$$J_1(0)=24 \qquad \{0,\ 7,\ 6,\ 9\}$$

DYNAMICKÉ PROGRAMOVÁNÍ

AUTOR: R. BELLMAN (USA) – PŘEVÁDÍ HLEDÁNÍ EXTRÉMU $N \cdot n$ PROMĚNNÝCH NA HLEDÁNÍ EXTRÉMU FUNKCE N PROMĚNNÝCH V N KROCÍCH.

Princip optimality: Nezávisle na předchozích rozhodnutích musí být pokračující strategie *optimální vzhledem k dosaženému stavu*. Aplikace na rozhodovací proces

$$\underset{t_{k-1}}{\boxed{S_{k-1}}} \overset{U_k}{\Longrightarrow} \underset{t_k}{\boxed{S_k}}$$

stavová rovnice

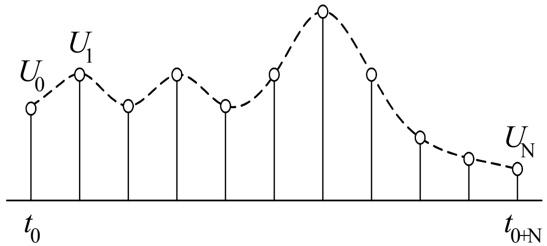
$$S_k = S(S_{k-1}, U_k)$$

$U_k^j = \{U_k,\ U_{k+1},\ \ldots,\ U_j\}$ strategie rozhodnutí

$S_k^j = \{S_k,\ S_{k+1},\ \ldots,\ S_j\}$ trajektorie stavů

Úloha: Stanov it U_1^N

tak, aby kriterium $J_1^N(S_0^N,\ U_1^N)$ (2) bylo optimální



Věta: Koncový stav S_N závisí na výchozím S_0 a strategii U_1^N.
důkaz :

$$S_1 = S\left(S_0,\, U_1\right)$$

$$S_2 = S\left(S_1,\, U_2\right) = S\left(S\left(S_0,\, U_1\right),\, U_2\right) = \phi_2\left(S_0,\, U_1^2\right)$$

$$S_{\mathrm{N}} = \phi_{\mathrm{N}}\left(S_0,\, U_1^{\mathrm{N}}\right) \tag{3}$$

Z rovnice (2) vyloučíme nadbytečné stavy

$$J_1^{\mathrm{N}\otimes} = \left(S_0,\, U_1^{\mathrm{N}}\right) \tag{4}$$

a analogicky pro všechny zbylé stavy

$$J_k^{\mathrm{N}\otimes} = \left(S_{k-1},\, U_k^{\mathrm{N}}\right) \tag{5}$$

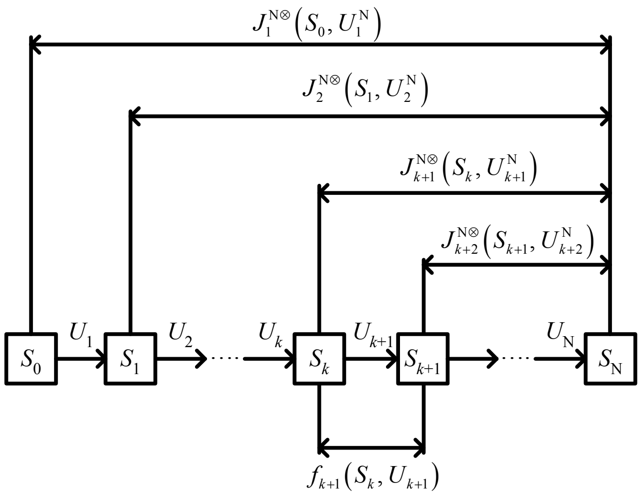


Schéma N-krokového rozhodovacího procesu

Optimální strategie:

$$^{*}U_1^{\mathrm{N}} = \arg\operatorname{opt} \tilde{J}_1^{\mathrm{N}}\left(S_0,\, U_1^{\mathrm{N}}\right) \qquad U_1^{\mathrm{N}} \in U_1^{\mathrm{N}}\mathrm{dov}$$

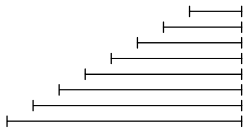
Podmínky na kriteria optimality

1. musí být definováno pro každé přirozené $k \le N \Rightarrow$ existuje posloupnost:
$$J_1^{1\otimes} = \left(S_0,\, U_1\right),\ J_1^{2\otimes} = \left(S_0^2,\, U_1^2\right), \dots,\ J_1^{\mathrm{N}\otimes} = \left(S_0^{\mathrm{N}},\, U_1^{\mathrm{N}}\right)$$
obecně: $J_1^{k\otimes} = \left(S_0^k,\, U_1^k\right)$ pro $k = 1$ až N
2. kriterium $J_1^{k\otimes} = \left(S_0^k,\, U_1^k\right)$ pro $k \ge 2$ lze vyjádřit pomocí kriteria $J_1^{k-1} = \left(S_0^{k-1},\, U_1^{k-1}\right)$ a zadané funkce $\varphi_k\left(S_{k-1},\, U_k\right)$
vhodné: $J_1^{k\otimes} = \left(S_0^k,\, U_1^k\right) = \sum_{i=1}^{k} f_i\left(S_{i-1},\, U_i\right)$

Výpočetní postup

$$J_{\mathrm{N}+1}\left(S_{\mathrm{N}}\right) = 0$$

1. Blok podmíněné optimalizace pro
$k = N, \dots, 1, 1$
$$u_k^*\left(S_{k-1}\right) =$$
$$^{*}J_k^{\mathrm{N}}\left(S_{k-1}\right) =$$
2. Blok nepodmíněné optimalizace pro
$k = 1, \dots, N, 1$
$$u_k^{\otimes} =$$
$$S_k = S\left(u_k^{\otimes},\, S_{k-1}\right)$$



Vnoření úloh

Z principu optimality vyplývá: při syntéze ze stavu S_k se hledá

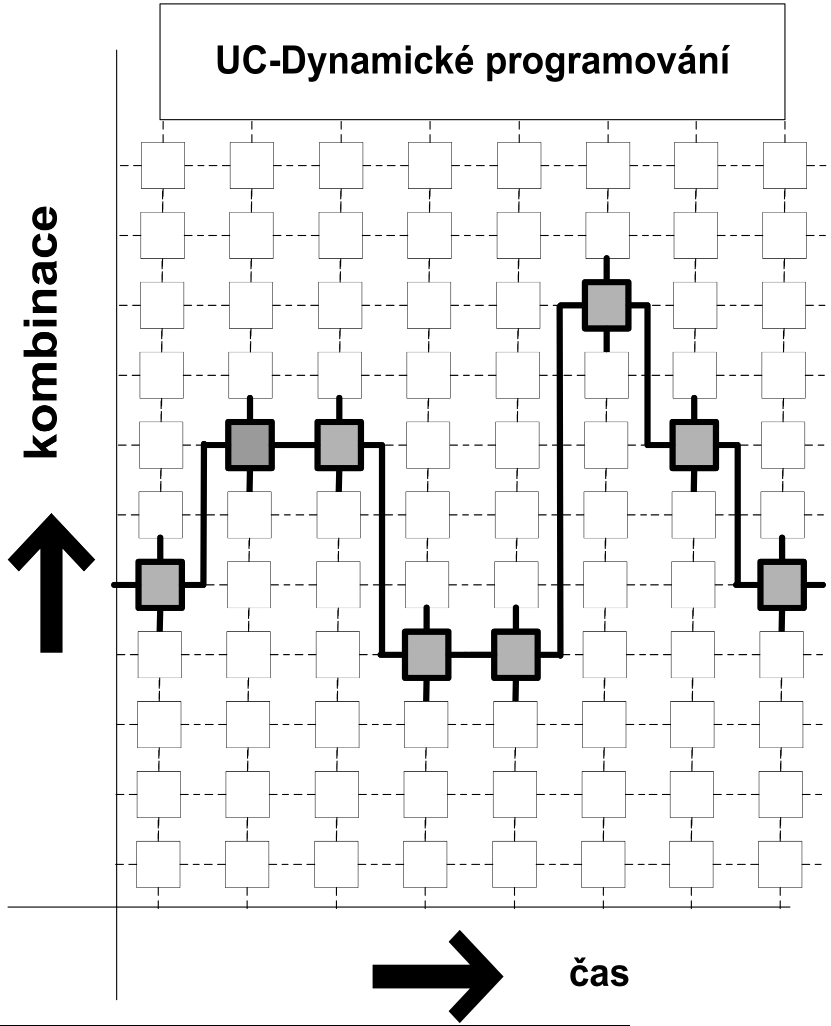
$$U_{k+1}^{N\otimes} = \arg\operatorname{opt} J_{k+1}^{N}\left(S_k, U_{k+1}^{N}\right) = \arg\operatorname{opt}\sum_{i=k}^{N} f_i\left(S_{i-1}, U_i\right)$$

$$\rightarrow \qquad U_{k+1}^{N} \in U_{\mathrm{dov}},\ U_i \in U_{\mathrm{dov}}$$

Při aplikaci od začátku dostáváme posloupnost do sebe vnořených úloh, neboť hledání $^{*}U_k^{N}$ obsahuje v sobě úlohu pro k = 1 až N.

$$J_k^{N\otimes}\left(S_{k-1}, U_k^{N\otimes}\right) = \operatorname{opt}\left\{f_k\left(S_{k-1}, U_k\right) + J_{k+1}^{N\otimes}\left(S_{k+1}\right)\right\}$$

Bellmanova funkcionální rovnice



Směr pohybu
Cena práce do konce
Cena práce v daném intervalu

$\overline{\kappa}_i(k) = \text{kombinace}\,\overline{\kappa}_\text{i}\ \ \text{v intervalu k}$

$\varepsilon_i^*(k) = \text{optimální cena}\,\overline{\kappa}_\text{i}\ \text{v intervalu k}$

$\text{T}_\text{ij}(k) = \text{cena přechodu}\ \overline{\kappa}_\text{i} \Rightarrow \overline{\kappa}_\text{j}$

$f_{ij}(k) = \varepsilon_i^*(k) + \text{T}_\text{ij}(k)$

$N = \text{počet intervalů}$

$$J_i^*(k) = \min\left\{ \overbrace{\varepsilon_i^*(k) + \text{T}_\text{ij}(k)}^{f_{ij}(k)} + J^*(k+1) \right\}$$

Vývojový diagram

$\text{J}_{\text{N+1}} = 0$

cykl pro $k = N:1$

cykl pro $\forall \overline{\kappa}_i(k)$

určit $\varepsilon_i^*(k)$

cykl pro $\forall \overline{\kappa}_j(k+1)$

určit $\text{T}_\text{ij}(k)$, *vyzvednout* $J^*(k+1)$

$J_i(k) = \{ f_{ij}(k) + J^*(k+1) \}$

pamatuj $J_i(k), \overline{\kappa}_j(k+1)$

cykl pro $\forall \overline{\kappa}_j(k+1)$

nalézt minimum $J_i(k)$

konec cyklu $\overline{\kappa}_i(k)$

konec cyklu k

zpětný chod


```
% Program UC-DP
% Optimální sestava jednotek -Unit Commitment - metoda Dynamického Programování
% Příklad
A0=[500;400;600;400];A1=[8.0;6.4;7.9;7.5];A2=[0.004;0.0048;0.0050;0.0055];
B0=A1; B1=2*A2;   % parametry charakteristiky poměrných přírůstků
Pmin=[100;100;75;75];Pmax=[625;625;600;500];% meze výkonu
Cup=[3000;3000;3000;3000];Cdwn=[1500;1500;1500;1500];% cena najetí a odstavení
PL=[1100;1400;1600;1800;1400;1100]; %diagram zátěže
TD=[4;4;4;4;4;4];%délka trvání intervalu
Sgr=[1 1 1 1;
    1 1 1 1;
    1 1 0 0;
    1 0 1 0];     % nastavení spinačů grupy
Nt=size(PL,1);Ngr=size(Sgr,2);Ngen=size(A0,1);  %Dimenze polí
% grupa označuje sestavu agregátů, je uložena ve sloupci Sgr jako kombinace 0,1
% číslo řadku je číslo stroje, číslo sloupce je číslo grupy
Jopt=zeros(Nt,Ngr);Uopt=zeros(Nt,Ngr); %pole optimálních hodnot kriteriía optimálních
rozhodnutí
Cig=zeros(Nt,Ngr,Ngen);Pig=zeros(Nt,Ngr,Ngen);%pole výkonů a cen
Grzac=4;Grkon=4; %definice začátečních a koncových grup.Lze je získat metodou
vypínání

% Ekonomické rozdělení
for gr = 1:Ngr,              % cyklus přes čísla grup (=sloupce Sgr)
B1gr(gr)=1/sum(Sgr(:,gr) ./B1);% ekvivalentní parametry grupy
B0gr(gr)=B1gr(gr)*sum((Sgr(:,gr) .*B0) ./B1);
    for t=1:Nt,    % cyklus přes t-intervaly P-diagramu
      b(t,gr)=B1gr(gr)*PL(t)+B0gr(gr); %pom. přírůstky
       suma=0;
                      for g=1:Ngen
Pig(t,gr,g)=Sgr(g,gr)*(b(t,gr)-B0(g))/B1(g);% výkon jednotlivých strojů
Cig(t,gr,g)=Sgr(g,gr)*A0(g)+(A1(g) + A2(g)*Pig(t,gr,g))*Pig(t,gr,g);  % cena práce strojů
                      suma=suma + Cig(t,gr,g);
      end %g
      Ctgr(t,gr)=suma*TD(t);
              end %t
  end %gr

  %ceny přechodu
  Tij=zeros(Ngr,Ngr);
  for i=1:Ngr
    for j=1:Ngr
      suma=0;
                for g=1:Ngen,
suma=suma+Cup(g)*(Sgr(g,j)-Sgr(g,i))*Sgr(g,j)+Cdwn(g)*(Sgr(g,i)-Sgr(g,j)*Sgr(g,i));
```

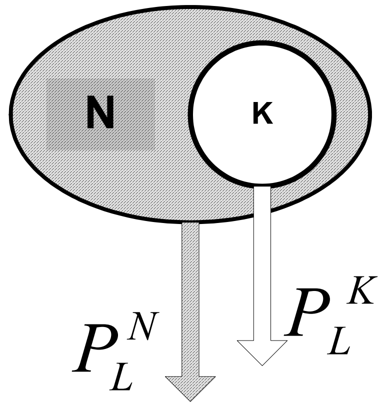
```
                end %g
            Tij(i,j)=suma;
            end% j
    end %i

% fáze podmíněné optimalizace
t=Nt
Uopt(t,:)=Grkon; j=Grkon;
for  i=1:Ngr,
   Jopt(t,i)=Ctgr(t,i)+Tij(i,j);
end %i

for t=Nt-1:-1:2
    for i = 1:Ngr,
            Minimum=realmax;
  for j = 1:Ngr,
   cena= Ctgr(t,i)+Tij(i,j)+Jopt(t+1,j);
                if cena < Minimum
                  Jopt(t,i)=cena;
                Uopt(t,i)=j;
                Minimum=cena;
                end%if
  end % j
 end %i
end % t

%první interval
Minimum=realmax;
for j = 1:Ngr,
  cena=Ctgr(1,Grzac)+Tij(Grzac,j)+Jopt(2,j);
            if cena < Minimum
                  Jopt(1,Grzac)=cena;
                Uopt(1,Grzac)=j;
                Minimum=cena;
                end%if
  end % j

  % nepodmíněná optimalizace
  Str(1)=Grzac;Str(Nt)=Grkon;%vynucené strategie
   for t=2:Nt-1,
      Str(t)=Uopt(t-1,Str(t-1));
       end %t
```

$$C_i\left(P_i\right)=\sum_k a_{ki}P_i^k,\; b_i=\frac{\partial C_i}{\partial P_i}$$

JE-LI V SOUSTAVĚ *N* ZDROJŮ ROZDĚLENA ZÁTĚŽ P_L^N, PAK V LIBOVOLNÉ SOUSTAVĚ *K* GENERÁTORŮ JE OPTIMÁLNĚ ROZDĚLENA P_L^k.

KRITERIÁLNÍ FUNKCE: $\min \sum_i C_i\left(P_i\right),\; \sum_i P_i = P_L$

DEFINUJE SE POSLOUPNOST FUNKCÍ:

$$f_k\left(P_L^k\right), \qquad k \;\rightarrow\; k=1,\,2,....$$

$$\underbrace{f_k\left(P_L^k\right)}_{\text{ekvivalentní generátor } k}=\min_{P_k}\left\{C_k\left(P_k\right)+f_{k-1}\left(P_L^k-P_k\right)\right\}$$

$$\rightarrow \quad P_L^k=P_k+P_L^{k-1},$$

hledá se takové P_k, které minimalizuje $f_k\left(P_L^k\right)$

$$f_{k-1}\left(\underbrace{P_L^k-P_k}_{P_L^{k-1}}\right)\ \text{ekvivalentní generátor } k-1$$

EKVIVALENTNÍ GENERÁTOR: $P_L^k=\left\{P_1,\,P_2,\ldots,\,P_k\right\}$

Nákladové charakteristiky					
PG	0	10	20	30	40
$C_1(P_{G1})$	**0**	**100**	**200**	**400**	**600**
$C_2(P_{G2})$	**0**	**200**	**400**	**600**	**800**
$C_3(P_{G3})$	**0**	**300**	**500**	**600**	**700**

P_L=60;

Podmíněná optimalizace:

$K=1; \qquad T\left\{C_1\left(P_1\right)+0\right\}$

P_L^1 Celkové zatížení	0	10	20	30	40	50	60
$f_1\left(P_L^1\right)$ minimum	**0**	**100**	**200**	**400**	**600**	**x**	**x**

$K=2; \quad T\left\{C_2\left(P_2\right)+f_1\left(P_L^2-P_2\right)\right\} \quad f\left(1,i\right)=\min\left\{T\left(:,i\right)\right\}$

$\downarrow P_2, P_L^2 \rightarrow$	0	10	20	30	40	50	60
0	**0**	**100**	**200**	**400**	**600**	**x**	**x**
10	**x**	**200**	**300**	**400**	**600**	**800**	**x**
20	**x**	**x**	**400**	**500**	**600**	**800**	**1000**
30	**x**	**x**	**x**	**600**	**700**	**800**	**1000**
40	**x**	**x**	**x**	**x**	**800**	**900**	**1000**
$f_2\left(P_L^2\right)$ minimum	**0**	**100**	**200**	**400**	**600**	**800**	**1000**
P_L^2	**0**	**0**	**0**	**0** **10**	**0** **10** **20**	**10** **20** **30**	**20** **30** **40**

K=3 $\qquad T\left\{C_3\left(P_3\right)+f_2\left(P_L^3-P_3\right)\right\}$

$\downarrow P_3, P_L^3 \rightarrow$	0	10	20	30	40	50	60
0	**0**	**100**	**200**	**400**	**600**	**800**	**1000**
10	**x**	**300**	**400**	**500**	**700**	**900**	**1100**
20	**x**	**x**	**500**	**600**	**700**	**900**	**1100**
30	**x**	**x**	**x**	**600**	**700**	**800**	**1000**
40	**x**	**x**	**x**	**x**	**700**	**800**	**900**
$f_3\left(P_L^3\right)$ Minimum sloupce	**0**	**100**	**200**	**400**	**600**	**800**	**900**
P_L^3 Výkon pro minimum	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0** **30** **40**	**40**

Nepodmíněná optimalizace:

$$f_3\left(60\right)=900 \Rightarrow P_3^{\otimes}=40$$

$$f_2\left(60-40\right)=200 \Rightarrow P_2^{\otimes}=0$$

$$f_1\left(20\right)=200 \Rightarrow P_1^{\otimes}=20$$

DDZ=diagram denního zatížení ZPD=zbytkový parní diagram
DA(DP)=diagram akumulačních(průtočných) elektráren
VP= diagram vynuceného provozu

$$ZPD = DDZ - DA - DP - VP$$

j…. index jednotky ∂_i…. počet jednotek
i….. index intervalu ∂_j…. počet intervalů

Cj (Pj)… nákladová funkce j-tého stroje
Cj+ … náklady na najíždění
Cj- … náklady na odstavení

ξ_j^i...... *indikátor stavu j − té jednotky v čase i* (0 = *odstaven*, 1 = *provoz*)

$\eta_{j\pm}^i$......*indikátor změny stavu* (1 *změna ano*, 0 = *beze změny*)

ξ_j^{i-1}	ξ_j^i	η_{j+}	η_{j-}
0	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**0**
1	**0**	**0**	**1**
1	**1**	**0**	**0**

$$\eta_{j+} = (\xi_j^i - \xi_j^{i-1})\ \xi_j^i$$

$$\eta_{j-} = (\xi_j^{i-1} - \xi_j^i)\xi_j^{i-1}$$

P_Σ^i..... celková hodnota zátěže v intervalu i

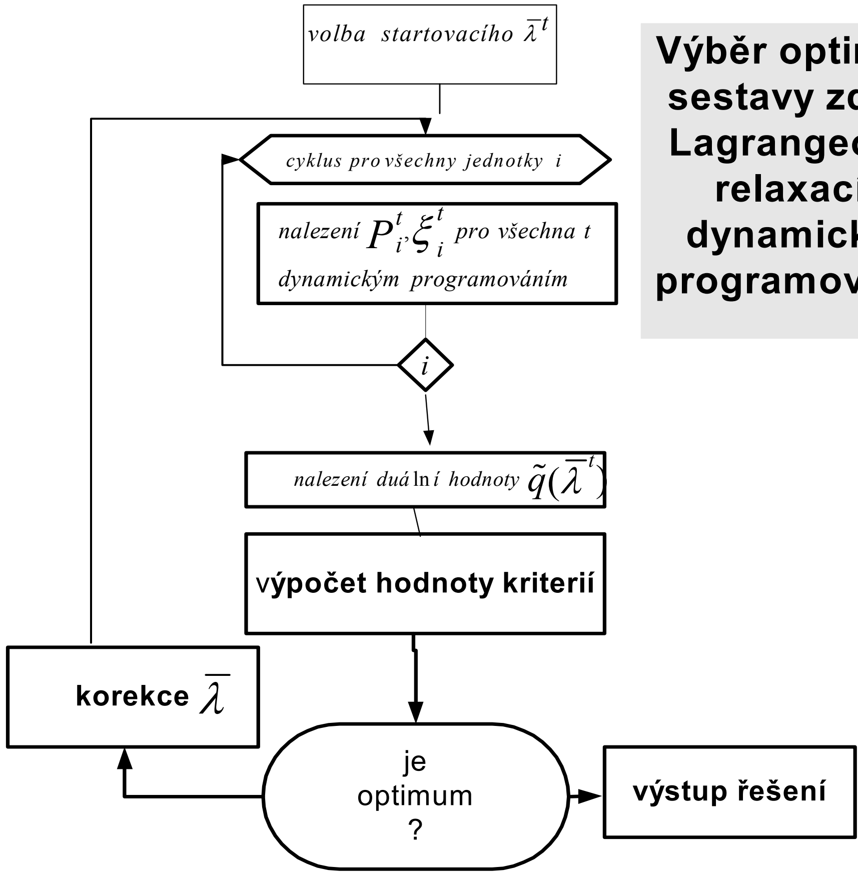
P_Δ^i..... celkový ztrátový výkon v intervalu i

P_R^i...... rezervní výkon v intervalu i.

cílová funkce: $F = \sum_{i=1}^{\partial_i} \sum_{j=1}^{\partial_j} (C_j^i \xi_j^i + \eta_{j+} C_{j+}^i + \eta_{j-} C_{j-}^i)$

omezení: $\sum_{j=1}^{\partial j} P_j^i\ \xi_j^i = P_\Sigma^i + P_\Delta^i, \quad \sum_{j=1}^{\partial j} P_j^M\ \xi_j^i \geq P_\Sigma^i + P_\Delta^i + P_R^i$

Výběr optimální sestavy zdrojů Lagrangeovou relaxací a dynamickým programováním



Označení:

$t, \overline{t}$	horní index = hodnota v intervalu t. vektor = množina intervalů času.
$P_j^t, P_L^t, \lambda_P^t$	Výkon jednotky j, celkové zátěže, duální proměnné v intervalu t
$\overline{P}_j, \overline{P}_L, \overline{\lambda}_P$	časový vektor $P_j^t, P_L^t, \lambda_P^t$
$\partial j, \partial t$	horní mez pro index jednotek, intervalů
$\square, \otimes$	prozatímní, optimální hodnota

Ilustrační příklad na L-relaxaci

$$\min F(x_1,x_2,\xi_1,\xi_2)=(0.25x_1^2+15)\xi_1+(0.255x_2^2+15)\xi_2$$

$$omezení: \quad 5-x_1\xi_1-x_2\xi_2=0$$

$$0\le x_1\le 10, \quad 0\le x_2\le 10, \quad \xi_1=0/1, \quad \xi_2=0/1,$$

řešení:

$$\xi_1=0, \ \xi_2=0$$

řešení neexistuje, není splněna omezovací podmínka

$$\xi_1=1,\xi_2=0 \Rightarrow x^{\otimes}{}_1=5, \ F^{\otimes}(\bullet)=21.25$$

$$\xi_1=0,\xi_2=1 \Rightarrow x^{\otimes}{}_2=5, \ F^{\otimes}(\bullet)=21.375$$

$$\xi_1=1, \quad \xi_2=1$$

$$\min\{L(x_1,x_2,\lambda)=(0.25x_1^2+15)+(0.255x_2^2+15)+\lambda(5-x_1-x_2)\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=0.5x_1-\lambda=0, \ \frac{\partial L}{\partial x_2}=0.51x_1-\lambda=0, \ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=5-x_1-x_2=0$$

$$x_1=2.5248, \ x_2=2.4752 \quad \lambda=1.2642 \Rightarrow F^{\otimes}(\bullet)=33.1559$$

Úprava pro dualizaci úlohy.

$$\min\{L(x_1,x_2,\lambda)=(0.25x_1^2+15-\lambda x_1)\xi_1+$$

$$(0.255x_2^2+15-\lambda x_2)\xi_2+5\lambda\}$$

$$\min\{(a_{2j}x_j^2+a_{0j}-\lambda x_j)\xi_j\}$$

$$2a_{2j}x_j-\lambda=0 \quad \Rightarrow \quad x_j^{\otimes}=\frac{\lambda}{2a_{2j}}$$

$$(a_{2j}x_j^{\otimes 2}+a_{0j}-\lambda x_i^{\otimes})>0 \ \Rightarrow \xi_j^{\otimes}=0$$

$$(a_{2j}x_j^{\otimes 2}+a_{0j}-\lambda x_i^{\otimes})<0 \ \Rightarrow \xi_j^{\otimes}=1$$

Algoritmus řešení

1.volba startovacího λ

2. nalezení $x_j^{\otimes}, \xi_j^{\otimes}, pro\ \forall j$

3. je-li optimum pak konec,
jinak nové λ, goto 2
Zjednodušený Lagrangián pro UC:

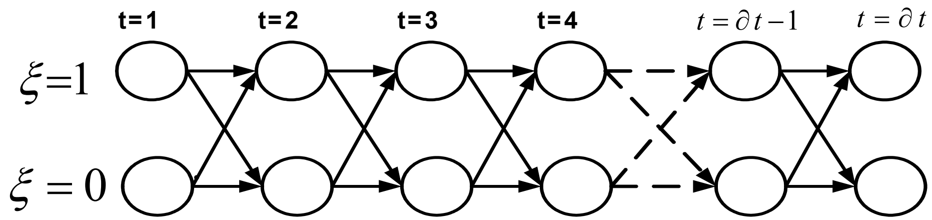
$$L=\underbrace{\sum_{t=1}^{\partial t}\sum_{j=1}^{\partial j}\left(C_j\left(P_j^t\right).\xi_j^t+\eta_{j+}^t C_{j+}+\eta_{j-}^t C_{j-}\right)}_{\text{cílová funkce}}+\underbrace{\sum_{t=1}^{\partial t}\lambda_P^t\left(P_L^t-\sum_{j=1}^{\partial j}P_j^t\xi_j^t\right)}_{\text{omezovací podmínka}}$$

$$L=\sum_{t=1}^{\partial t}\sum_{j=1}^{\partial j}\left(C_j\left(P_j^t\right).\xi_j^t-\lambda_P^t P_j^t\right).\xi_j^t+\underbrace{\sum_{t=1}^{\partial t}\lambda_P^t P_L^t+\eta_{j+}^t C_{j+}+\eta_{j-}^t C_{j-}}_{\text{nezávislé na } P}$$

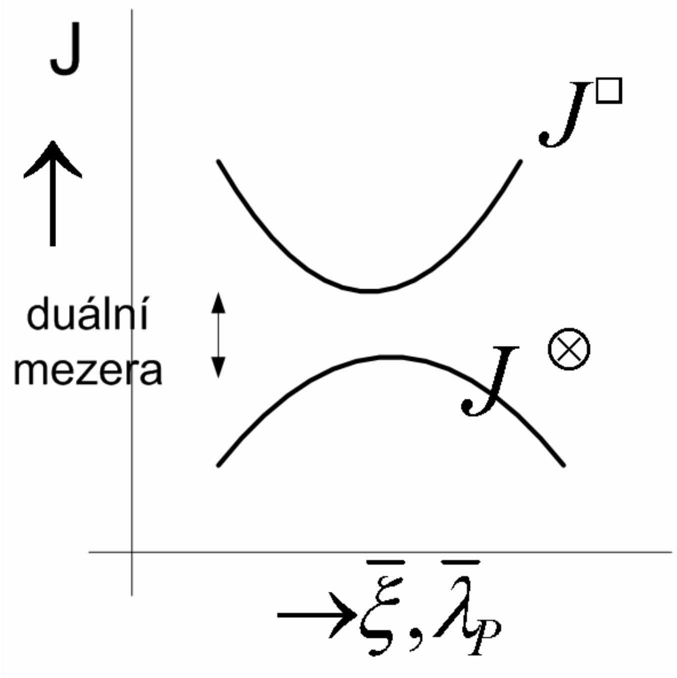
$$\left(\partial L/\partial P_j^t\right)=b_j^t-\lambda_P^t=0\Rightarrow\tilde{P}_j^{t\otimes}\text{...odhad optimálního výkonu}$$

omez. podmínky	*přiřazení hodnoty* $P_j^{t\otimes}$
$\tilde{P}_j^{t\otimes}<P_j^-$	$P_j^{t\otimes}=P_j^-$
$\tilde{P}_j^{t\otimes}>P_j^+$	$P_j^{t\otimes}=P_j^+$
$P_j^-<\tilde{P}_j^{t\otimes}<P_j^+$	$P_j^{t\otimes}=\tilde{P}_j^{t\otimes}$
podmínka produkce	**přiřazení spinače**
$C_j\left(P_j^{t\otimes}\right)-\lambda^t.P_j^{t\otimes}>0$	$\xi_j^t=0$, *vypnuto*
$C_j\left(P_j^{t\otimes}\right)-\lambda^t.P_j^{t\otimes}<0$	$\xi_j^t=1$, *zapnuto*

Dynamické programování pro dva stavy a jeden stroj.



Dualitní mezera



Algoritmus řešení.

❶ $k=1; \quad \bar{\lambda}^{\square} = \left[\lambda_1^{\square} \ldots\ldots \lambda_{\partial t}^{\square}\right]^T$ $\quad$ % *poč. volba*

❷ *cykl pro* $j = 1 : \partial j$ $\quad$ % *separátně pro každý stroj*

$$P_{j,t}^{\square} = \frac{\lambda_t^{\square} - b_{0,\mathrm{j}}}{b_{1,\mathrm{j}}} \qquad \text{\% pro přímkové } b$$

$$\bar{\xi}_j^{\square} = \underset{\bar{\xi}_j}{\arg\min}\, L(\bullet) \qquad \text{\%pro } \bar{t}\text{, jedno } j; (\text{binární DP})$$

konec j

$$J^{\square} = L\left(P_{j,t}^{\square}, \xi_{j,t}^{\square}, \bar{\lambda}^{\square}\right)$$

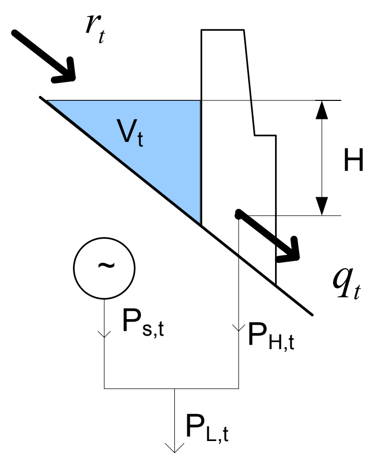
❸ $\bar{\lambda}^{\otimes} = \underset{\bar{\lambda}}{\arg\max}\, L(\bullet), \quad \bar{\lambda}^{\otimes} \Rightarrow \bar{P}_j^{\otimes}$

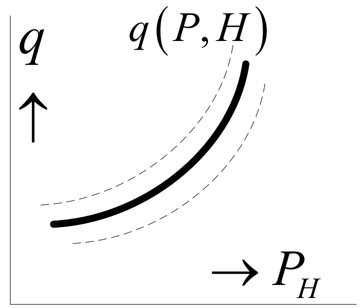
$$J^{\otimes} = L\left(P_{j,t}^{\otimes}, \xi_{j,t}^{\otimes}, \bar{\lambda}^{\otimes}\right)$$

❹ *když* $\left|\dfrac{J^{\square} - J^{\otimes}}{J^{\otimes}}\right| \le \varepsilon$ *pak konec*

jinak: *výpočet nového* $\bar{\lambda}^{\square}$, $k = k+1$, *goto* ❷

OTIMALIZACE S INTEGRÁLNÍM OMEZENÍM





i....číslo intervalu $\langle 1 \ldots \partial \mathrm{i} \rangle$, $\mathrm{n_i}$....délka intervalu i

$\mathrm{r_i}, q_i$...přítok, průtok vody v intervalu i

$\mathrm{V_L}, \mathrm{V_U}, \mathrm{V_i}$, minimální a maximální objem vody, objem na konci intervalu i

$\mathrm{b_{si}} = \dfrac{\partial C(P_{si})}{\partial P_{si}}$....poměrné přírůstky nákladů parní elektrárny v intervalu i

$\mathrm{b_H}i = \dfrac{\partial q_i}{\partial P_{Hi}}$........poměrné přírůstky průtoků vodní elektrárny

$\dfrac{\partial \mathrm{P}_\Delta}{\partial \mathrm{P_s}} = \eta_s, \quad \dfrac{\partial \mathrm{P}_\Delta}{\partial \mathrm{P_H}} = \eta_H$.......poměrné přírůstky ztrát

cílová funkce: $\mathrm{F} = \min \sum_{\forall \mathrm{i}} \mathrm{n_i}.C(P_{si})$....minimalizace nákladů PE

omezení: $P_{Li} + P_{\Delta i} - P_{Hi} - P_{Si} = 0$, *bilance P pro* $\forall i$

$$\sum_{\forall i} n_i q_i - Q_w = 0, \text{ digitální náhrada bilance q} \left(\int_0^T q(\tau)\, d\tau - Q_w = 0\right)$$

$$\mathcal{L}=\sum_{\forall i} n_i.C\left(P_{si}\right)+\lambda_i\left(P_{Li}+P_{\Delta i}-P_{Hi}-P_{Si}\right)+\gamma\left(\sum_{\forall i} n_i q\left(P_{Hi}\right)-Q_w\right)$$

KKT podmínky:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial P_{si}}=n_i b_{si}+\lambda_i\eta_{si}-\lambda_i=0,\qquad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial P_{si}}=n_i b_{Hi}+\lambda_i\eta_{Hi}-\lambda_i=0$$

$$\lambda_i=\frac{n_i.b_{si}}{1-\eta_{si}}=\frac{\gamma.n_i.b_{Hi}}{1-\eta_{Hi}}.....koordinační\ \ rovnice\ (KR)$$

Algoritmus λ-γ iterace

❶: *volba* γ

❷: cyklus pro časové intervaly $i=1:\partial i$

❸: volba λ_i

řešení z KR a chodu sítě: $P_{Hi},P_{Si},\eta_{Hi},\eta_{Si}$

je-li splněna bilance P pak ❹ jinak ❸

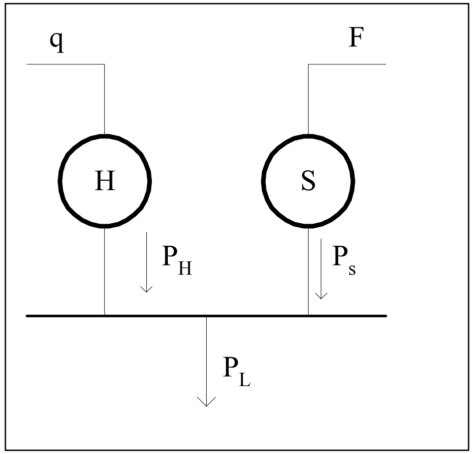
❹: $q_i=q\left(P_{Hi}\right)$

❺: *je-li* $i=\partial i$ *pak* ❻ *jinak nové i jdi na* ❸

❻: *je-li splněna bilance q pak* ❼ *jinak nové* γ *jdi na* ❷

❼: *konec*

PŘÍKLAD:



$t,\partial t$ index a počet period

n_t diskrétní délka periody t

$T_T=\sum_{\forall t} n_t$. doba diagramu,

N_s počet intervalů páry.

N_t …….. počet period

podmínky:

$$P_{H,t}^{\max}\geq P_{L,t}$$

$$\sum_{\forall t} P_{H,t}\cdot n_t\leq\sum_{\forall t} P_{L,t}\cdot n_t$$

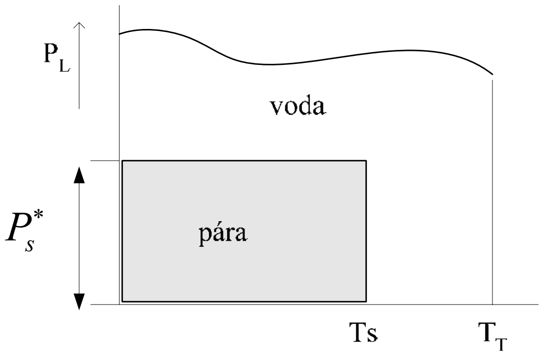
Nedostatek energie vody musí pokrýt pára tak, aby cena provozu byla minimální.

$$\sum_{\forall t}\underbrace{P_{L,t}\cdot n_t}_{E_L}-\sum_{\forall t}\underbrace{P_{H,t}\cdot n_t}_{E_H}=E_s=\sum_{t=1}^{N_s} P_{s,t}\cdot n_t$$

$$L=\underbrace{\sum_{t=1}^{N_s} C\left(P_{s,t}\right)\cdot n_t}_{cílová\ funkce\ F}+\lambda\underbrace{\left(E_s-\sum_{t=1}^{N_s} P_{s,t}\cdot n_t\right)}_{omezovací\ podmínka},$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{s,t}}=\left(\frac{\partial C\left(P_{s,t}\right)}{\partial P_{s,t}}-\lambda\right)\cdot n_t=0\ \overset{\forall t}{\Rightarrow}$$ konstantní výkon páry po dobu Ts

$$C\left(P_s\right)=a_0+a_1P_s+a_2P_s^2$$



$$F = \sum_{t=1}^{N_s} C\left(P_s^*\right)\cdot n_t = C\left(P_s^*\right)\sum_{t=1}^{N_s} n_t = C\left(P_s^*\right)\cdot T_s$$

$$P_s^*\cdot T_s = E_s \quad\Rightarrow\quad T_s = E_s / P_s^*$$

$$F = C\left(P_s^*\right)\cdot\left(\frac{E_s}{P_s^*}\right) = \frac{E_s a_0}{P_s^*} + E_s a_1 + E_s P_s^* a_2$$

$$\frac{\partial F}{\partial P_s^*} = -\frac{E_s a_0}{P_s^*} + E_s a_2 = 0 \quad\Rightarrow\quad P_s^* = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$$

Numericky:

$$P_L = 90\ MW, T_T = 168h, \rightarrow E_L = 90*168 = 15120\, MWh$$

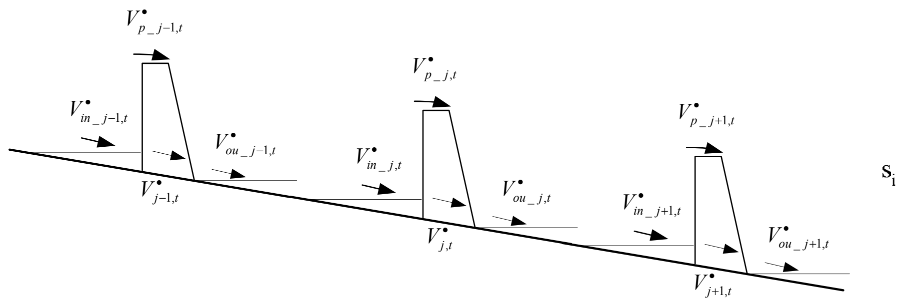
$$H: q = 300 + 15*P_H,\ 0 \le P_H \le 100\, MW,\ E_H \le 10000\, MWh$$

$$S: c = 53.25 + 11.27.P_s + 0.0213 P_s^2,\ 12.5 \le P_s \le 50 MW$$

$$E_s = 15120 - 10000 = 5120\, MWh$$

$$P_s^* = \sqrt{\frac{53.25}{0.0213}} = 50\, MW,\ T_s = \frac{5120}{50} = 102.4\, h$$

Kaskáda



Hydraulická kontinuita

$$V_{j,t} = V_{j,t-1} + n_t\cdot\left(V^\bullet_{in\_j,t} - V^\bullet_{p\_j,t} - V^\bullet_{ou\_j,t}\right) \quad \forall i,$$

$$\sum_{\forall t} n_t\cdot C_s\left(P_{s,t}\right) \qquad \textbf{cena páry,}$$

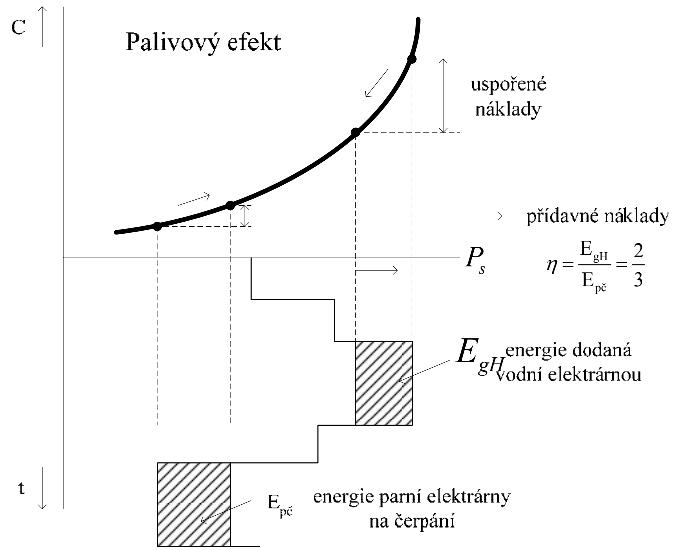
$$P_{L,t} + P_{\Delta,t} - P_{s,t} - \sum_{\forall j} P_{H,j,t} = 0 \qquad \textbf{bilance výkonů,}$$

$$L = \sum_{\forall t}\left\{\begin{array}{l} n_t\cdot C_p\left(P_{s,t}\right) - \lambda_{P,t}\cdot\left(P_{L,t} + P_{\Delta,t} - P_{s,t} - \sum_{\forall j} P_{H,j,t}\right) + \\ + \sum_j \lambda_{V,t}\cdot\left(V_{j,t} - V_{j,t-1} - n_t\cdot\left(V^\bullet_{in\_j,t} - V^\bullet_{p\_j,t} - V^\bullet_{ou\_j,t}\right)\right)\end{array}\right\}$$

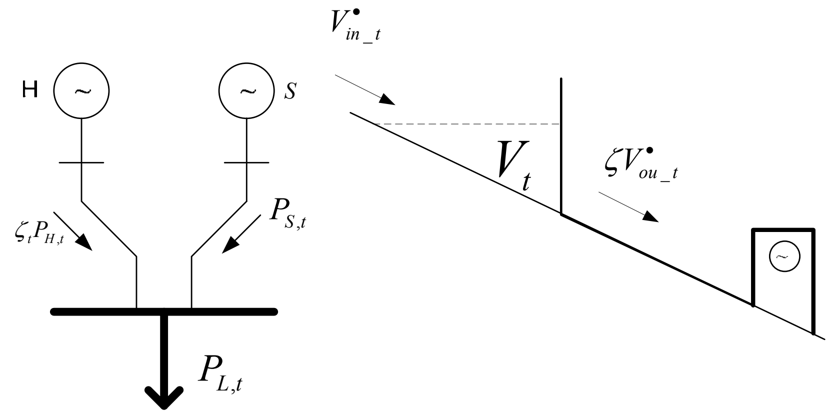
Metody řešení:

- λ iterace,
- dynamické programování,
- lineární programování
- spádové metody

Přečerpávací elektrárna



t …. index periody



$$\Phi_{P,t}: \quad P_{L,t} + P_{\Delta,t} - P_{s,t} - \zeta_t . P_{H,t} = 0, \quad \left(\zeta_t = 1 \ldots g, -1 \ldots č\right)$$

$$\Phi_{V,t}: \quad V_t - V_{t-1} - n_t\left(V^{\bullet}_{in,t} - \zeta_t V^{\bullet}_{ou,t}\right) = 0$$

$$L_t: \quad C\left(P_{s,t}\right) + \lambda_{P,t}\Phi_{P,t} + \lambda_{V,t}\Phi_{V,t}$$

$$L = \sum_{\forall t} L_t + \varepsilon_s \cdot \left(V_0 - V_s\right) + \varepsilon_e \cdot \left(V_T - V_e\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{s,t}} = 0 = -\lambda_{P,t} \cdot \left(1 - \frac{\partial P_{\Delta,t}}{\partial P_{s,t}}\right) + \frac{\partial C\left(P_{s,t}\right)}{\partial P_{s,t}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{H,t}} = 0 = -\lambda_{P,t} \cdot \left(\zeta_t - \frac{\partial P_{\Delta,t}}{\partial P_{H,t}}\right) + \zeta_t \lambda_{V,t} \cdot \frac{\partial q_k}{\partial P_{H,t}}$$