11. BODOVÁ METODA VÝPOČTU PARAMETRŮ OSVĚTLENÍ

Z hlediska osvětlovací soustavy rozhoduje o jakosti osvětlení v daném místě prostoru rozložení jasu popsané fotometrickou plochou jasu. Vyšetřování fotometrických ploch jasu, které vystihují vlastnosti světelného pole v každém jeho bodě ne jednou, ale mnoha hodnotami, je prakticky nezvládnutelné. Proto se věnuje pozornost integrálním charakteristikám světelného pole, které každému bodu pole přiřazují jednoznačně jen jedinou hodnotu. Do skupiny skalárních integrálních charakteristik patří i osvětlenost rovinné plochy. Tato charakteristika je dosud nejrozšířenější normovanou veličinou, vhodnou ovšem pouze k popisování vlastností osvětlovací soustavy v těch případech, kdy je možno: se omezit na zkoumání rozložení světelného toku na rovinné ploše. V obecnějších situacích je třeba využít i dalších charakteristik, a to kromě světelného vektoru zejména střední kulové a válcové osvětlenosti. Výpočtem integrálních charakteristik světelného pole v řadě bodů osvětlovaného prostoru se získává úplnější a přehlednější obraz o rozložení hladin sledované veličiny a tedy i o její rovnoměrnosti v uvažovaném prostoru. Současně to dovoluje zjistit i poměry světelného vektoru ke střední kulové, či válcové osvětlenosti, tedy hodnoty činitele podání tvaru, a získat tak podrobnější informace o vytvoření podmínek pro kvalitní vjem trojrozměrných předmětů.

Bodovou metodou se v určitém kontrolním místě nejčastěji stanovují hodnoty integrálních charakteristik odpovídající světelným tokům dopadajícím do okolí kontrolního bodu přímo z uvažovaných svítidel či zdrojů, to značí tzv. přímé složky charakteristik. Například se v poli jednotlivých svítidel počítají hodnoty osvětlenosti, a to v bodech různých pracovních rovin, ať již vodorovných, svislých či nakloněných. Bodovou metodou je však možno vypočítat i nepřímé složky charakteristik, odpovídající světelným tokům, které jsou výsledkem procesu mnohonásobných odrazů a které vysílají tzv. sekundární zdroje, např. strop a stěny daného prostoru. Jasy těchto zdrojů se určují na podkladě výsledků získaných při řešení mnohonásobných odrazů, popřípadě i přibližně tokovou metodou (viz odst.10.5). Při výpočtech se pak většinou předpokládá, že sekundární zdroje, zvláště pokud jde o strop a stěny prostoru, vyzařují rovnoměrně rozptylně.

Výpočet osvětlenosti v bodech srovnávací roviny či pracovních rovin ve vnitřním prostoru se podle normy ČSN EN 12464-1 (Světlo a osvětlení – osvětlení pracovních prostorů, část 1 – Vnitřní pracovní prostory) provádí ve všech místech, kde jsou hlavní předměty zrakové činnosti, tedy v místech zrakových úkolů. Střední kulová či válcová osvětlenost, světelný vektor a činitel podání tvaru se stanovují v kontrolních bodech umístěných 1,5 m nad podlahou a 1 m od každé ze stěn v polovině délky stěny.

Kontrolní místa na komunikacích se rozmísťují ČSN EN 13201 (Osvětlování pozemních komunikací, část 2 – Požadavky; část 3 – Výpočet) tak, aby pokrývala celou plochu jednoho prvku osvětlovací soustavy. Přitom v příčném směru stačí uvažovat tři kontrolní body v každém jízdním pruhu. Z toho plyne, že je-li šířka komunikace b, pak vzdálenost mezi dvěma kontrolními místy v příčném směru je $b/6$. Vzdálenost prvního kontrolního bodu od okraje vozovky se přitom uvažuje rovna $b/12$. V podélném směru, při rozteči světelných míst do 50 m, je dostačující počítat s deseti kontrolními místy. Je-li rozteč svítidel větší než 50 m, smí být vzdálenost mezi sousedními kontrolními body nejvýše 5 m.

Při kontrolním výpočtu jasu povrchu komunikace se postupuje podle zmíněné normy, kde jsou v souladu s doporučením CIE odrazné vlastnosti povrchů vozovek popsány redukovaným součinitelem jasu $\boldsymbol{r}$, jehož hodnoty jsou v citované normě tabelovány v závislosti na typu povrchu vozovky a na vzájemném umístění pozorovatele, svítidla a kontrolního místa. Hledaná hodnota jasu povrchu komunikace se v daném bodě vypočte tak, že se poměr svítivosti svítidla ve směru ke kontrolnímu bodu a čtverce výšky zavěšení svítidla vynásobí hodnotou zmíněného redukovaného součinitele jasu r.

Vyzařování zdrojů světla a svítidel se při světelně technických výpočtech charakterizuje rozložením svítivosti. Tato veličina je však definována pouze pro zdroj (svítidlo), jehož rozměry se blíží k nule, tedy pro bodový zdroj. Ve skutečnosti však každé svítidlo, či světelný zdroj zaujímá

určitý objem, má určité rozměry, a to způsobuje chybu výpočtu. Aby se tato chyba omezila, rozdělují se svítidla (zdroje) podle poměru jejich rozměrů ke vzdálenosti od kontrolního místa na zdroje či svítidla bodového, přímkového, plošného, popřípadě i objemového typu. Pro jednotlivé typy zdrojů jsou propracovány různé způsoby výpočtu sledovaných veličin.

Jsou-li tedy rozměry svíticího povrchu zdroje, resp. svítidla prakticky zanedbatelné v porovnání se vzdáleností od osvětlovaného okolí kontrolního bodu, považujeme takový zdroj za **bodový zdroj** (svítidlo bodového typu). V dřívější normě ČSN 360450 se dokonce připouštělo pracovat se svítidlem, jehož největší rozměr svíticí plochy je menší než jedna třetina vzdálenosti svítidla od nejbližšího kontrolního místa jako s bodovým zdrojem s tím, že chyba výpočtu byla menší než 10%. Je-li největší rozměr svíticí plochy menší než jedna pětina vzdálenosti zdroje od nejbližšího kontrolního bodu, klesne chyba řešení pod 5%. Vztahy, které jsou odvozeny pro výpočet integrálních charakteristik v poli bodového zdroje, jsou jednoduché a proto je snadná i jejich praktická aplikace. Podmínky pro výpočty s bodovým zdrojem jsou dobře splněny při osvětlování venkovních prostorů svítidly upevněnými na stožárech či zavěšenými na převěsech, ale také při osvětlování vnitřních prostorů, např. průmyslových hal, svítidly se rtuťovými či sodíkovými vysokotlakými výbojkami, popřípadě s výbojkami halogenidovými, resp. i se žárovkami a v řadě dalších situací.

Použije-li se pro osvětlení vnitřních prostorů zářivkových svítidel, zvláště instaluje-li se několik zářivkových svítidel za sebou do řady, nelze již délku svítící plochy svítidel zanedbat ve srovnání se vzdáleností od kontrolního bodu a pro výpočet integrálních charakteristik je nutno použít vztahů odvozených pro **přímkové zdroje**. Běžbě je tomu již tehdy, kdy největší rozměr svíticí plochy svítidla je nejméně roven jedné třetině vzdálenosti od nejbližšího kontrolního bodu a ostatní rozměry svíticích částí svítidla jsou v porovnání s touto vzdáleností zanedbatelné.

Jako s přímkovými zdroji se v praxi nejčastěji pracuje se svítidly s běžnými lineárními zářivkami. Vyzařování těchto svítidel se obvykle popisuje křivkami svítivosti, změřenými na goniofotometrech s dostatečně velkou fotometrickou vzdáleností. V praxi se ovšem ukázalo, že v případech, kdy délka přímkového zdroje je větší než polovina výšky zavěšení svítidla nad výpočtovou rovinou, neplatí již údaje o svítivosti svítidel a tudíž neodpovídají skutečnosti ani výsledky výpočtů se vztahy platnými pro přímkové zdroje. V takové situaci je nutno určit sledované veličiny měřením a na základě výsledků experimentů vypracovat například izoluxní plány apod.

V osvětlovací praxi se dále často setkáváme se svítidly, u nichž ve srovnání se vzdáleností zdroje od kontrolního bodu nelze zanedbat ani délku ani šířku vyzařovací plochy svítidel. V takových případech se k výpočtu charakteristik použijí vztahy odvozené pro **plošné** zdroje. Nejčastěji má vyzařovací plocha tvar obdélníku nebo kruhu. Za plošný zdroj se považuje takové svítidlo, u kterého délka i šířka vyzařovací plochy je nejméně rovna jedné třetině vzdálenosti středu zdroje od nejbližšího kontrolního místa a případný třetí rozměr vyzařovací části svítidel je vzhledem k uvedené vzdálenosti zanedbatelný. V praxi jsou svítidla plošného typu zcela běžná. Jde např. o světelné stropy, ať již s rozptylnými kryty, nebo tvořenými mřížkovými systémy, popřípadě o vaničková zářivková svítidla 4x40 W různého provedení. Do této skupiny plošných zdrojů však patří i běžný strop nebo stěny místnosti jako sekundární zdroje světla. Vyzařování plošných zdrojů se charakterizuje rozložením jasu do různých směrů prostoru, ale také na samotné vyzařovací ploše zdroje. Zde je třeba poznamenat, že výrobci zářivkových svítidel plošného typu udávají v katalozích i v těchto případech diagramy svítivosti. Pokud je pak některý z rozměrů svíticí plochy zdroje větší než polovina výšky zavěšení svítidla nad srovnávací rovinou, údaje o svítivosti již neplatí a sledované charakteristiky je třeba zjišťovat měřením, podobně jak jsme se již zmínili u zdrojů přímkového typu.

Ovládnutí bodové metody řešení integrálních charakteristik světelného pole v poli bodového, přímkového, obdélníkového a popřípadě i kruhového zdroje je důležitým předpokladem ke zvládnutí problematiky navrhování a kontroly osvětlovacích soustav, a to včetně využívání střední kulové a válcové osvětlenosti jako nových ukazatelů jakosti osvětlovacích soustav.

11.1 Integrální charakteristiky v poli svítidla bodového typu

Vyzařování bodového zdroje se popisuje fotometrickou plochou svítivosti zdroje, resp. křivkami svítivosti v rovinách řezů touto plochou procházejících světelným středem daného zdroje či svítidla. Pro rotačně souměrně vyzařující svítidlo stačí udat pouze jedinou křivku svítivosti, a to v polorovině osového rovinného řezu jeho rotační plochou svítivosti. U nesouměrně vyzařujících svítidel se udávají křivky svítivosti nejméně dvě, a to obvykle v rovinách proložených podélnou a příčnou osou svítidla. V posledních letech, zvláště u nesouměrných uličních svítidel, se v katalozích udává poměrně podrobné rozložení svítivosti nejčastěji v některé ze soustav fotometrických rovin C-γ , B-β , popřípadě A- α .

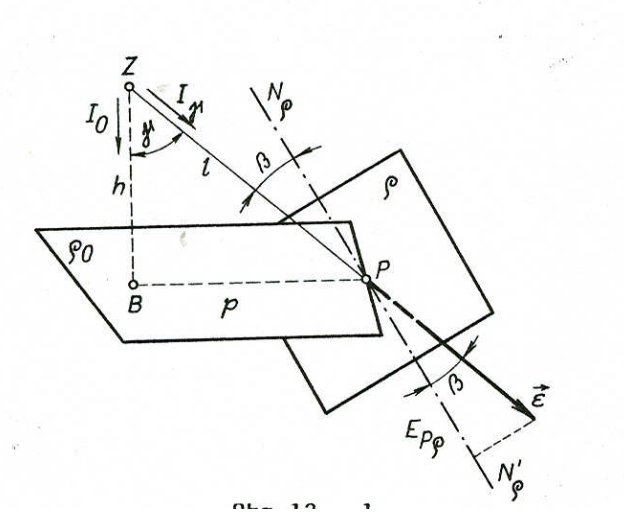
11.1.1 Světelný vektor a osvětlenost v poli svítidla bodového typu

Světelný vektor $\vec{\varepsilon}$ charakterizující pole bodového zdroje Z v bodě P (viz obr. 11-1) leží na prodloužení paprsku $\overline{ZP}$, je orientován ve směru od zdroje Z k bodu P a co do velikosti je roven normálové osvětlenosti E_N , tj. osvětlenosti v bodě P roviny kolmé k paprsku l , takže

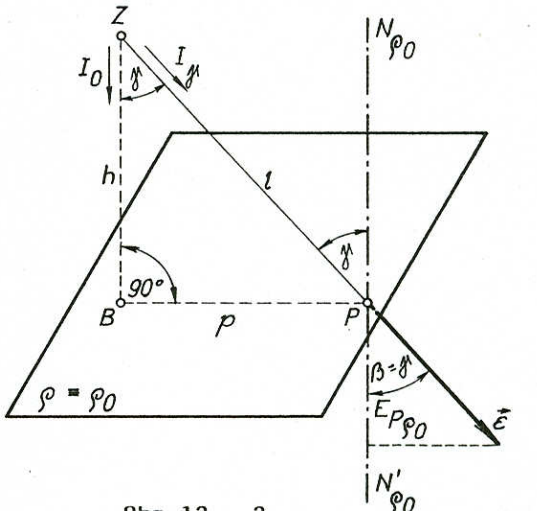
$$|\vec{\varepsilon}| = E_N = \frac{I_\gamma}{l^2} \qquad (\ell x;\ \ell x;\ \text{cd, m}) \qquad (11 - 1)$$

kde I_γ je svítivost bodového zdroje Z přečtená pod úhlem $\gamma = \text{arctg}\dfrac{p}{h}$ od zvoleného směru vztažné svítivosti I_0 z křivky svítivosti v rovině určené body Z, P, B a přepočtená na světelný tok Φ_z zdrojů světla v uvažovaném svítidle (viz odst.3.3),

l je vzdálenost zdroje Z od bodu P.



Obr.11 – 1



Obr.11 - 2

Osvětlenost $E_{P\rho}$ v bodě P obecně položené roviny ρ bodovým zdrojem Z je pak rovna průmětu světelného vektoru $\vec{\varepsilon}$ do směru normály N'_ρ k neosvětlené straně roviny ρ a počítá se tedy ze vztahu

$$E_{P\rho} = \varepsilon \,.\, \cos\beta = \frac{I_\gamma}{l^2}\cos\beta = \frac{I_\gamma \,.\, \cos\beta}{h^2 + p^2} \qquad (\ lx;\ \text{cd, m, m}) \qquad (11 - 2)$$

kde β je úhel sevřený vektorem $\vec{\varepsilon}$ a normálou N'_ρ resp. je to úhel mezi normálou N_ρ (v bodě P k osvětlené straně roviny p) a paprskem l ,

h je výška zavěšení zdroje Z nad rovinou ρ_0 proloženou bodem P kolmo ke směru vztažné svítivosti I_0 ,

p je vzdálenost bodu P od paty B kolmice spuštěné ze zdroje Z na rovinu ρ_0 .

Osvětlenost $E_{P\rho o}$ v bodě P roviny ρ_0 kolmé ke zvolenému směru vztažné svítivosti I_0 (viz obr.11-2) se stanoví z rovnice (11-2) jako průmět světelného vektoru $\vec{\varepsilon}$ do normály $N'_{\rho o}$, přičemž v daném případě platí $\beta = \gamma$.

Po dosazení do rovnice (11 - 2) a po úpravě vychází pro $E_{P\rho o}$ výraz

$$E_{P\rho o} = \varepsilon . \cos\gamma = \frac{I_\gamma . \cos^3\gamma}{h^2} = \frac{I_\gamma . h}{\sqrt{\left(h^2 + p^2\right)^3}} \qquad (lx;\ \text{cd,m,m}) \qquad (11 - 3)$$

Je-li směr I_0 svislý, pak rovina ρ_o je rovinou vodorovnou, v jejíchž bodech se v praxi počítá osvětlenost nejčastěji.

Pro výpočet osvětlenosti $E_{P\rho v}$ v bodě P obecně natočené roviny ρ_v kolmé k rovině ρ_o bodovým zdrojem Z (viz obr.11-3) lze obdobně ze vztahu (11-2) dosazením za

$$\cos\beta = \frac{p_0}{l} = \frac{p_0}{h}\cos\gamma = \frac{p . \cos\psi}{h}\cos\gamma$$

odvodit rovnici

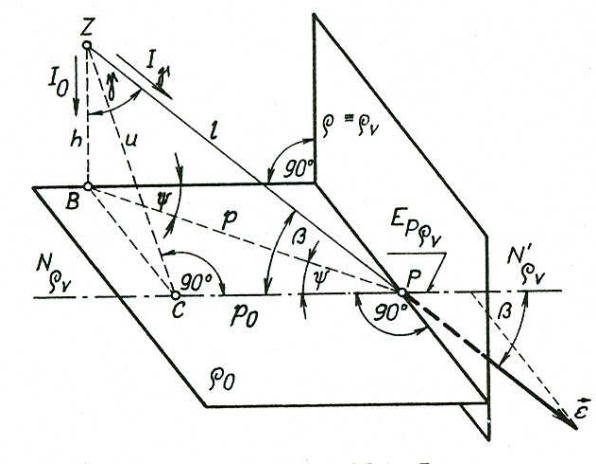
$$E_{P\rho v} = \varepsilon . \cos\beta = \frac{I_\gamma . \cos^3\gamma}{h^3} . p . \cos\psi = E_{P\rho o}\ \frac{p_0}{h} \qquad (11 - 4)$$

(*lx;* cd, m, m; *lx*, m, m)

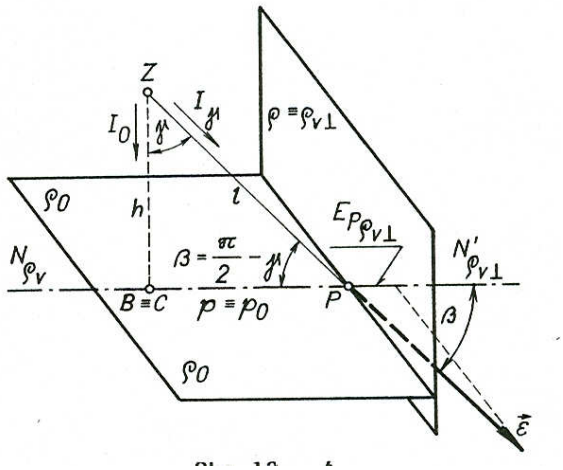
kde p_0 je vzdálenost roviny ρ_v od roviny určené body Z,B,C, $p_0 = p . \cos\psi$

ψ je úhel, který svírá normála $N_{\rho v}$ roviny ρ_v s rovinou určenou body Z,P,B.

V praxi se často počítá osvětlenost roviny $\rho_v\perp$, která je kolmá nejen k rovině ρ_o, ale i k rovině určené body Z,P,B. Popsaný případ nastane, natočí-li se v obr.11-3 osvětlovaná rovina $\rho \equiv \rho_v$ tak, aby $\psi = 0$, kdy $p = p_0$ (viz obr.11-4).



Obr.11 – 3



Obr.11- 4

Dosadí-li se do výrazu (11-2) $\beta = \frac{\pi}{2} - \gamma$, tj. $\cos\beta = \sin\gamma$ vychází pro průmět $\vec{\varepsilon}$ do normály $N'_{\rho v}\perp$, tj. pro osvětlenost $E_{P\rho v}\perp$ v bodě P roviny $\rho_v\perp$, umístěné podle obr.11-4, vztah

$$E_{P\rho v}\perp = \varepsilon . \sin\gamma = \frac{I_\gamma . \cos^3\gamma . p}{h^3} = \frac{I_\gamma . p}{\sqrt{\left(h^2 + p^2\right)^3}} \qquad (lx;\ \text{cd, m, m}) \qquad (11 - 5)$$

Upraví-li se rovnice (11-5) ještě dosazením z výrazu (11-3), zjistí se vzájemná souvislost osvětleností $E_{P\rho v}\perp$ roviny $\rho_v\perp$ a $E_{P\rho o}$ roviny ρ_o určená rovnicí

$$E_{P\rho v\perp} = E_{P\rho o}\,\frac{p}{h} \qquad (\ell x;\ \ell x,\ \mathrm{m},\ \mathrm{m}) \qquad (11\text{ - }6)$$

Z porovnání rovnic (11-4) a (11-5) vyplývá, že

$$E_{P\rho v} = E_{P\rho v\perp}\ .\ \cos\psi \qquad (\ell x;\ \ell x) \qquad (11\text{ - }7)$$

takže osvětlenost $E_{P\rho v\perp}$ v bodě P roviny $\rho_{v\perp}$ má největší hodnotu z osvětleností všech různě natočených rovin ρ_v kolmých k rovině ρ_o v bodě P.

12.1.2 Střední kulová a válcová osvětlenost v poli bodového zdroje

Střední kulová osvětlenost $E_{4\pi}$ v kontrolním bodě P světelného pole bodového zdroje světla Z (viz obr.11-5) je rovna jedné čtvrtině normálové osvětlenosti E_N, to značí

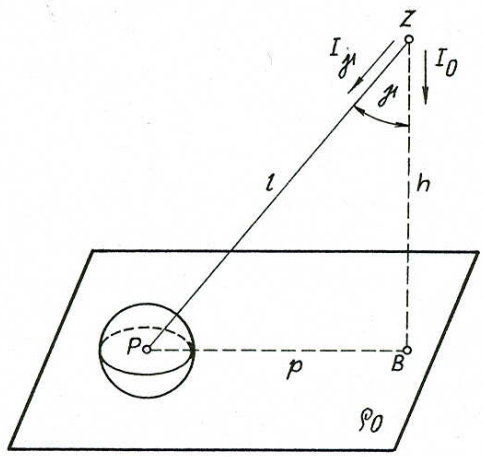
$$E_{4\pi} = \frac{1}{4}\,E_N = \frac{1}{4}\,\frac{I_\gamma}{l^2} = \frac{1}{4}\,\frac{I_\gamma}{h^2+p^2} \qquad (\ell x;\ \mathrm{cd},\ \mathrm{m};\ \mathrm{cd},\ \mathrm{m},\ \mathrm{m}) \qquad (11\text{ - }8)$$

Podobně z definičního vztahu vychází pro střední válcovou osvětlenost E_c v bodě P v poli bodového zdroje Z při vertikálním umístění válcového přijímače podle obr.11-6 výraz

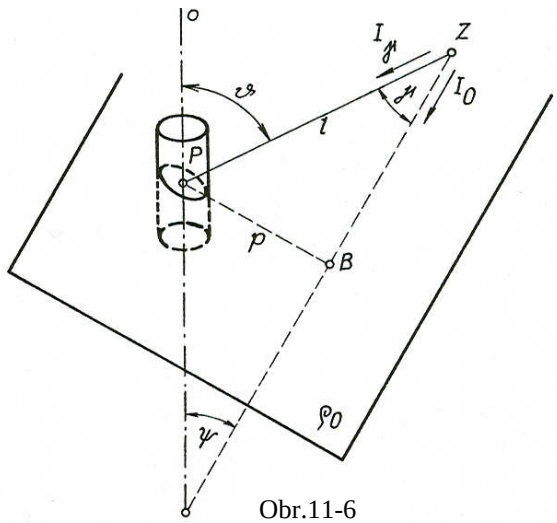
$$E_c = \frac{\sin\vartheta}{\pi}\,\frac{I_\gamma}{l^2} = \frac{\sin(\gamma+\psi)}{\pi}\,\frac{I_\gamma}{h^2}\cos^2\gamma = \frac{\sin(\gamma+\psi)}{\pi}\,\frac{I_\gamma}{h^2+p^2} \qquad (11\text{ - }9)$$

$(\ell x;\ \mathrm{cd},\ \mathrm{m};\ \mathrm{cd},\ \mathrm{m},\ \mathrm{m})$

kde ϑ je úhel osy o válcového přijímače s paprskem ZP. Svírá-li směr I_0 s osou o úhel ϑ, pak při uspořádání na obr.11-6 platí pro úhel ϑ rovnice $\vartheta = \gamma + \psi$



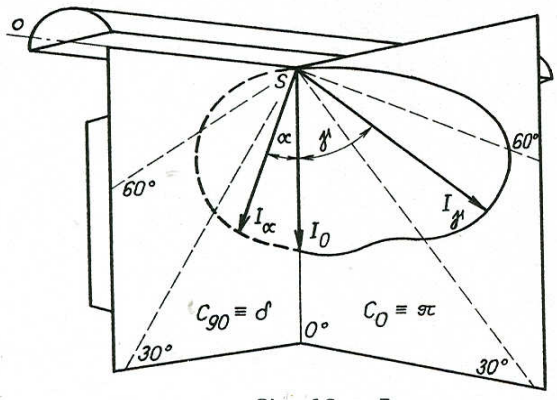
Obr.11-5



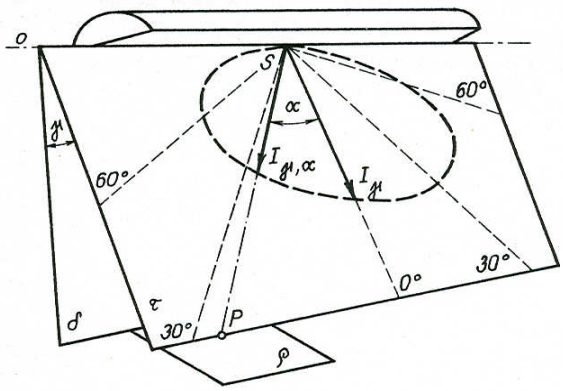
Obr.11-6

12.2 Integrální charakteristiky v poli svítidla přímkového typu

Typickými představiteli přímkových zdrojů jsou svítidla se zářivkami instalovaná za sebou v řadě, popřípadě i samostatně. Vyzařování zářivkových svítidel se běžně popisuje jen zjednodušeně s využitím dvou křivek svítivosti, a to křivky svítivosti $I(\gamma)$ v rovině π kolmé k podélné ose o zdroje a procházející středem zdroje (v soustavě C-γ jde o poloroviny C_0 a C_{180}) a dále křivky svítivosti $I(\alpha)$ v rovině δ procházející osou o přímkového zdroje a kolmé k rovině π (viz obr.12-7). V soustavě C- γ odpovídá rovina δ polorovinám C_{90} a C_{270}. Směr vztažné svítivosti I_0 se obvykle volí kolmý k hlavní vyzařovací ploše svítidla a rovina δ je tedy určena osou o přímkového zdroje a směrem vztažné svítivosti I_0.



Obr.12 – 7



Obr.12 – 8

Ke světelně technickým výpočtům v poli přímkového zdroje jsou však zapotřebí křivky svítivosti $I(\gamma,\alpha)$ v nakloněných rovinách τ (viz obr.12-8) procházejících osou o přímkového zdroje. Většinou však v praxi používaná svítidla mají v nakloněných rovinách τ křivku svítivosti podobnou křivce svítivosti v rovině δ. Proto postačuje vyzařování takových svítidel popsat pouze křivkami svítivosti v rovinách π a δ.

Křivku svítivosti $I(\alpha)$ v rovině δ popišme v závislosti na svítivosti I_0 ve vztažném směru rovnicí

$$I(\alpha) = I_\alpha = I_0 \,.\, f_{I\delta}(\alpha) \qquad \text{(cd; cd, -)} \qquad (12 - 10)$$

kde $f_{I\delta}(\alpha)$ je charakteristická funkce (indikatrix) svítivosti vystihující tvar křivky svítivosti v rovině δ.

Tvar křivky svítivosti $I(\gamma,\alpha)$ v nakloněné rovině τ můžeme obecně vystihnout charakteristickou funkcí $f_{I\tau}(\alpha)$. S ohledem na uvedený předpoklad o podobnosti křivek svítivosti v rovinách τ křivce svítivosti v rovině δ je charakteristická funkce $f_{I\tau}(\alpha)$ rovna charakteristické funkci $f_{I\delta}(\alpha)$ |13|. Svítivost $I(\gamma,\alpha) = I_{\gamma\alpha}$ přímkového zdroje ve směru určeném úhly γ a α (viz obr.12-8) se tedy stanoví ze vztahu

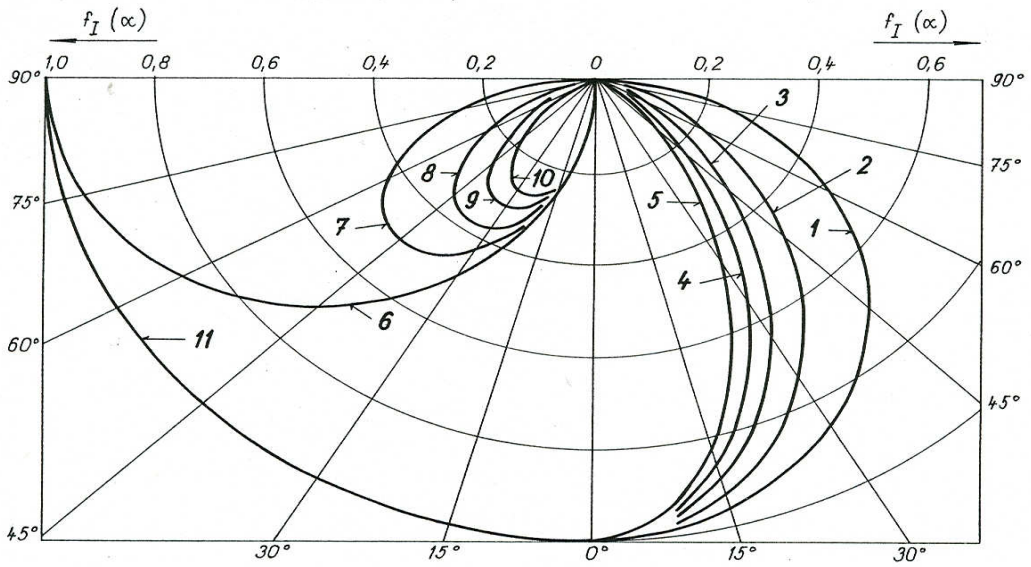
$$I_{\gamma\alpha} = I_\gamma \,.\, f_{I\tau}(\alpha) = I_\gamma \,.\, f_{I\delta}(\alpha) \qquad \text{(cd; cd,-)} \qquad (12 - 11)$$

kde $I_{\gamma\alpha}$ je svítivost uvažovaného přímkového zdroje změřená ve směru určeném úhly γ a α, popřípadě odečtená pod úhlem α z křivky svítivosti v rovině τ,

I_γ je svítivost přímkového zdroje odečtená pod úhlem γ z křivky svítivosti v rovině π.

Funkce $f_{I\delta}(\alpha)$ mohou mít nejrůznější tvar. Nejčastěji se pracuje s funkcemi $\cos^n \alpha$, kde n = 0, 1, 2 až 5, $\sin\alpha \,.\, \cos^m \alpha$, kde m = 1, 2, 3, 4 (viz obr.12-9), popřípadě s lineárními kombinacemi uvedených funkcí. Početním nebo grafickým porovnáním skutečné křivky s typovými křivkami nakreslenými na obr.12-9 lze funkci $f_{I\delta}(\alpha)$ stanovit jen zcela výjimečně. Velmi přesně lze zadanou křivku svítivosti (v daném případě pro rovinu δ) popsat funkcí $f_{I\delta}(\alpha)$ ve tvaru

$$f_{I\delta}(\alpha) = a_1 + a_2 \,.\, \sin\alpha + a_3 \,.\, \cos\alpha + a_4 \,.\, \sin\alpha \,.\, \cos\alpha + a_5 \,.\, \cos^2\alpha + a_6 \,.\, \sin\alpha \,.\, \cos^2\alpha +$$
$$+ a_7 \,.\, \cos^3\alpha + a_8 \,.\, \sin\alpha \,.\, \cos^3\alpha + a_9 \,.\, \cos^4\alpha + a_{10} \,.\, \sin\alpha \,.\, \cos^4\alpha + a_{11} \,.\, \cos^5\alpha \qquad (12 - 12)$$



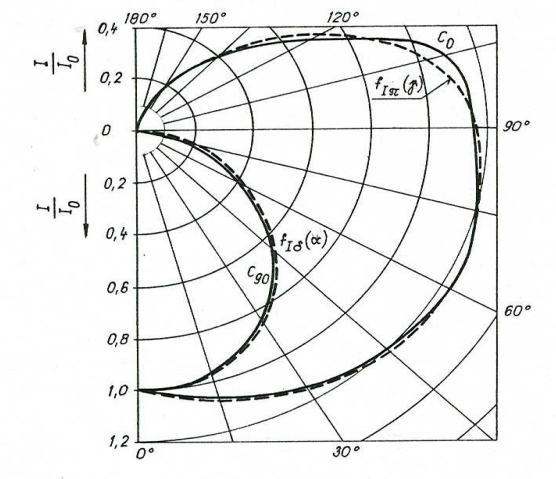
Obr. 12 - 9

Pro zjednodušení výpočtů se připouští určitá chyba aproximace a nejčastěji se používá funkce $f_{I\delta}(\alpha)$ ve tvaru tří až čtyřčlenných lineárních kombinací, přičemž optimální tvar takové lineární kombinace vyplývající z rovnice (12-12) se nejčastěji vybírá podle nejmenší střední kvadratické odchylky. Zcela analogicky lze aproximovat libovolnou křivku svítivosti, tedy i v rovině π, τ atd.
Na obr.12-10 jsou například pro zářivkové svítidlo 1x40 W typu 23127.01 Elektrosvit nakresleny v poměrných hodnotách křivky svítivosti naměřené v rovinách C_0 a C_{90} (plnou čarou) a současně (čárkovaně) i průběhy funkcí $f_{I\pi}(\gamma)$ a $f_{I\delta}(\alpha)$, které naměřené křivky aproximují.

S ohledem na uvedenou metodiku popisu křivek svítivosti je třeba integrální charakteristiky v poli přímkového zdroje vyřešit pro charakteristické funkce typu

$$f_{I\delta}(\alpha) = \sin^q \alpha \,.\, \cos^n \alpha \qquad (12 - 13)$$

kde q = 0 či 1 a n = 0, 1, 2 až 5.



Obr. 12 - 10
Křivky svítivosti zářivkového svítidla 1x40 W typu 23127.01 Elektrosvit

Např. funkce $f_{I\delta}(\alpha)$ aproximující čáru C_{90} má tvar

$$f_{I\delta}(\alpha) = 0{,}717 . \cos\alpha + 0{,}7885 . \cos^3\alpha - 0{,}5055 . \cos^4\alpha$$

Základním předpokladem světelně technických výpočtů v poli přímkového zdroje je, že svítivost tohoto zdroje je po jeho délce rovnoměrně rozložena. Proto se při výpočtech využívá hodnot svítivosti připadajících na 1 m délky zdroje, tj. například veličiny $I_{1\gamma}$ (cd.m^{-1}), která je rovna svítivosti přímkového zdroje délky 1 m pod úhlem γ v příčné rovině π a stanovuje se jako poměr svítivosti I_γ celého přímkového zdroje pod úhlem γ v rovině π a délky c tohoto zdroje, tj. ze vztahu

$$I_{1\gamma} = \frac{I_\gamma}{c} \qquad \text{(cd.m}^{-1}\text{ ; cd, m)} \qquad (12 - 14)$$

Přímkový zdroj je často vytvořen několika zářivkovými svítidly, mezi nimiž je určitá mezera. Je-li délka c_o mezery mezi svítidly zanedbatelná ve srovnání se vzdáleností zdroje od kontrolního bodu, uvažuje se při výpočtu nepřerušený zdroj o celkové délce určené součtem délky všech zdrojů i mezer, tj. obecně

$$n \,.\, c_1 + (n - 1) \,.\, c_o$$

kde c_1 je délka jednoho z uvažovaných n svítidel tvořících přímkový zdroj.

Svítivost $I_{1\gamma}$ takového složeného přímkového zdroje je ovšem třeba stanovit z výrazu

$$I_{1\gamma} = \frac{n \,.\, I_{\gamma j}}{n \,.\, c_1 + (n-1) \,.\, c_0} \qquad \text{(cd.m}^{-1}\text{; cd, m, m, -)} \qquad (12 - 15)$$

kde $I_{\gamma j}$ je svítivost jednoho z dílčích svítidel délky c_1 pod úhlem γ v rovině π.

Není-li možno mezery mezi svítidly v porovnání se vzdáleností zdroje od kontrolního místa zanedbat, provádějí se výpočty ve světelném poli každého jednotlivého svítidla zvlášť.

12.2.1 Světelný vektor a osvětlenosti v poli svítidla přímkového typu

S ohledem na jednodušší tvar výsledných výrazů se sledované veličiny nejprve řeší v kontrolním bodě P, jehož průmět P_1 na osu o přímkového zdroje se ztotožňuje s koncem C_1 zdroje podle obr.12-11. Světelné paprsky se z přímkového zdroje do okolí bodu P sbíhají v nakloněné rovině určené osou přímkového zdroje a kontrolním bodem P. V této rovině leží i světelný vektor charakterizující pole daného přímkového zdroje. Proto další řešení stačí provádět v souřadnicové rovině x, y, zvolené tak, že osa x prochází bodem P rovnoběžně s osou o přímkového zdroje a osa y leží na přímce spojující konec C_1 zdroje s bodem P . K podrobnějšímu popsání polohy kontrolního bodu P se jím proloží rovina ρ_0 , a to kolmo k rovině δ (určené osou přímkového zdroje a směrem vztažné svítivosti I_0).

Velikost dε světelného vektoru $d\vec{\varepsilon}$ v bodě P v poli elementárního zdroje délky se při uspořádání podle obr.12-11 zjistí ze vztahu

$$d\varepsilon = \frac{dI_{\gamma\alpha}}{l^2} = \frac{I_{\gamma\alpha}}{c}\, dx\, \frac{1}{l^2} = \frac{I_\gamma}{c}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \frac{1}{l^2}\, dx =$$

$$= \frac{I_{1\gamma}}{l}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha) .\, d\alpha \qquad (12 -16)$$

kde γ je úhel odklonu roviny světelných paprsků (souřadnicové roviny $x\ y$) od roviny δ .

Z obr.12-11 je patrno, že $\gamma = \text{arctg}\, \frac{p}{h}$;

α je úhel, který svírá paprsek l s paprskem l_1 . Protože paprsek l_1 je kolmý k ose o přímkového zdroje, platí vztah $\cos\alpha = \frac{l_1}{l}$;

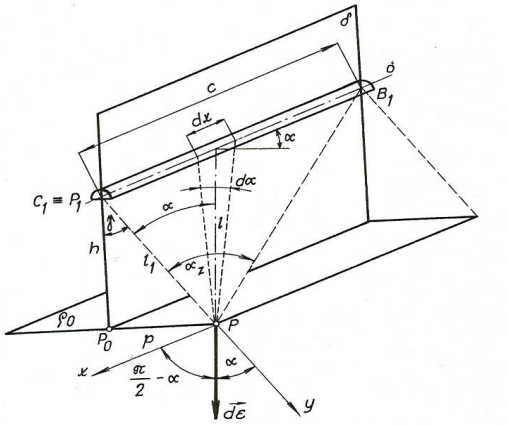
$d\alpha$ je úhel, pod nímž je z bodu P vidět element délky dx , takže platí

$$dx = \frac{l \,.\, d\alpha}{\cos\alpha} \qquad (12 - 17)$$

$dI_{\gamma\alpha}$ je svítivost zdroje délky dx ve směru ke kontrolnímu bodu P . Z rovnoměrného rozložení svítivosti podél přímkového zdroje délky c vyplývá, že platí

$$dI_{\gamma\alpha} = \frac{I_{\gamma\alpha}}{c}\, dx = \frac{I_\gamma}{c}\, f_{I\delta}(\alpha)\, dx = I_{1\gamma} \,.\, f_{I\delta}(\alpha) \,.\, dx \qquad (12-18)$$

$I_{1\gamma}$ je svítivost přímkového zdroje délky 1 m pod úhlem γ v příčné rovině π zjištěná podle rovnice (12 – 14) resp. (12 – 15).



Obr. 12 - 11

Průměty $d\varepsilon_x$, $d\varepsilon_y$ světelného vektoru $d\vec{\varepsilon}$ do směru souřadnicových os x , y se pak stanoví z výrazů

$$d\varepsilon_x = d\varepsilon \,.\, \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = d\varepsilon \,.\, \sin\alpha =$$

$$= \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \sin\alpha \,.\, d\alpha \qquad (12-19)$$

$$d\varepsilon_y = d\varepsilon \,.\, \cos\alpha =$$

$$= \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_{I\delta}(\alpha)\, \cos\alpha \,.\, d\alpha \qquad (12-20)$$

Integrací rovnic (12 – 19) a (12 – 20) v mezích úhlu α od 0 do $\alpha_z = \mathrm{arctg}\,\frac{c}{l_1}$ (pod nímž je z bodu P vidět celý přímkový zdroj) se konečně určí vztahy pro průměty ε_x a ε_y světelného vektoru $\vec{\varepsilon}$ (který charakterizuje světelné pole uvažovaného přímkového zdroje délky c v bodě P) do zvolených souřadnicových os x , y

$$\varepsilon_x = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\, \sin\alpha \,.\, d\alpha = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f_k(\alpha_z) = E_{P\rho v} \qquad (\ell x;\ \mathrm{cd.m^{-1}},\ \mathrm{m},\ -;\ \ell x) \qquad (12-21)$$

$$\varepsilon_y = \frac{I_{1\gamma}}{l_1} \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\, \cos\alpha \,.\, d\alpha = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\, f''(\alpha_z) = E_{P\rho y} \qquad (\ell x;\ \mathrm{cd.m^{-1}},\ \mathrm{m},\ -;\ \ell x) \qquad (12-22)$$

V rovnicích (12 – 21) a (12 – 22) se zavedlo označení

$$f_k(\alpha_z) = \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\, \sin\alpha \,.\, d\alpha \qquad (12-23)$$

$$f''(\alpha_z) = \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha)\, \cos\alpha \,.\, d\alpha \qquad (12-24)$$

Jak je patrno z rovnic (12 – 23) a (12 – 24) jsou funkce $f_k(\alpha_z)$ a $f''(\alpha_z)$ závislé na charakteristické funkci $f_{I\delta}(\alpha)$ popisující tvar křivky svítivosti uvažovaného přímkového zdroje v rovině δ , resp. v rovině τ . Pro všechny typy funkcí $f_{I\delta}(\alpha)$ vyplývající z rovnice (12– 13) jsou řešení rovnic (12 – 23) a (12 – 24), tj. výrazy funkcí $f_k(\alpha_z)$ a $f''(\alpha_z)$ shrnuty v tab. 12–1.

Tab. 12 – 1

$f_{I\delta}(\alpha)$	$f''(\alpha_z) = \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha) \cos\alpha \,.\, d\alpha$	$f_k(\alpha_z) = \int_0^{\alpha_z} f_{I\delta}(\alpha) \sin\alpha \,.\, d\alpha$
1	$s = \sin \alpha_z$	$1 - t = 1 - \cos \alpha_z$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{2}(\alpha_z + s \,.\, t) = f_1''$	$\frac{1}{2}(1 - t^2) = \frac{1}{2} s^2$
$\cos^2\alpha$	$s\,(1 - \frac{1}{2} s^2) = f_2''$	$\frac{1}{3}(1 - t^3)$
$\cos^3\alpha$	$\frac{1}{4}(s\,t^3 + 3\,f_1'')$	$\frac{1}{4}(1 - t^4)$
$\cos^4\alpha$	$\frac{1}{5}(s\,t^4 + 4\,f_2'')$	$\frac{1}{5}(1 - t^5)$
$\cos^5\alpha$	$\frac{1}{6}[s\,t^3\,(t^2 + \frac{5}{4}) + \frac{15}{4} f_1'']$	$\frac{1}{6}(1 - t^6)$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}(1 - t^2) = \frac{1}{2} s^2$	$\frac{1}{2}(\alpha_z - s \,.\, t) = f_{ks}$
$\sin \alpha \,.\, \cos \alpha$	$\frac{1}{3}(1 - t^3)$	$\frac{1}{3} s^3$
$\sin \alpha \,.\, \cos^2\alpha$	$\frac{1}{4}(1 - t^4)$	$\frac{1}{4}(f_{ks} + t\,s^3)$
$\sin \alpha \,.\, \cos^3\alpha$	$\frac{1}{5}(1 - t^5)$	$\frac{1}{5} s \left[\frac{2}{3} + (\frac{1}{3} - t^2)\,t^2\right]$
$\sin \alpha \,.\, \cos^4\alpha$	$\frac{1}{6}(1 - t^6)$	$\frac{1}{48}[6\,f_1'' + 2\,s\,t^3\,(1 - 4\,t^2)]$

V tab. značí : $s = \sin \alpha_z$; $t = \cos \alpha_z$

Závislost hodnot některých výrazů funkcí $f''(\alpha_z)$ a $f_k(\alpha_z)$ na typu charakteristické funkce $f_{I\delta}(\alpha)$ a na velikosti úhlu α_z je názorněji vidět z grafického zpracování odvozených vztahů a obr.12-12 a 12-15. Tyto grafické pomůcky usnadní i dílčí orientační výpočty.

Je-li charakteristická funkce $f_{I\delta}(\alpha)$ vystihující tvar křivky svítivosti v rovině δ vyjádřena lineární kombinací dílčích funkcí, jako je tomu např. pro svítidlo 1x40 W, typu 23127.01 Elektrosvit (viz obr.12-10), kde

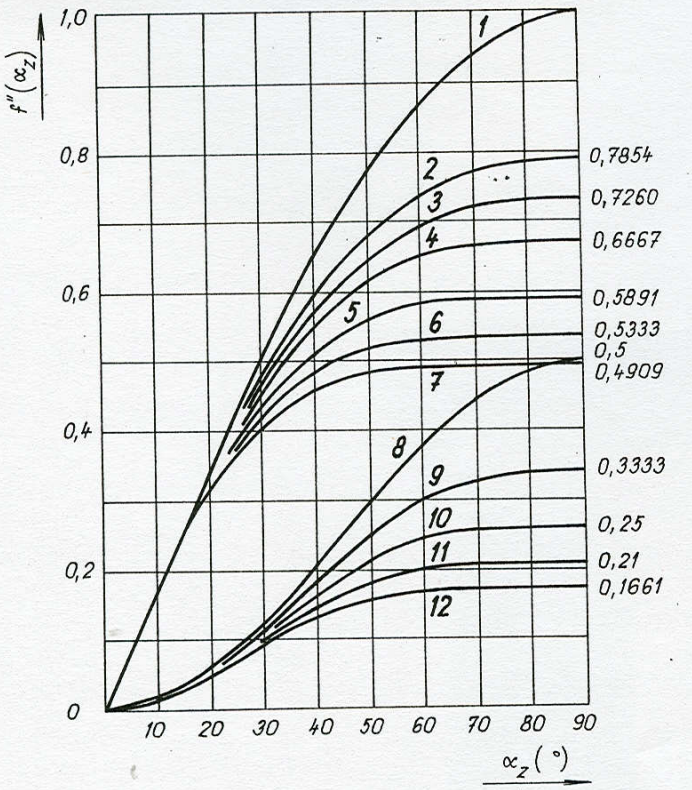
$$f_{I\delta}(\alpha) = 0{,}717 \,.\, \cos \alpha + 0{,}7885 \,.\, \cos^3\alpha - 0{,}5055 \,.\, \cos^4\alpha \qquad (12 - 25)$$

určí se hledaná funkce $f''(\alpha_z)$, resp. $f_k(\alpha_z)$ obdobnou lineární kombinací dílčích funkcí $f''(\alpha_z)$, resp. $f_k(\alpha_z)$, které odpovídají dílčím charakteristickým funkcím $f_{I\delta}(\alpha)$, tj. v daném příkladu funkcím cos α, $\cos^3\alpha$ a $\cos^4\alpha$. To znamená výsledné funkce $f''(\alpha_z)$ a $f_k(\alpha_z)$ mají pak pro uvedený konkrétní příklad tvar

$$f''(\alpha_z) = 0{,}717.\, f_1'' + 0{,}7885\,[\frac{1}{4}(s\,t^3 + 3\,f_1'')] - 0{,}5055\,[\frac{1}{5}(s\,t^4 + 4\,f_2'')] \qquad (12 - 26)$$

$$f_k(\alpha_z) = 0{,}717 \,.\, \frac{1}{2}(1 - t^2) + 0{,}7885 \,.\, \frac{1}{4}(1 - t^4) - 0{,}5055 \,.\, \frac{1}{5}(1 - t^5) \qquad (12 - 27)$$

[Pro zjednodušení zápisu jsou v rovnicích (12-26) a (12-27) použity veličiny f_1'' , f_2'' , s, t, jejichž význam je vysvětlen v tab.12-1].



KŘIVKA . . . $f_I(\alpha)$

1 1

2 . . . . . $\cos\alpha$

3 . . . . . $\frac{1}{2}\left(\cos\alpha + \cos^2\alpha\right)$

4 . . . . . $\cos^2\alpha$

5 . . . . . $\cos^3\alpha$

6 . . . . . $\cos^4\alpha$

7 . . . . . $\cos^5\alpha$

8 . . . . . $\sin\alpha$

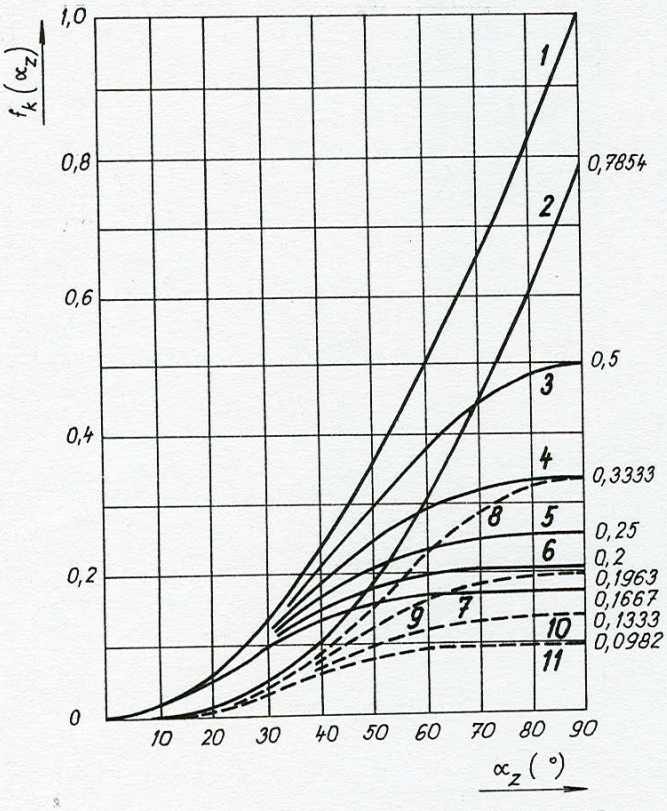
9 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

10 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha$

11 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^3\alpha$

12 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^4\alpha$

Obr.12 - 12



KŘIVKA . . . $f_I(\alpha)$

1 1

2 . . . . . $\sin\alpha$

3 . . . . . $\cos\alpha$

4 . . . . . $\cos^2\alpha$

5 . . . . . $\cos^3\alpha$

6 . . . . . $\cos^4\alpha$

7 . . . . . $\cos^5\alpha$

8 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

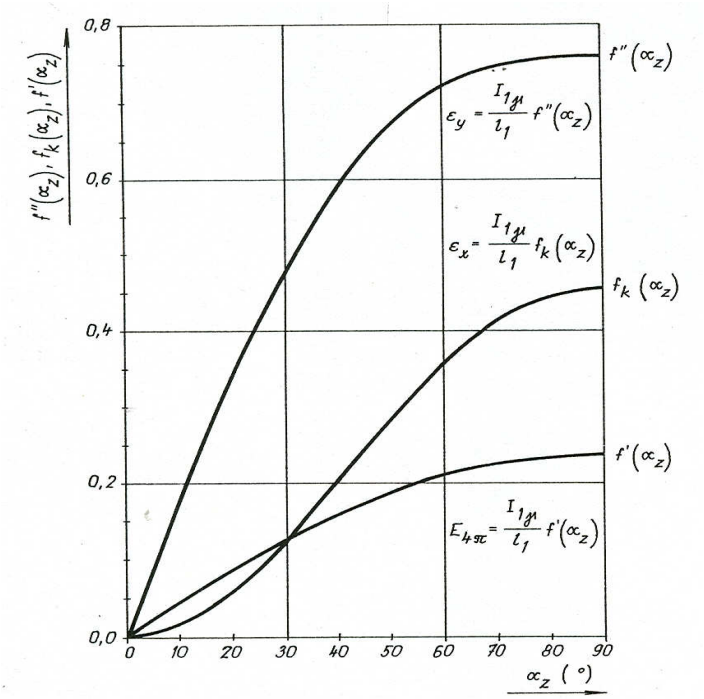
9 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha$

10 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^3\alpha$

11 . . . . . $\sin\alpha \cdot \cos^4\alpha$

Obr.12 - 13

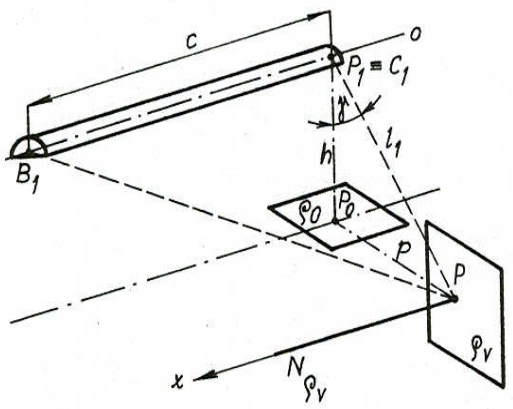
Průběhy funkcí $f''(\alpha_z)$ a $f_k(\alpha_z)$ v závislosti na úhlu α_z pro zářivkové svítidlo 1x40 W typu 231 27.01 Elektrosvit jsou nakresleny na obr. 12 – 14.



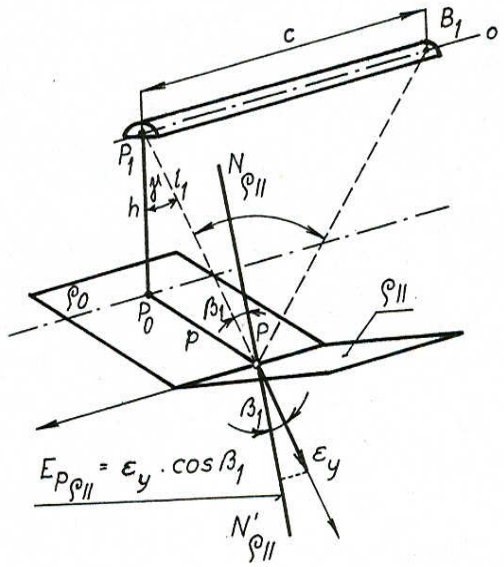
Obr.12 – 14

Veličina ε_x určená rovnicí (12 – 21) je rovna průmětu světelného vektoru $\vec{\varepsilon}$ (charakterizujícího pole sledovaného přímkového zdroje délky *c* v bodě P – viz obr.12– 11) a současně je ε_x rovno osvětlenosti $E_{P\rho v}$ v bodě P roviny ρ_v kolmé k ose *x* a tedy i k ose *o* přímkového zdroje, při čemž rovina ρ_v prochází koncem C_1 zdroje a je určena body O, P_0 , $C_1 \equiv P_1$, jak je to lépe vidět z obr. 12 – 15.

Průmět ε_y vektoru $\vec{\varepsilon}$ do osy *y* určeny rovnicí (12–22) je roven osvětlenosti $E_{P\rho y}$ v bodě P roviny ρ_y kolmé k ose *y* , tedy jedné z rovin rovnoběžných s osou *o* přímkového zdroje.



Obr.12 – 15



Obr.12 - 16

Osvětlenost $E_{P\rho II}$ v bodě P libovolně natočené roviny ρ_{II} rovnoběžné s osou *o* přímkového zdroje (viz obr. 12 – 16) se zjistí ze vztahu

$$E_{P\rho II} = \varepsilon_y \,.\, \cos\beta_1 = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\; f\,''(\alpha_z)\,.\,\cos\beta_1 \qquad (lx;\ cd.\mathrm{m}^{-1},\ \mathrm{m},\ -,\ -) \qquad (12-28)$$

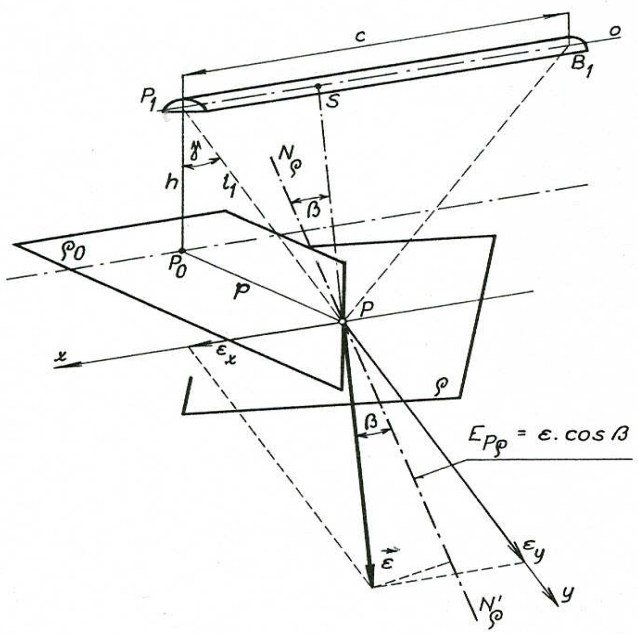
kde β_1 je úhel, který svírá normála $N'_{\rho II}$ k neosvětlené straně roviny ρ_{II} s osou y .

Zvláštním případem roviny ρ_{II} rovnoběžné s osou *o* přímkového zdroje je rovina ρ_0 (kolmá ke zvolenému směru vztažné svítivosti I_0), jejíž normála je rovnoběžná s rovinou δ a tedy $\beta_1 = \gamma$. Osvětlenost $E_{P\rho 0}$ v bodě P roviny ρ_0 se vypočte z výrazu

$$E_{P\rho 0} = \varepsilon_y \,.\, \cos\gamma = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\; f\,''(\alpha_z)\,.\,\cos\gamma \qquad (lx;\ cd.\mathrm{m}^{-1},\ \mathrm{m},\ -,\ -) \qquad (12-29)$$

Často je třeba počítat osvětlenost v bodech roviny $\rho_{II\perp}$, která je sice rovnoběžná s osou zdroje, ale je též kolmá k rovině ρ_0 , tj. rovnoběžná s rovinou δ. Normála roviny $\rho_{II\perp}$ leží na přímce $\overline{PP_0}$, takže úhel $\beta_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma$. Osvětlenost $E_{P\rho II\perp}$ v bodě P popsané roviny $\rho_{II\perp}$ se pak vypočte z rovnice

$$E_{P\rho II\perp} = \varepsilon_y \,.\, \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \varepsilon_y \,.\, \sin\gamma = \frac{I_{1\gamma}}{l_1}\; f\,''(\alpha_z)\,.\,\sin\gamma \qquad (lx;\ cd.\mathrm{m}^{-1},\ \mathrm{m},\ -,\ -) \qquad (12-30)$$



Obr.12 – 17

Světelný vektor $\vec{\varepsilon}$, charakterizující v bodě P světelné pole přímkového zdroje délky *c*, je co do velikosti roven

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} \quad (lx;\ lx,\ lx) \qquad (12-31)$$

a jeho poloha v rovině x, y je určena úhlem $\mathrm{arctg}\,\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$, který vektor $\vec{\varepsilon}$ svírá s osou y (viz obr.12– 17). Průsečík přímky, na níž leží světelný vektor $\vec{\varepsilon}$ s osou *o* přímkového zdroje určuje pro daný případ světelný střed S, do kterého by bylo možno umístit ekvivalentní bodový zdroj, jehož světelné pole je v uvažovaném bodě P popsáno stejným vektorem $\vec{\varepsilon}$ jako pole sledovaného přímkového zdroje.

Pokud máme za úkol stanovit osvětlenost obecně položené roviny ρ v bodě P přímkovým zdrojem $\overline{P_1B_1} = c$ (viz obr.12 – 17), je třeba z konkrétního geometrického uspořádání zjistit úhel β, který svírá normála N'_ρ k neosvětlené straně roviny ρ (nebo normála N_ρ s přímkou spojující bod P se světelným středem S). Potom se hledaná osvětlenost $E_{P\rho}$ snadno zjistí jako průmět vektoru $\vec{\varepsilon}$ do normály N'_ρ , tj. ze vztahu

$$E_{P\rho} = \varepsilon \,.\, \cos\beta = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2}\;.\,\cos\beta \qquad (lx) \qquad (12-32)$$