ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

magisterský studijní program

Inteligentní budovy

ELEKTRICKÉ SVĚTLO
1
Řešené příklady

Prof. Ing. Jiří Habel, DrSc.

a kolektiv

Praha

2011

Předmluva

Předkládaná učební pomůcka je určena studentům 1.roč. magisterského učebního programu „Inteligentní budovy“ – zaměření elektrotechnické / informatické a tvoří vhodný doplněk vlastního učebního textu k usnadnění studia předmětu Elektrické světlo 1.

Ve skriptu jsou v příkladech ukázány běžné postupy řešení základních světelně technických veličin i možnosti praktického využití jejich vzájemných souvislostí. V několika komplexnějších příkladech jsou výsledky výpočtů ověřeny energetickými bilancemi. Čtenář v publikaci nalezne i výpočty rozložení světelných toků bodových, přímkových a obdélníkových typů svítidel a příklady ilustrující vliv mnohonásobných odrazů v interiérech. Na přípravě pomůcky a řešení jednotlivých příkladů a na zpracování pomůcky se podíleli : Prof. Ing. Jiří Habel, DrSc., Ing. Tomáš Veselka, Ing. Marek Bálský, Ing. Rudolf Bayer a Ing. Jan Zálešák.

Předložená učební pomůcka není jistě bez nedostatků. Proto budeme všem čtenářům vděčni za veškeré jejich připomínky jak k obsahu, tak i ke způsobu zpracování látky.

V Praze, v říjnu roku 2011

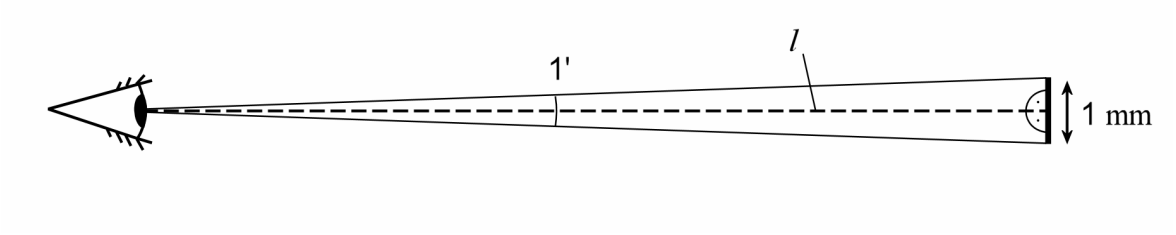
Autoři

1. Rozlišení detailu

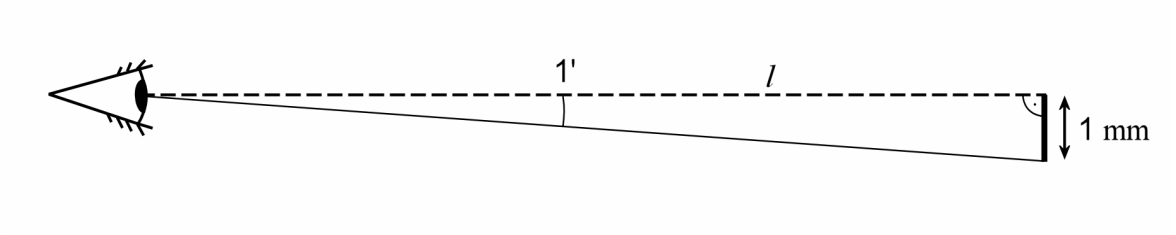
Určete vzdálenost, ze které lidské oko rozliší úsečku o délce 1 mm při rozlišovací schopnosti oka 1'.

Řešení:

Pro malé úhly, zejména v oblasti minut, lze přistupovat k problému zjednodušeně podle obr. 1b.



Obr. 1a



Obr. 1b

Obr. 1 Pozorovatel sleduje objekt o délce 1 mm ze vzdálenosti *l* pod úhlem 1'.
[Při malých úhlech (cca do 10°) lze při řešení postupovat i podle obr. 1b.]

Výpočet pro situaci na obr. 1a:

$$\mathrm{tg}(0{,}5') = \frac{0{,}5\ \mathrm{mm}}{l} \Rightarrow l = \frac{0{,}5\ \mathrm{mm}}{\mathrm{tg}(0{,}5')} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}}{\mathrm{tg}(0{,}5')} = 3{,}438\ \mathrm{m}$$

Pro přepočet z minut na stupně, resp. z minut na radiány, lze použít vztahy

$$0{,}5' = (0{,}5/60)° = \left(8{,}333 \cdot 10^{-3}\right)° \,;\; 0{,}5' = \frac{(0{,}5/60)°}{180°} \cdot \pi = 1{,}454 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{rad}$$

Výpočet pro situaci na obr. 1b:

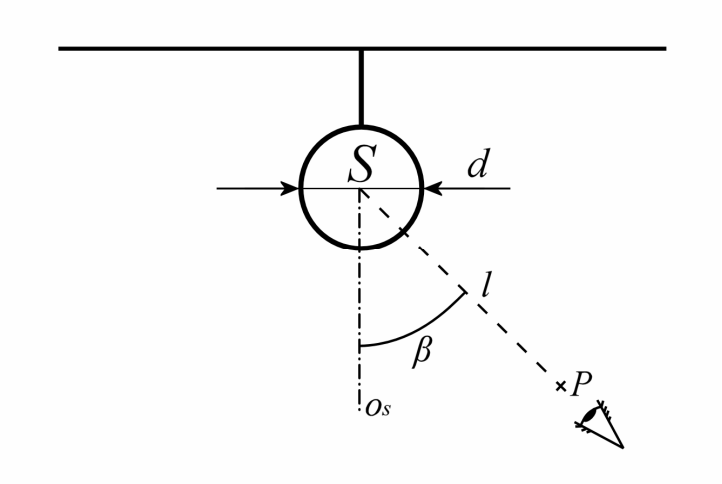
$$\mathrm{tg}(1') = \frac{1\ \mathrm{mm}}{l} \Rightarrow l = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{\mathrm{tg}(1')} = 3{,}438\ \mathrm{m}$$

V tomto případě se výsledky obou přístupů liší až na 7. desetinném místě.
Pro přepočet z minut na stupně, resp. z minut na radiány, lze použít vztahy

$$1' = (1/60)° = \left(1{,}666 \cdot 10^{-2}\right)° \,;\; 1' = \frac{(1/60)°}{180°} \cdot \pi = 2{,}909 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{rad}$$

2. Prostorový úhel

Pod jakým prostorovým úhlem vidí pozorovatel svítidlo *S* ve tvaru koule o průměru $d = 30$ cm, pokud jej pozoruje z bodu *P* ze vzdálenosti $l = 2{,}5$ m od středu svítidla pod úhlem $\beta = 30°$ podle obr. 2?



Obr. 2 Svítidlo *S* ve tvaru koule o průměru *d* se pozoruje z bodu *P* ze vzdálenosti *l*. Úhel *β* svírá svislá osa o_s svítidla se spojnicí středu svítidla *S* a bodu *P*.

Řešení:

Prostorový úhel Ω, pod nímž je z bodu *P* vidět svítící povrch svítidla obecného tvaru ze vzdálenosti *l*, lze spočítat podle vztahu

$$\Omega = \frac{A \cdot \cos \beta}{l^2} \qquad \text{(sr; m}^2\text{, m)} \qquad (1)$$

kde *A* je svítící povrch svítidla, který pozoruje pozorovatel z bodu *P*,
β je úhel mezi svislou osou o_s a spojnicí středu svítidla *S* a bodem *P*,
$(A \cdot \cos\beta)$ je průmět svítícího povrchu svítidla do roviny kolmé k ose pohledu, tj. ke spojnici bodu *S* a bodu *P*.

Svítící povrch svítidla *S* ve tvaru koule vidí pozorovatel z jakéhokoliv směru (tj. pro jakýkoliv úhel *β*) jako kruh [o ploše $(A \cdot \cos\beta) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$] ležící v rovině kolmé k paprsku *l*.

Z rovnice (1) pro hledaný prostorový úhel Ω, pod nímž je z bodu *P* vidět kruhový zdroj *S*, pak po dosazení za $(A \cdot \cos\beta)$ vyplývá

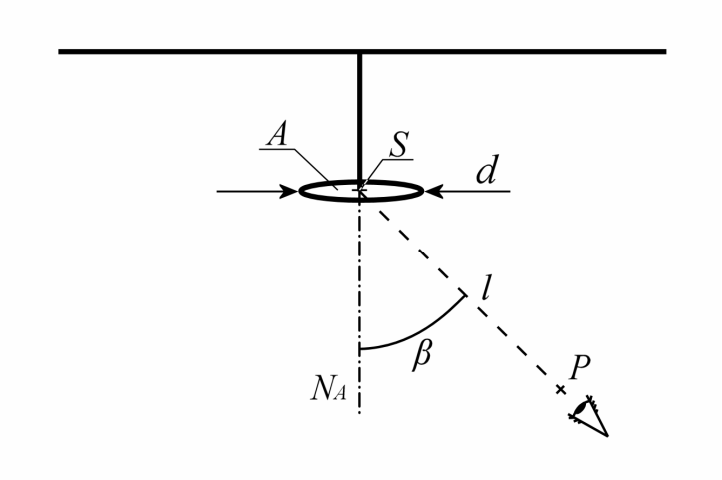
$$\Omega = \frac{A \cdot \cos\beta}{l^2} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2}{l^2} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 0{,}3^2}{2{,}5^2} = \mathbf{11{,}31 \cdot 10^{-3}}\ \text{sr}$$

Závěr:

Pozorovatel z bodu *P* vidí svítidlo *S* ve vtaru koule pod prostorovým úhlem $\Omega = \mathbf{11{,}31 \cdot 10^{-3}}$ sr.

3. Prostorový úhel

Pod jakým prostorovým úhlem vidí pozorovatel svítidlo S tvaru kruhu o průměru $d = 30$ cm, pokud jej pozorouje z bodu P ze vzdálenosti $l = 2{,}5$ m od středu svítidla S a pod úhlem $\beta = 30°$ dle obr. 3?



Obr. 3 Svítidlo S ve tvaru kruhu o průměru d se pozoruje z bodu P ze vzdálenosti l. Úhel β svírá paprsek l s normálou N_A k vyzařovací ploše svítidla.

Řešení:

Při výpočtu hledaného prostorového úhlu Ω se vychází z obecné rovnice (1) uvedené v příkladu 2, do které se dosadí: $l = 2{,}5$ m; $A = \pi \cdot d^2$; $d = 0{,}3$ m; $\beta = 30°$; $cos\beta = cos(30°)$

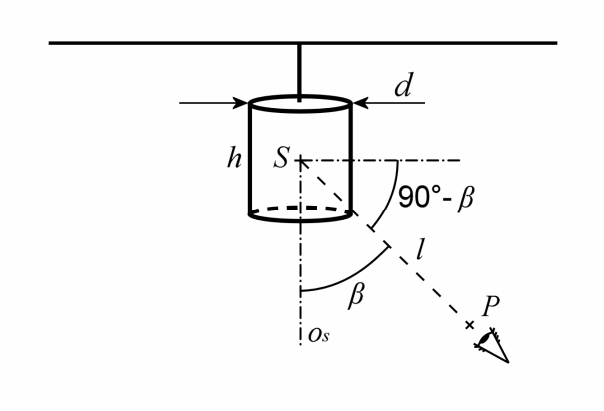
$$\Omega = \frac{A \cdot \cos\beta}{l^2} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\cos\beta}{l^2} = \frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot \frac{\cos 30°}{2{,}5^2} = \mathbf{9{,}80 \cdot 10^{-3}}\ \text{sr}$$

Závěr:

Pozorovatel z bodu P vidí svítidlo S ve tvaru kruhu pod prostorovým úhlem $\Omega = \mathbf{9{,}80 \cdot 10^{-3}}$ sr.

4. Prostorový úhel

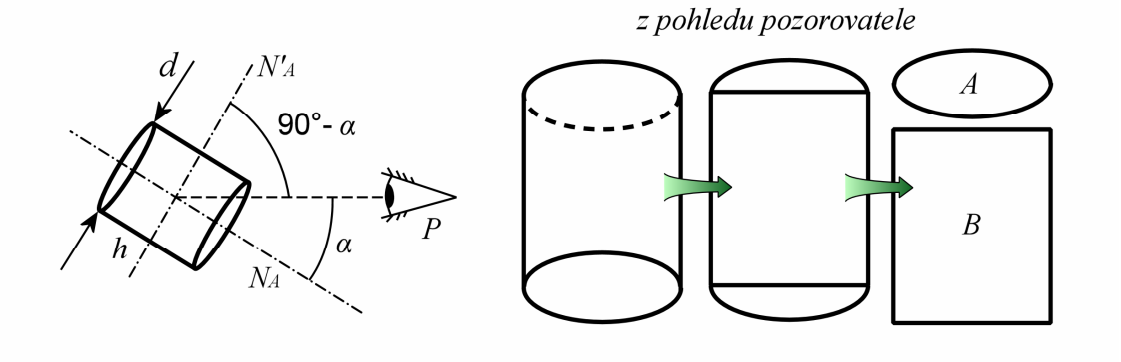
Pod jakým prostorovým úhlem vidí pozorovatel svítidlo tvaru válce s podstavou o průměru $d = 30$ cm a výškou $h = 40$ cm ze vzdálenosti $l = 2{,}5$ m od středu svítidla, pokud jej pozoruje z bodu P pod úhlem $\alpha = 30°$ dle obr. 4?



Obr. 4 Svítidlo S ve tvaru válce s podstavou o průměru d a výškou h se pozoruje z bodu P ze vzdálenosti l. Úhel β svírá svislá osa o_s svítidla S se spojnicí středu svítidla S a bodu P.

Řešení:

Při výpočtu hledaného prostorového úhlu Ω se vychází z obecné rovnice (1) uvedené v příkladu 2, kde součin $(A \cdot \cos\beta)$ představuje průmět povrchu válcové plochy roviny kolmé ke směru pohledu, tj. k paprsku l. Povrch válce si lze rozdělit na dílčí plochy podle obr. 5, a to na kruh a obdélník.



Obr. 5 Z pohledu pozorovatele P lze povrch svítidla S ve tvaru válce rozdělit na kruh A_k pozorovaný pod úhlem β a na obdélník A_o pozorovaný pod úhlem $(90°\text{-}\beta)$, jak je naznačeno v pravé části obrázku.

K získání celkového prostorového úhlu Ω dosadíme do obecného vztahu (1) úhel β a plochu A_k, úhel $(90°\text{-}\beta)$ a plochu A_o

$$\Omega = \frac{A \cdot \cos\alpha}{l^2} + \frac{B \cdot \cos(90° - \alpha)}{l^2} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\cos\alpha}{l^2} + \frac{(h \cdot d) \cdot \cos(90° - \alpha)}{l^2} =$$

$$\frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot \frac{\cos 30°}{2{,}5^2} + \frac{(0{,}4 \cdot 0{,}3) \cdot \cos(90° - 30°)}{2{,}5^2} = \mathbf{19{,}40 \cdot 10^{-3}}\ \text{sr}$$

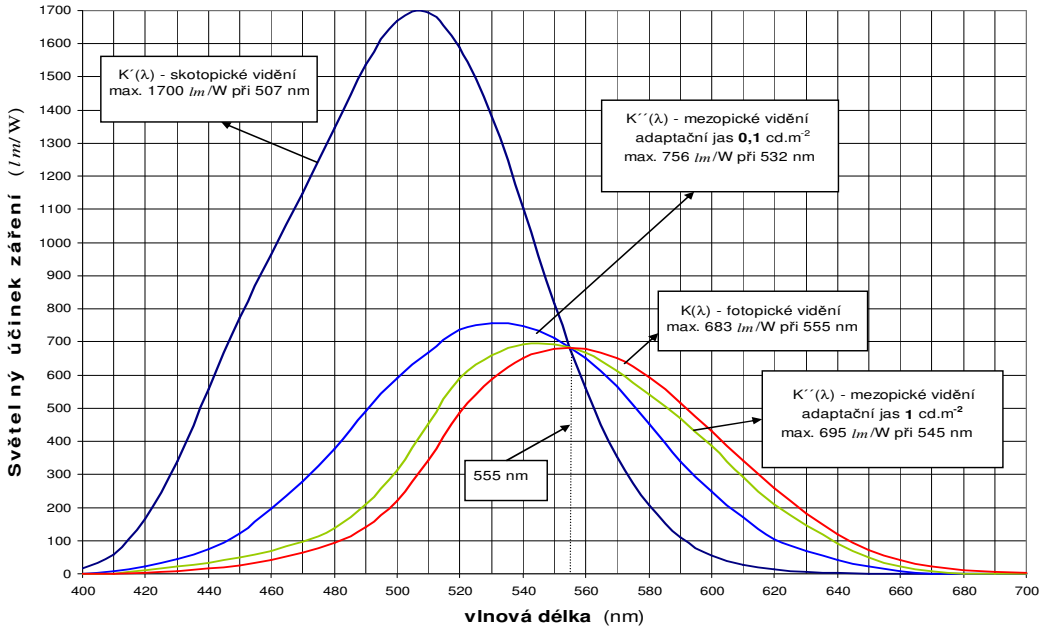
Závěr:

Pozorovatel z bodu P vidí svítidlo S pod prostorovým úhlem $\Omega = \mathbf{19{,}40 \cdot 10^{-3}}$ sr.

5. Světelný tok sodíkové výbojky

Zadání:

Při uvažování fotopického vidění určete světelný tok sodíkové výbojky 50 W, která vyzařuje na vlnové délce $\lambda = 555$ nm zářivý tok $\Phi_e(\lambda) = 8$ W.



Obr. 6 Závislosti světelného účinku záření $K(\lambda)$ normálního fotometrického pozorovatele při fotopickém, mezopickém a skotopickém vidění na vlnové délce viditelného záření.

Řešení:

Světelný tok $\Phi(\lambda)$ odpovídající zářivému monofrekvenčnímu toku $\Phi_e(\lambda)$ při fotopickém vidění normálního fotometrického pozorovatele se stanoví jako součin zmíněného zářivého toku $\Phi_e(\lambda)$ a světelného účinku $K(\lambda)$ záření ze vztahu

$$\Phi(\lambda) = K(\lambda) \cdot \Phi_e(\lambda) \qquad \text{(lm; lm/W, W)} \qquad (2)$$

V daném případě $\Phi_e(\lambda) = \Phi_e(555) = 8$ W a tudíž $K(\lambda) = K(555) = 683$ lm·W^{-1}. Po dosazení do vztahu (2) pro hledaný světelný tok $\Phi(\lambda)$ vychází

$$\Phi(\lambda) = K(\lambda) \cdot \Phi_e(\lambda) = 683 \cdot 8 = 5464 \text{ lm} \doteq \mathbf{5460} \text{ lm}$$

Závěr:

Světelný tok sodíkové výbojky o příkonu 50 *W* je **5460** lm.

6. Určení světelného toku ze svítivosti zdroje

Zadání:

Stanovte světelný tok Φ zdroje, jehož průměrná svítivost do dolního poloprostoru je $I_d = 48$ cd a do horního poloprostoru $I_h = 36$ cd.

Řešení:

Svítivost I_γ bodového zdroje ve směru určeném úhlem γ je rovna světelnému toku Φ obsaženému v jednotkovém prostorovém úhlu Ω,.a to v souladu s definiční rovnicí svítivosti

$$I_\gamma = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega} \qquad \text{(cd; lm, sr)} \qquad (3)$$

kde $\mathrm{d}\Omega$ je prostorový úhel, jehož osa leží ve směru určeném úhlem γ a v jehož mezích uvažovaný zdroj vyzařuje světelný tok $\mathrm{d}\Phi$.

Prostorový úhel Ω celého prostoru je roven 4π a prostorový úhel poloprostoru je 2π. Je-li průměrná svítivost I_d do dolního a I_h do horního poloprostoru, stanoví se hledané světelné toky Φ_d a Φ_h do dolního a horního poloprostoru ze vztahu

$$\Phi = I \cdot \Omega = I_d \cdot \Omega_d + I_h \cdot \Omega_h = 48 \cdot 2\pi + 36 \cdot 2\pi = 527{,}79 \text{ lm} \doteq \mathbf{528} \text{ lm}$$

Závěr:

Světelný tok Φ zdroje je **528** lm.

7. Určení svítivosti ze světelného toku zdroje

Zadání:

Jaká je svítivost bodového zdroje světla, který vyzařuje světelný tok $\Phi = 1256$ lm rovnoměrně do všech směrů v prostoru?

Řešení:

Svítivost I_γ bodového zdroje je definována vztahem (3) uvedeném v příkladu 6.

Pokud je světelný tok Φ rovnoměrně vyzařován do všech směrů ($\Omega = 4\pi$) je průměrná svítivost I rovna poměru toku Φ a prostorového úhlu Ω, tj.

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{1256}{4\pi} = 99{,}95 \text{ cd} \doteq \mathbf{100} \text{ cd}$$

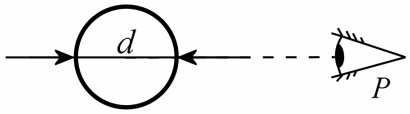
Závěr:

Průměrná svítivost uvažovaného bodového zdroje rovnoměrně vyzařujícího tok 1256 lm do celého prostoru je **100** cd.

8. Jas povrchu tělesa

Zadání:

Určete jas L povrchu tělesa ve tvaru koule o průměru $d = 30$ cm, které do všech směrů vyzařuje s konstantní svítivostí $I = 100$ cd.



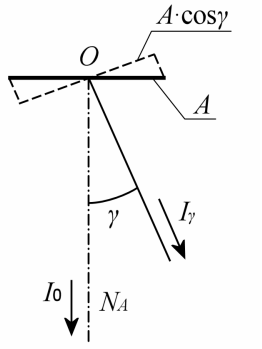
Obr. 7 Pozorovatel vidí z bodu P svítidlo tvaru koule o průměru d jako kruh o průměru d.

Řešení:

Pro jas L_γ svazku paprsků rozbíhajících se z bodového zdroje, jehož svítivost ve směru osy svazku je I_γ , platí obecný vztah

$$L_\gamma = \frac{I_\gamma}{A \cdot \cos\gamma} \qquad (\mathrm{cd \cdot m^{-2}};\ \mathrm{cd},\ \mathrm{m^2}) \qquad (4)$$

kde A je vyzařující plocha,
γ je úhel mezi normálou N_A plochy A a osou svazku paprsků I_γ (viz obr. 8).



Obr. 8 Náčrt průmětu ($A \cdot \cos\gamma$) svítící plochy A do roviny kolmé ke směru svítivosti I_γ.

Pokud pozorovatel P podle obr. 7 pozoruje svítidlo ve tvaru koule, uvidí z jakéhokoliv úhlu γ (obr. 8) kruh o průměru d. V daném případě je tedy pro libovolný úhel γ průmět

$$A \cdot \cos\beta = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \qquad (5)$$

a hledaný jas L se při konstantní svítivost I vypočte z rovnice

$$L = \frac{I}{S} = \frac{100}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{100}{\frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4}} = 1414{,}71\ \mathrm{cd \cdot m^{-2}} \doteq \mathbf{1415}\ \mathrm{cd \cdot m^{-2}}$$

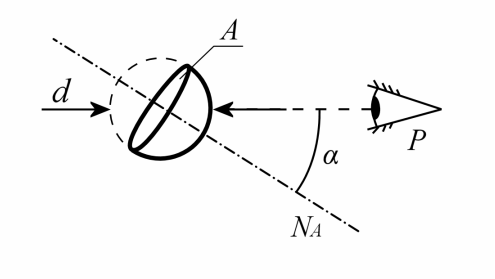
Závěr:

Hledaný jas L povrchu tělesa ve tvaru koule je tedy **1415** cd·m^2.

9. Jas povrchu tělesa

Zadání:

Určete jas povrchu tělesa ve tvaru polokoule o průměru $d = 30$ cm ve směru k pozorovateli v bodě P (ve směru pod úhlem $\gamma = 30°$ od normály N_A), je-li svítivost tělesa ve sledovaném směru $I_\gamma = 100$ cd (viz obr. 9).



Obr. 9 Jas svítidla tvaru polokoule o průměru d hodnotí pozorovatel z bodu P. Úhel γ svírá normála N_A kruhové podstavy svítící plochy polokoule a spojnice středu podstavy s bodem P.

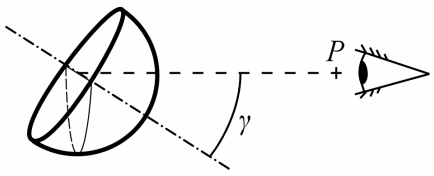
Řešení:

Pro jas L_γ svazku paprsků rozbíhajících se paprsků platí vztah (4) uvedený v příkladu 8

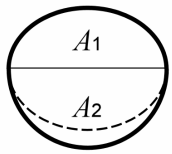
$$L_\gamma = \frac{I_\gamma}{A \cdot \cos\gamma} \qquad (\mathrm{cd \cdot m^{-2}};\ \mathrm{cd},\ \mathrm{m^2}) \qquad (4)$$

Důležité je, že ve jmenovateli vztahu (4) je průmět svítící plochy A zdroje do roviny kolmé ke směru pohledu pozorovatele, tj. $A \cdot \cos\gamma$.

Pro daný případ je situace znázorněna na obr. 10.



Obr. 10a



Obr. 10b

Obr. 10 Polokulové svítidlo je z bodu P (obr. 10a) vidět ve tvaru znázorněném na obr. 10b. Plocha A_2 představuje polovinu obsahu kruhu o průměru d, tj. $A_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, plocha A_1 je pak rovna polovině kruhu pozorovaného pod úhlem γ, tj. $A_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\gamma$.

Z obr. 10 je zřejmé, že v daném případě je průmět $(A \cdot \cos\beta)$ svítící plochy A do roviny kolmé k ose pohledu roven

$$A \cdot \cos\gamma = A_1 + A_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\gamma + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad (6)$$

Po dosazení do vztahu (6) pro hledanou hodnotu jasu vychází

$$L_\gamma = \frac{I_\gamma}{A \cdot \cos\gamma} = \frac{I_\gamma}{A_1 + A_2} = \frac{I_\gamma}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\gamma + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}} =$$

$$= \frac{100}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot \cos 30° + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4}} = 1516{,}28 \doteq \mathbf{1516}\ \text{cd}\cdot\text{m}^{-2}$$

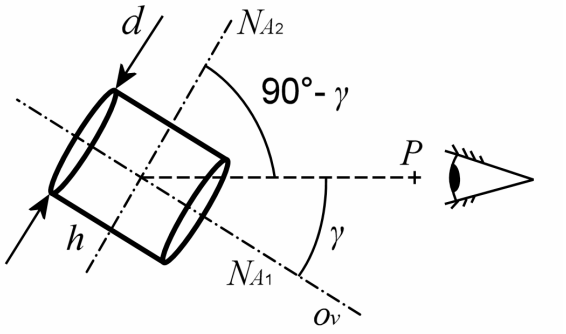
Závěr:

Jas povrchu zadaného tělesa ve tvaru polokoule se svítivostí $I_\gamma = 100$ cd v pozorovaném směru je **1516** cd·m^{-2}.

10. Jas povrchu tělesa ve tvaru válce

Zadání:

Určete jas povrchu svítícího tělesa ve tvaru válce s podstavou o průměru $d = 30$ cm, výškou $h = 40$ cm, a to ve směru pod úhlem $\gamma = 30°$ od osy o_v válce za předpokladu, že svítivost I_γ daného svítidla v uvažovaném směru je rovna $I_\gamma = 100$ cd (viz obr. 11).

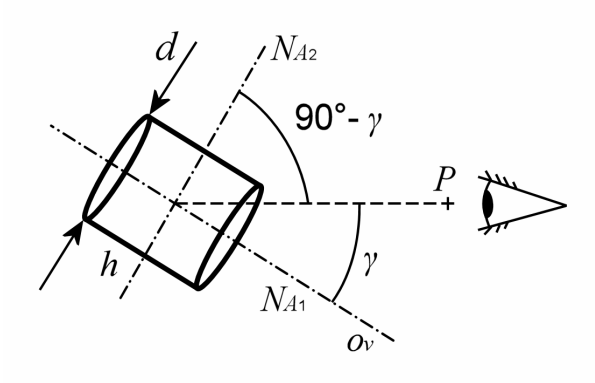


Obr. 11 Jas svítícího tělesa ve tvaru válce o průměru podstavy *d* a výšce *h* hodnotí pozorovatel z bodu *P*. Úhel *γ* se měří mezi normálou N_{A1} kruhové podstavy válce a spojnicí středu svítidla s bodem *P*. Přímka N_{A2} prochází středem válce a je kolmá k normále N_{A1}.

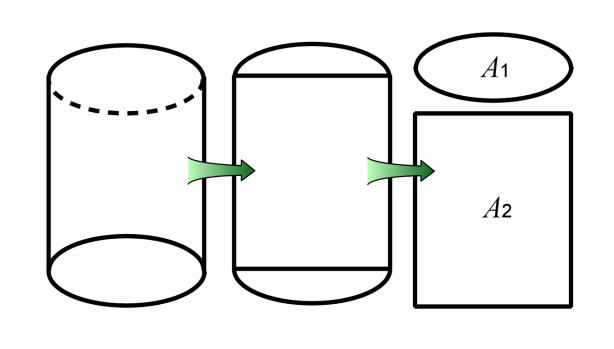
Řešení:

Pro jas L_γ svazku paprsků rozbíhajících se paprsků platí vztah (4) uvedený v příkladu 8

$$L_\gamma = \frac{I_\gamma}{A \cdot \cos\gamma} \qquad (\text{cd}\cdot\text{m}^{-2};\ \text{cd},\ \text{m}^2) \qquad (4)$$



Obr. 12a



Obr. 12b

Obr. 12 Svítící válec (obr. 12a) je z bodu P vidět ve tvaru znázorněném na obr. 12b. Pozorovanou svítící plochu lze rozdělit na svítící kruh podstavy A_p pozorovaný pod úhlem γ jako plocha A_1 a na plášť válce pozorovaný pod úhlem ($90°$-γ) jako plocha A_2 obdélníku.

Z obr. 12 je zřejmé, že v daném případě je průmět $(A \cdot \cos\beta)$ svítící plochy A do roviny kolmé k ose pohledu roven

$$A \cdot \cos\gamma = A_1 + A_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\gamma + h \cdot d \cdot \cos\gamma \qquad (7)$$

Po dosazení do vztahu (7) pro hledanou hodnotu jasu L_γ vychází

$$L_\gamma = \frac{I_\gamma}{A \cdot \cos\gamma} = \frac{I_\gamma}{A_1 + A_2} = \frac{I_\gamma}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\gamma + h \cdot d \cdot \cos\gamma} =$$

$$= \frac{100}{\frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot \cos 30° + 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot \cos 30°} = 824{,}98 \doteq \mathbf{825}\ \text{cd}\cdot\text{m}^{-2}$$

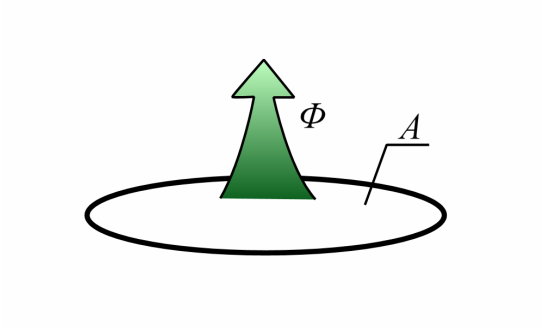
Závěr:

Jas povrchu zadaného tělesa ve tvaru válce s danou svítivostí v pozorovaném směru je **825** cd·m^{-2}.

11. Určení světlení z dopadlého toku na plošku

Zadání:

Určete světlení rovinné plošky A o obsahu $S = 100\ \mathrm{cm}^2$, ze které vychází světelný tok $\Phi = 120$ lm (obr. 13).



Obr. 13 Plocha A vyzařuje tok Φ.

Řešení:

Světlení je definováno jako plošná hustota světelného toku $\mathrm{d}\Phi_v$ vyzařovaného z plošky $\mathrm{d}A$ podle výrazu

$$M = \frac{\mathrm{d}\Phi_v}{\mathrm{d}A} \qquad (\mathrm{lm \cdot m^{-2}};\ \mathrm{lm},\ \mathrm{m^2}) \qquad (8)$$

Pro průměrnou hodnotu světlení M plochy A vyzařující tok Φ_v pak platí

$$M = \frac{\Phi_v}{A} \qquad (\mathrm{lm \cdot m^{-2}};\ \mathrm{lm},\ \mathrm{m^2}) \qquad (9)$$

Po dosazení do rovnice (9) pro hledané světelní M vychází

$$M = \frac{\Phi}{S} = \frac{120}{0{,}01} = \mathbf{12000}\ \mathrm{lm \cdot m^{-2}}$$

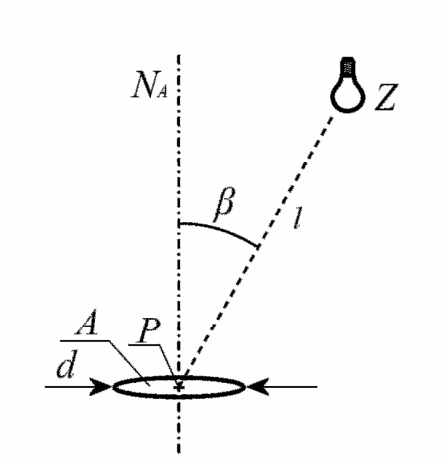
Závěr:

Hodnota světelní M zadané plošky A je **12000** $\mathrm{lm \cdot m^{-2}}$.

12. Světelný tok a osvětlenost v poli bodového zdroje

Zadání:

Určete světelný tok Φ dopadlý z bodového zdroje Z na plochu A kruhového tvaru o průměru $d = 30$ cm. Zdroj světla Z vyzařuje rovnoměrně do všech směrů s konstantní svítivostí $I_0 = 100$ cd a je od plochy A umístěn ve vzdálenosti $l = 2{,}5$ m (obr. 14). Dále určete osvětlenost plochy A. Zdroj Z osvětluje plochu A ze směru pod úhlem $\beta = 30°$ měřeným od normály N_A.



Obr. 14 Zdroj Z osvětluje kruhovou plochu A ze vzdálenosti l. Osa svazku paprsků dopadajících ze zdroje Z na plochu A svírá s normálou N_A úhel β.

Řešení:

Svítivost I_γ svítidla bodového typu ve směru určeném úhlem γ je rovna světelnému toku Φ obsaženému v jednotkovém prostorovém úhlu Ω.

$$I_\gamma = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega} \qquad \text{(cd; lm, sr)} \qquad (10)$$

kde $\mathrm{d}\Omega$ je prostorový úhel, jehož osa leží ve směru určeném úhlem γ a v jehož mezích uvažovaný zdroj vyzařuje světelný tok $\mathrm{d}\Phi$.

Vyzáří-li zdroj do prostorového úhlu Ω světelný tok Φ, pak je **průměrná** svítivost I_s v mezích prostorového úhlu Ω rovna

$$I_s = \frac{\Phi}{\Omega} \qquad \text{(cd; lm, sr)} \qquad (11)$$

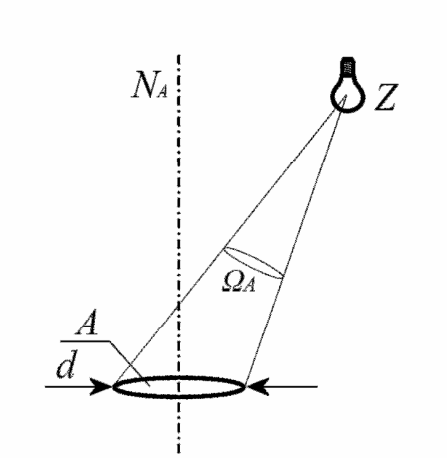
Z výrazu (11) vyplývá, že vyzařuje-li zdroj do prostorového úhlu Ω s konstantní svítivostí I_s , pak do prostorového úhlu Ω vyzáří světelný tok Φ, který se zjistí ze vztahu

$$\Phi = I_s \cdot \Omega \qquad \text{(lm; cd, sr)} \qquad (12)$$

Zadaný zdroj Z vyzařuje s konstantní svítivostí I_0 do celého prostoru. Svítivost I_0 je tedy konstantní i v mezích prostorového úhlu Ω_A , pod kterým je z bodu Z vidět plocha A.

Světelný tok Φ_A dopadající na plochu A v mezích prostorového úhlu Ω_A (obr. 15) lze tedy vypočítat ze vztahu

$$\Phi_A = I_0 \cdot \Omega_A \qquad \text{(lm; cd, sr)} \qquad (13)$$



Obr. 15 Z bodu zdroje Z je osvětlovaná plocha A vidět pod prostorovým úhlem Ω_A.

Prostorový úhel Ω, pod nímž je ze zdroje Z vidět plochu obecného tvaru ze vzdálenosti l lze spočítat podle vztahu

$$\Omega = \frac{A \cdot \cos\beta}{l^2} \qquad \text{(sr; m}^2\text{, m)} \qquad (14)$$

kde A je osvětlovaná plocha, která je z bodu Z vidět pod prostorovým úhlem Ω_A , v daném případě $A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$,

β je úhel mezi spojnicí středu plochy A a zdrojem Z a normálou N_A plochy A.

Po dosazení do rovnice (14) pro prostorový úhel Ω_A vychází

$$\Omega_A = \frac{A \cdot \cos\beta}{l^2} = \frac{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\beta}{l^2} = \frac{\frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot \cos 30°}{2{,}5^2} = 9{,}79 \cdot 10^{-3} \text{ sr}$$

Dosadíme-li výsledek do vztahu (13), nalezneme již hledaný světelný tok Φ_A

$$\Phi_A = I_0 \cdot \Omega_A = 100 \cdot 9{,}79 \cdot 10^{-3} = \mathbf{0{,}98} \text{ lm}$$

Průměrná osvětlenost E_A plochy A se pak vypočte z výrazu

$$E_A = \frac{\Phi_A}{A} = \frac{\Phi_A}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{0{,}98}{\frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4}} = \mathbf{13{,}9} \text{ lx}$$

Stejná hodnota osvětlenosti E_A se zjistí i dosazením do základního vzorce pro výpočet osvětlenosti $E_{P\rho}$ v bodě P obecně položené roviny ρ osvětlené svítidlem Z bodového typu

$$E_{P\rho} = \frac{I_\gamma}{l^2} \cdot \cos\beta = \frac{100}{2{,}5^2} \cdot \cos 30° = \mathbf{13{,}6} \text{ lx}$$

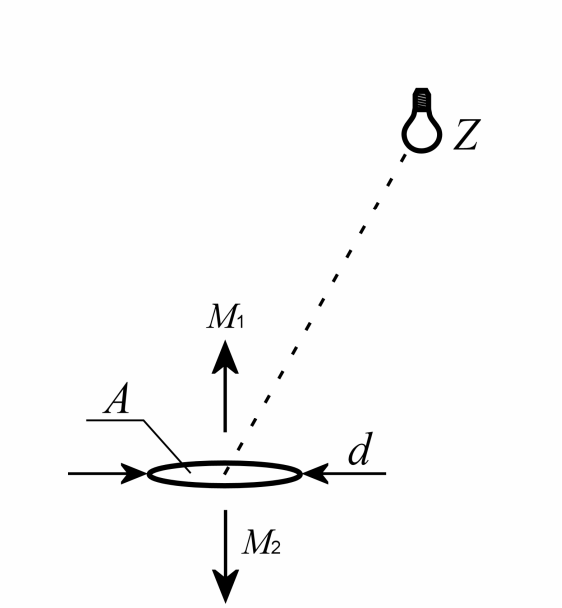
Závěr:

Světelný tok Φ dopadající na plochu A má hodnotu $\Phi_A = \mathbf{0{,}98}$ lm a osvětlenost E plochy A hodnotu $E_A = \mathbf{13{,}9}$ lx. K hodnotě osvětlenosti plošky A v bodě P lze dospět výpočtem světelného toku Φ_A dopadajícího na plochu A a vztažením tohoto toku na plochu A, nebo dosazením do základního vzorce pro výpočet osvětlenosti $E_{P\rho}$ v bodě P obecně položené roviny ρ.

13. Světlení povrchu a integrální činitele odrazu a prostupu

Zadání:

Mějme kruhovou difúzně odrážející a propouštějící plochu A o průměru $d = 1$ m. Integrální činitel odrazu plochy A je $\rho = 0{,}7$ a integrální činitel prostupu materiálu $\tau = 0{,}2$. Na uvažovanou plochu A dopadá světelný tok $\Phi = 30$ lm. Vypočítejte světelní M_1 povrchu A do poloprostoru, v němž je zdroj Z a M_2 do druhého poloprostoru (obr. 16).



Obr. 16 Zdroj Z osvětluje kruhovou plochu A o průměru d.

Řešení:

Světlení M je obecně definováno vztahem (8) uvedeném v příkladu 11.

Průměrná hodnota světlení M plochy A vyzařující (odrážející) tok Φ_V se zjistí ze vztahu (9).

Dopadá-li na difúzně odrážející plochu A tok Φ, odráží se od jejího povrchu do poloprostoru, v němž je zdroj Z světelný tok $\Phi_o = \Phi \cdot \rho$. Obsah kruhové plochy A o průměru d se vypočte z výrazu $A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$. Po dosazení do vztahu (9) pro světlení M_1 vychází

$$M_1 = \frac{\Phi_o}{A} = \frac{\Phi \cdot \rho}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{30 \cdot 0{,}7}{\frac{\pi \cdot 1^2}{4}} = \mathbf{26{,}7}\ \text{lm}\cdot\text{m}^{-2}$$

Tok Φ_p prošlý materiálem do poloprostoru 2 se stanoví z rovnice $\Phi_p = \Phi \cdot \tau$.

Průměrné světlení M_2 do poloprostoru 2 je rovno poměru toku Φ_p a obsahu plochy A

$$M_2 = \frac{\Phi_p}{A} = \frac{\Phi \cdot \tau}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{30 \cdot 0{,}2}{\frac{\pi \cdot 1^2}{4}} = \mathbf{7{,}6}\ \text{lm}\cdot\text{m}^{-2}$$

Závěr:

Zadaná plocha A po dopadu světelného toku $\Phi = 30$ lm ze zdroje Z vykazuje do poloprostoru se zdrojem Z světlení $M_1 = \mathbf{26{,}7}$ lm·m^{-2} při daném integrálním činiteli odrazu ρ plochy A a do opačného poloprostoru $M_2 = \mathbf{7{,}6}$ lm·m^{-2} při daném integrálním činiteli prostupu τ materiálu plochy A.

14. Integrální činitele odrazu, prostupu a pohlcení

Zadání:

Mějme plochu A, na kterou dopadá světelný tok $\Phi = 1000$ lm. 72 % světelného toku Φ se od plochy A odrazí a 230 lm látkou projde. Určete činitel pohlcení α materiálu plochy A.

Řešení:

Světelně technické vlastnosti látek charakterizují tři bezrozměrné integrální činitele: činitel odrazu ρ, činitel prostupu τ a činitel pohlcení α. Tyto činitele určují jaká část dopadajícího světelného toku Φ se odrazí, projde látkou a je látkou pohlcena. Platí tedy

$$\rho + \tau + \alpha = 1 \qquad (15)$$

Pokud se podle zadání 72 % dopadajícího světelného toku Φ odrazí, je činitel odrazu $\rho = \mathbf{0,72}$. Dále víme, že látkou projde světelný tok $\Phi_\tau = 230$ lm, což je 23 % z dopadajícího světelného toku $\Phi = 1000$ lm. Činitel prostupu je tedy $\tau = \mathbf{0,23}$. Činitel pohlcení α se pak stanoví dosazením do rovnice (15) z výrazu

$$\alpha = 1 - \rho - \tau = 1 - 0{,}72 - 0{,}23 = \mathbf{0,05}$$

Závěr:

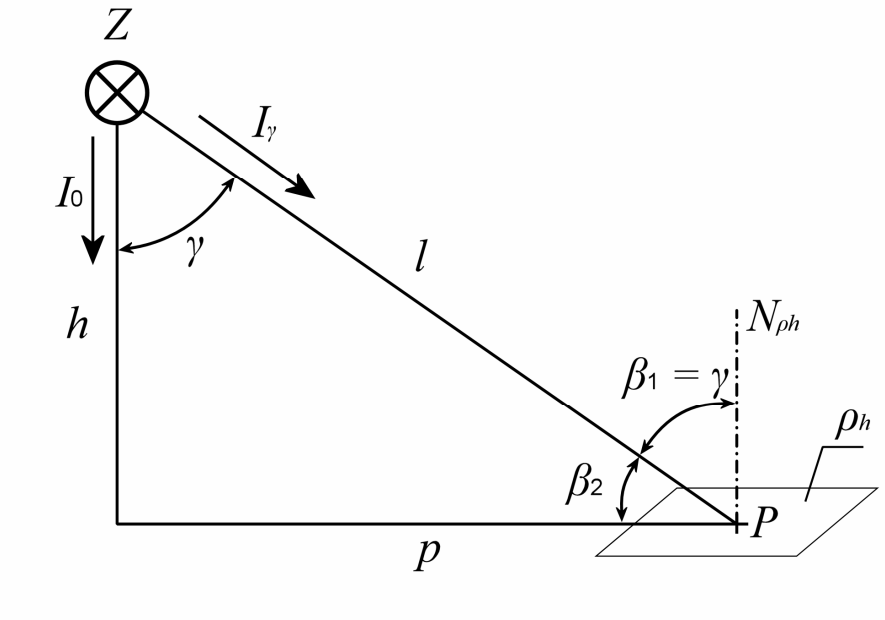
Integrální činitele odrazu ρ, prostupu τ a pohlcení α určují, jaká část světelného toku Φ, dopadající např. na danou plochu A, se odrazí, projde a je pohlcena materiálem plochy.

Sledovaný materiál plochy A vykazuje tedy při integrálním činiteli odrazu $\rho = \mathbf{0,72}$, hodnotu integrálního činitele prostupu $\tau = \mathbf{0,23}$ a hodnotu integrálního činitele pohlcení $\alpha = \mathbf{0,05}$.

15. Osvětlenost v poli bodového zdroje

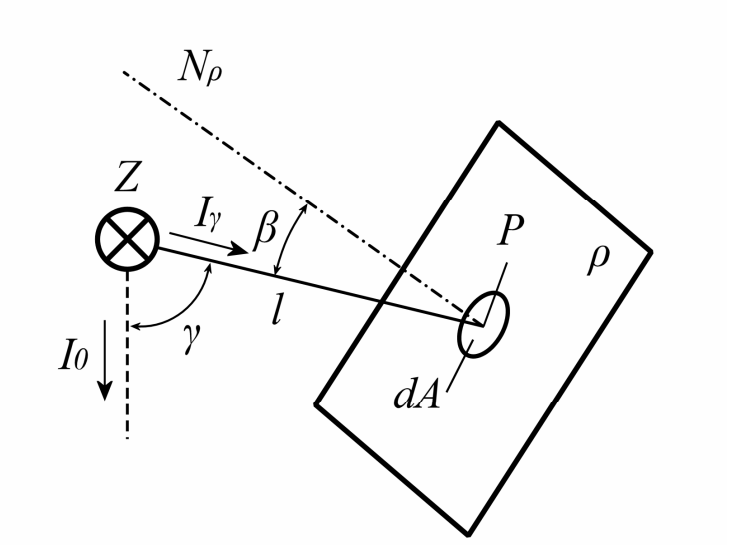
Zadání:

Určete osvětlenost $E_{P\rho h}$ vodorovné srovnávací roviny ρ_h v bodě P, kterou zajistí jediný bodový zdroj Z. Rozložení svítivosti rotačně souměrně vyzařujícího zdroje vystihuje čára svítivosti, jejíž tvar matematicky popisuje funkce $f_I(\gamma) = \cos^2\gamma$. Vztažná svítivost $I_0 = 150$ cd, $h = 3$ m, $p = 4$ m (viz obr. 17).



Obr. 17 Geometrické uspořádání zdroje Z a kontrolního bodu P ve vodorovné srovnávací rovině ρ_h. V bodě P je vztyčena normála $N_{\rho h}$ vodorovné srovnávací roviny ρ_h (svislá čerchovaná čára).

Řešení:



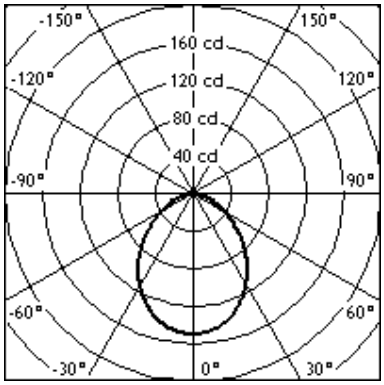
Obr. 18 Bodový zdroj Z osvětluje plošku dA v rovině ρ v okolí kontrolního bodu P. Ve směru ke kontrolnímu bodu P vykazuje zdroj Z svítivost I_γ.

Osvětluje-li se bodovým zdrojem Z ze vzdálenosti l ploška dA tvořící okolí bodu P v rovině ρ a svírá-li normála N_ρ roviny ρ úhel β s paprskem l, lze odvodit pro osvětlenost $E_{P\rho}$ v bodě P roviny ρ bodovým zdrojem výraz

$$E_{P\rho} = \frac{I_\gamma \cdot \cos\beta}{l^2} \qquad \text{(lx; cd, m}^2\text{)} \qquad (16)$$

Křivka svítivosti uvažovaného rotačně souměrně vyzařujícího zdroje Z je v závislosti na úhlu γ popsána funkcí $f_I(\gamma) = \cos^2\gamma$, tj. pro hledanou svítivost I_γ platí vztah

$$I_\gamma = I_0 \cdot f_I(\gamma) = I_0 \cdot \cos^2\gamma \qquad (17)$$



Obr. 19 Znázornění průběhu charakteristické funkce $f_I(\gamma) = \cos^2\gamma$ v polárních souřadnicích.

Pro úhel γ vyplývá z obr. 17 vztah

$$\gamma = \beta_1 = \operatorname{arctg}\frac{p}{h} = \operatorname{arctg}\frac{4}{3} = 53{,}13° \qquad (18)$$

Vzdálenost l se stanoví z rovnice

$$l = \sqrt{h^2 + p^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

Svítivost I_γ uvažovaného zdroje ve směru pod úhlem $\gamma = 53{,}13°$ se zjistí ze vztahu

$$I_\gamma = I_0 \cdot \cos^2\gamma = 150 \cdot (\cos(53{,}13°))^2 = 54 \text{ cd} \qquad (19)$$

Po dosazení do rovnice (16) pro osvětlenost $E_{P\rho h}$ horizontální roviny ρ_h v bodě P, kdy $\beta_1 = \gamma$, vychází

$$E_{P\rho h} = \frac{I_\gamma \cdot \cos\beta_1}{l^2} = \frac{54 \cdot \cos(53{,}13°)}{5^2} = \mathbf{1{,}3} \text{ lx}$$

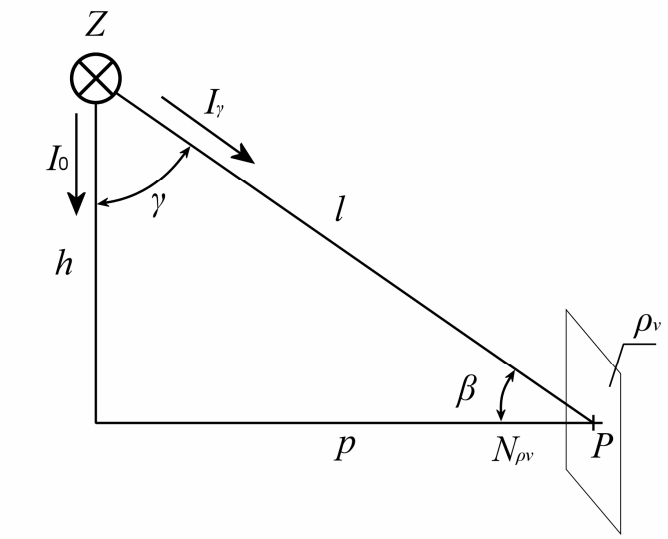
Závěr:

Osvětlenost $E_{P\rho h}$ vodorovné srovnávací roviny ρ_h v bodě P ve vzdálenosti 5 m bodovým zdrojem Z ($I_\gamma = 54$ cd) podle zadání je rovna $E_{P\rho h} = \mathbf{1{,}3}$ lx.

16. Osvětlenost v poli bodového zdroje

Zadání:

Určete osvětlenost $E_{P\rho v}$ svislé srovnávací roviny ρ_v kolmé k úsečce p v bodě P, kterou zajistí jeden bodový zdroj Z. Rozložení svítivosti zdroje vystihuje čára svítivosti, jejíž tvar matematicky popisuje funkce $f_1(\gamma) = \cos^2\gamma$. Vztažná svítivost $I_0 = 150$ cd, $h = 3$ m, $p = 4$ m (viz obr. 20).



Obr. 20 Geometrické uspořádání zdroje Z a kontrolního bodu P ve vertiklání rovině ρ_v.

Řešení:

Pro výpočet osvětlenosti $E_{P\rho}$ v bodě P obecné roviny ρ platí vztah (16) z příkladu 15.

Rozložení svítivosti uvažovaného rotačně souměrně vyzařujícího zdroje je i v tomto případě popsána charakteristickou funkcí $f_1(\gamma) = \cos^2\gamma$ a tedy i rovnicí (19) z příkladu 15.

Úhel γ se i v tomto případě stanoví z rovnice (18), tj. $\gamma = 53{,}13°$ a tudíž je shodná i svítivost ve směru pod úhlem γ, tj. podle rovnice (19) $I_\gamma = 54$ cd.

Pro úhel β z obr. 20 vyplývá

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{h}{p} = \operatorname{arctg}\frac{3}{4} = 36{,}87° \Rightarrow \cos\beta = 0{,}7999$$

Vzdálenost l kontrolního bodu P od zdroje Z se, v souladu s obr. 20, vypočte z rovnice

$$l = \sqrt{h^2 + p^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

Nyní můžeme dosadit získané hodnoty do vztahu pro osvětlenost $E_{P\rho v}$ vertikální roviny ρ_v v bodě P

$$E_{P\rho v} = \frac{I_\gamma \cdot \cos\beta}{l^2} = \frac{54 \cdot \cos(36{,}87°)}{5^2} = \mathbf{1{,}7} \text{ lx}$$

Závěr:

Osvětlenost $E_{P\rho v}$ svislé roviny ρ_v v bodě P ve vzdálenosti 5 m bodovým zdrojem Z ($I_\gamma = 54$ cd) je rovna $E_{P\rho h} = \mathbf{1{,}7}$ lx.

17. Světlení plochy v poli dvou bodových zdrojů

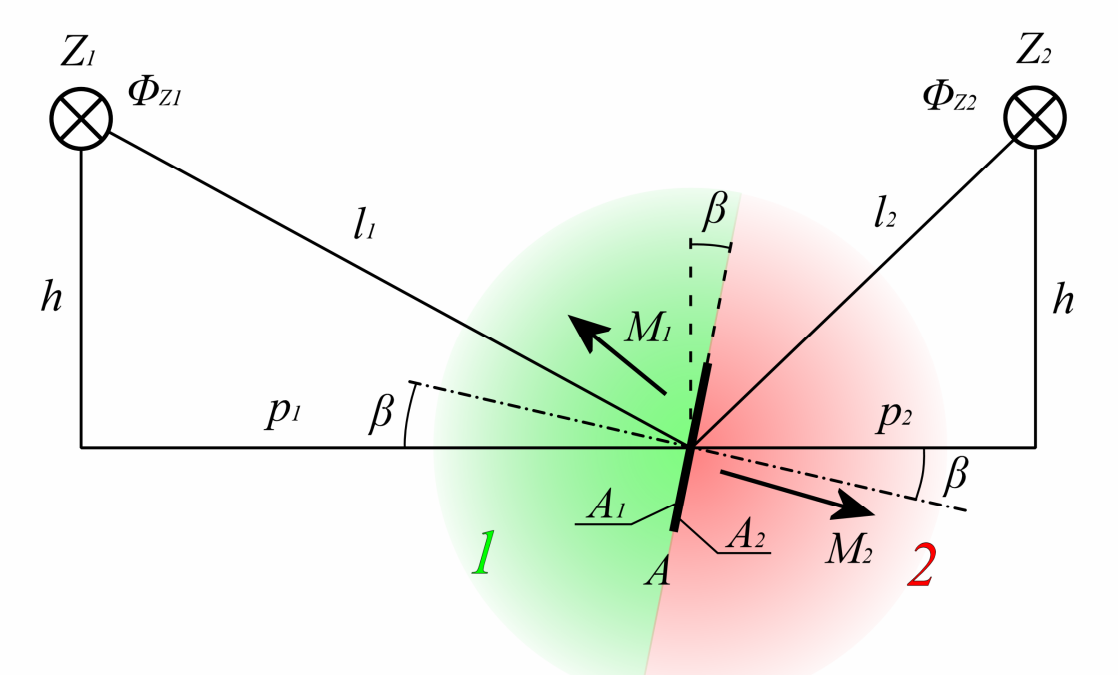
Zadání:

Určete světlení M_1 a M_2 obou stran rovinné plošky A o rozměrech 10 x 20 cm, která se nachází v poli dvou bodových zdrojů Z_1 a Z_2 (obr. 21), vyzařujících světelné toky Φ_{Z1} a Φ_{Z2} s konstantní svítivostí do celého prostoru.

Výpočet proveďte za předpokladu, že ploška A vykazuje:

1. oboustranně shodný rovnoměrně rozptylný odraz i prostup, $\Phi_{Z1} = \Phi_{Z2} = 2900$ lm.
2. integrální činitel odrazu $\rho = 0{,}5$, integrální činitel prostupu $\tau = 0{,}15$.

Při řešení uvažujte: $h = 1$ m, $p_1 = 2$ m, $p_2 = 1$ m, $\beta = 20°$.



Obr. 21 Zdroje světla Z_1 a Z_2 osvětlují povrchy A_1 a A_2 plochy A, jejíž normála svírá s vodorovnou rovinou úhel β.

Řešení:

Průměrná hodnota světlení M povrchu plochy A, který vyzařuje tok Φ_v , je v souladu s rovnicemi (8) a (9) rovna poměru $\Phi v / A$.

Celkový tok Φ_{v1} , který v daném případě vyzařuje povrch A_1 plochy A, se skládá z toku:

1. $[\rho \cdot \Phi_{Z1 \to A1}]$
   což je tok $\Phi_{Z1 \to A1}$ dopadlý ze zdroje Z_1 na A_1 a odrazí se od povrchu A_1 s činitelem odrazu ρ,
2. $[\tau \cdot \Phi_{Z2 \to A2}]$
   což je tok $\Phi_{Z2 \to A2}$ dopadlý ze zdroje Z_2 na povrch A_2 a prošlý (s činitelem prostupu τ) materiálem plochy A na povrch A_1.

Pro tok Φ_{v1} , který povrch A_1 vyzařuje, platí tedy rovnice

$$\Phi_{v1} = \left[\rho \cdot \Phi_{(Z1 \to A1)}\right] + \left[\tau \cdot \Phi_{(Z2 \to A2)}\right] \qquad (20)$$

Celkový tok Φ_{v2} , který v daném případě vyzařuje povrch A_2 plochy A, se skládá z toku:

1. $[\rho \cdot \Phi_{Z2 \to A2}]$
   což je tok $\Phi_{Z2 \to A2}$ dopadlý ze zdroje Z_2 na A_2 a odrazí se od povrchu A_2 s činitelem odrazu ρ,
2. $[\tau \cdot \Phi_{Z1 \to A1}]$
   což je tok $\Phi_{Z1 \to A1}$ dopadlý ze zdroje Z_1 na povrch A_1 a prošlý (s činitelem prostupu τ) materiálem plochy A na povrch A_2.

Pro tok Φ_{v2} , který povrch A_2 vyzařuje, platí tedy rovnice

$$\Phi_{v2} = \left[\rho \cdot \Phi_{(Z2 \to A2)}\right] + \left[\tau \cdot \Phi_{(Z1 \to A1)}\right] \qquad (21)$$

Z výrazů (20) a (21) vyplývá, že je nejprve třeba stanovit tok $\Phi_{Z1 \to A1}$ dopadající ze zdroje Z_1 na povrch A_1, potažmo tok $\Phi_{Z2 \to A2}$ dopadající ze zdroje Z_2 na povrch A_2.

Připomeňme, že průměrná svítivost I_p bodového zdroje v mezích určitého prostorového úhlu Ω je rovna poměru světelného toku Φ vyzářeného zdrojem do zmíněného úhlu Ω a velikostí tohoto prostorového úhlu, tj. platí

$$I_p = \frac{\Phi}{\Omega} \qquad \text{(cd; lm, sr)} \qquad (22)$$

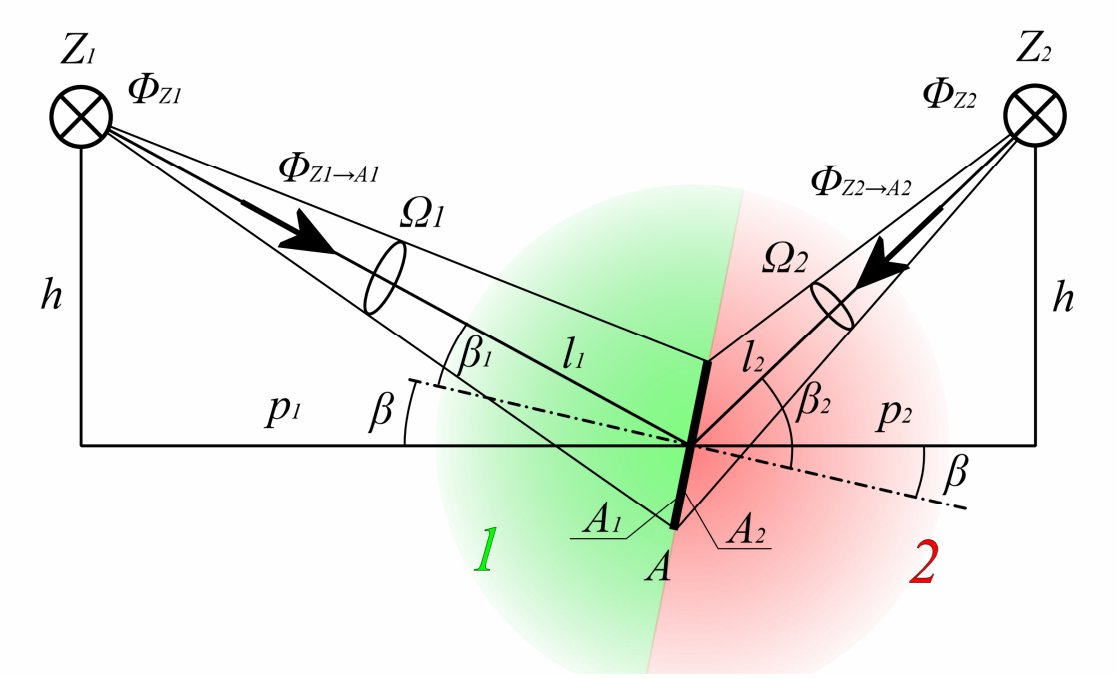
V daném případě každý zdroj vyzařuje tok $\Phi = 2900$ lm a svítivost I obou zdrojů je stejná a konstantní do všech směrů celého prostoru [$\Omega = 4\pi$]. Svítivost I zdroje Z_1 , resp. Z_2 do libovolného směru prostoru se tedy v souladu s rovnicí (22) zjistí ze vztahu

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{2900}{4 \cdot \pi} = 230{,}77 \text{ cd} \doteq \mathbf{231} \text{ cd}$$

Z obecného vztahu (22) dále vyplývá, že světelný tok Φ, který bodový zdroj vyzáří do prostorového úhlu Ω, se stanoví jako součin průměrné (v mezích zmíněného Ω) svítivosti I_p zdroje a velikosti Ω,

$$\Phi = I_p \cdot \Omega \qquad \text{(lm; cd, sr)} \qquad (23)$$

Protože svítivost $I_p = I = 231$ cd obou zdrojů Z_1 a Z_2 je shodná a konstantní do celého prostoru, postačuje ke stanovení toků $\Phi_{Z1 \to A1}$, resp. $\Phi_{Z2 \to A2}$ zjistit prostorové úhly Ω_1 a Ω_2 , pod nimiž je plocha A vidět z bodu Z_1 , resp. Z_2 viz obr. 22.



Obr. 22 K výpočtu prostorových úhlů Ω_1 a Ω_2.

Prostorové úhly Ω_1 a Ω_2 lze vypočítat podle vztahů

$$\Omega_1 = \frac{A \cdot \cos\beta_1}{l_1^2}; \quad \Omega_2 = \frac{A \cdot \cos\beta_2}{l_2^2}$$

kde $A_1 = A_2 = 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02\ \mathrm{m}^2$

$$\beta_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{p_1}\right) - \beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right) - 20° = 6{,}57°$$

$$l_1 = \sqrt{p_1^2 + h^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}\ \mathrm{m}$$

$$\beta_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{p_2}\right) + \beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{1}\right) + 20° = 65°$$

$$l_1 = \sqrt{p_2^2 + h^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ \mathrm{m}$$

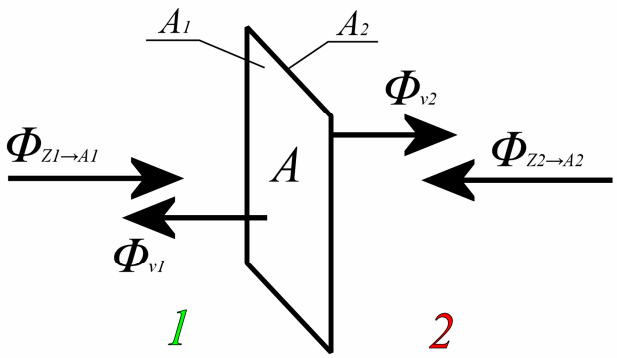
$$\Omega_1 = \frac{A_1 \cdot \cos\beta_1}{l_1^2} = \frac{0{,}02 \cdot \cos(6{,}57°)}{\left(\sqrt{5}\right)^2} = 3{,}97 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{sr}$$

$$\Omega_2 = \frac{A_2 \cdot \cos\beta_2}{l_2^2} = \frac{0{,}02 \cdot \cos(65°)}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 4{,}23 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{sr}$$

Při známé svítivosti I obou zdrojů a vypočtených prostorových úhlech Ω_1 a Ω_2 lze již podle rovnice (23) stanovit světelné toky $\Phi_{Z1\to A1}$ a $\Phi_{Z2\to A2}$ vyzařované zdroji Z_1 a Z_2 do prostorových úhlů Ω_1 a Ω_2. Po dosazení do výrazu (23) pro toky $\Phi_{Z1\to A1}$ a $\Phi_{Z2\to A2}$ vychází

$$\Phi_{Z1\to A1} = I \cdot \Omega_1 = 231 \cdot 3{,}97 \cdot 10^{-3} = 0{,}92 \text{ lm}$$

$$\Phi_{Z2\to A2} = I \cdot \Omega_2 = 231 \cdot 4{,}23 \cdot 10^{-3} = 0{,}98 \text{ lm}$$



Obr. 23 Ke stanovení toků Φ_{v1} a Φ_{v1} vycházejících z povrchu A_1, resp. povrchu A_2 plochy A.

Po dosazení toků $\Phi_{Z1\to A1}$ a $\Phi_{Z2\to A2}$ do rovnic (20) a (21) se již stanoví tok Φ_{v1} vycházející z povrchu A_1 a tok Φ_{v2} vycházející z povrchu A_2.

$$\Phi_{v1} = \left[\rho \cdot \Phi_{(Z1\to A1)}\right] + \left[\tau \cdot \Phi_{(Z2\to A2)}\right] = \left[0{,}5 \cdot 0{,}92\right] + \left[0{,}15 \cdot 0{,}98\right] = \mathbf{0{,}61} \text{ lm}$$

$$\Phi_{v2} = \left[\rho \cdot \Phi_{(Z2\to A2)}\right] + \left[\tau \cdot \Phi_{(Z1\to A1)}\right] = \left[0{,}5 \cdot 0{,}98\right] + \left[0{,}15 \cdot 0{,}92\right] = \mathbf{0{,}63} \text{ lm}$$

Hledané průměrné hodnoty světlení M_1 a M_2 se získají vztažením toků Φ_{v1} a Φ_{v2} na obsah plochy A

$$M_1 = \frac{\Phi_{v1}}{A} = \frac{0{,}61}{0{,}02} = \mathbf{30{,}5} \text{ lm·m}^{-2}$$

$$M_2 = \frac{\Phi_{v2}}{S_A} = \frac{0{,}63}{0{,}02} = \mathbf{31{,}5} \text{ lm·m}^{-2}$$

Závěr:

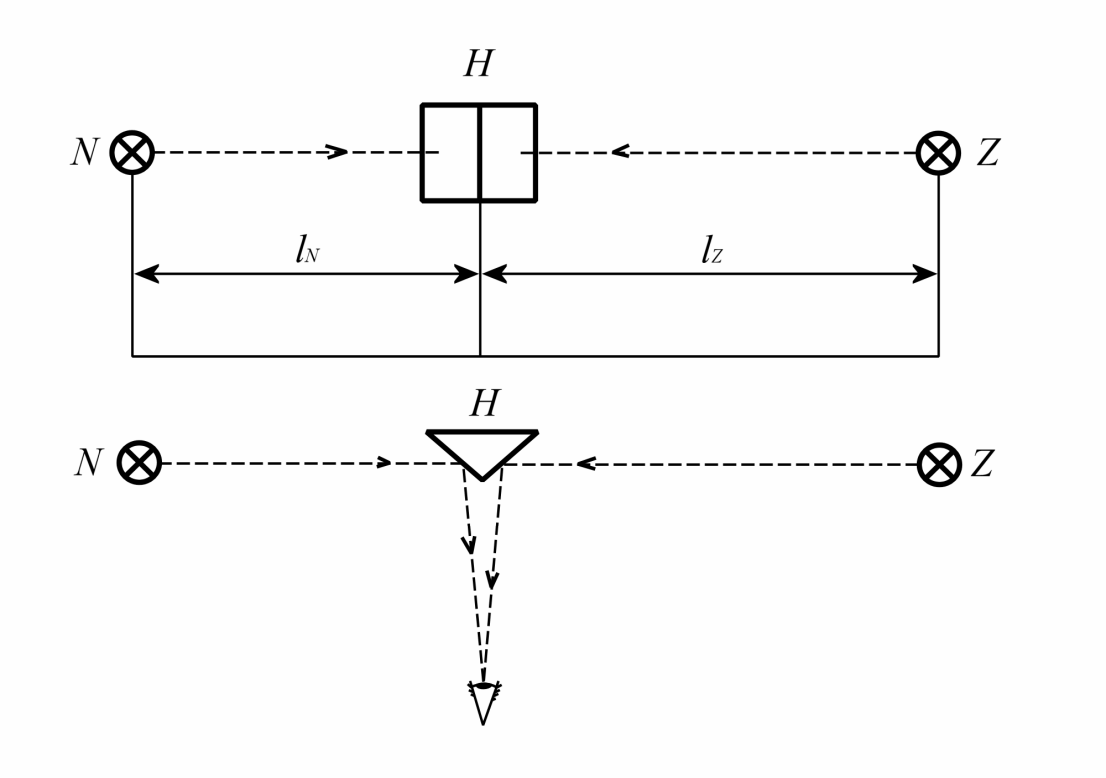
Abychom mohli zjistit průměrné hodnoty světlení M obou stran rovinné plochy A v poli dvou světelných bodových zdrojů Z_1 a Z_2 s daným světelným tokem Φ, bylo nejprve třeba vypočítat svítivost I zdrojů a určením prostorové úhly Ω_1 , resp. Ω_2 , pod kterými jsou povrchy A_1 a A_2 plochy A z bodových zdrojů Z_1 , resp. Z_2 , vidět. Poté již bylo možno vyřešit světelné toky $\Phi_{Z1\to A1}$, resp. $\Phi_{Z2\to A2}$, dopadající na povrch A_1 , resp. A_2 , plochy A. Z toků $\Phi_{Z1\to A1}$ a $\Phi_{Z2\to A2}$ pak byly stanoveny toky Φ_{v1} , resp. Φ_{v2} , vycházející z povrchů A_1 , resp. A_2 a jejich vztažením ne velikost plochy A byly konečně určeny hledané hodnoty světlení $M_1 = \mathbf{30{,}5}$ lm·m^{-2} a $M_2 = \mathbf{31{,}5}$ lm·m^{-2} obou sledovaných povrchů.

18. Určení svítivosti zdroje vizuální metodou na fotometrické lavici

Zadání:

Na fotometrické lavici byla vizuální metodou měřena svítivost světelného zdroje Z (obr. 24). Určete svítivost zdroje Z za předpokladu, že je dáno:

1. svítivost normálu $I_N = 103{,}4$ cd,
2. vzdálenost normálu $l_N = 1$ m,
3. vzdálenost měřeného zdroje $l_Z = 2{,}43$ m.



Obr. 24 Geometrické uspořádání zdrojů N a Z, hranolu H na fotometrické lavici a znázornění pozice pozorovatele při vizuálním měření svítivosti přímým pozorováním. Pozorovatel změnou polohy fotometru (hranolu H) nastavuje stejný jas obou v okuláru sledovaných povrchů.

Řešení:

Po vyrovnání jasů stěn fotometrického hranolu pozorovatelem podle obr. 24 platí vztah

$$\frac{I_Z}{I_N} = \frac{l_Z^{\,2}}{l_N^{\,2}}$$

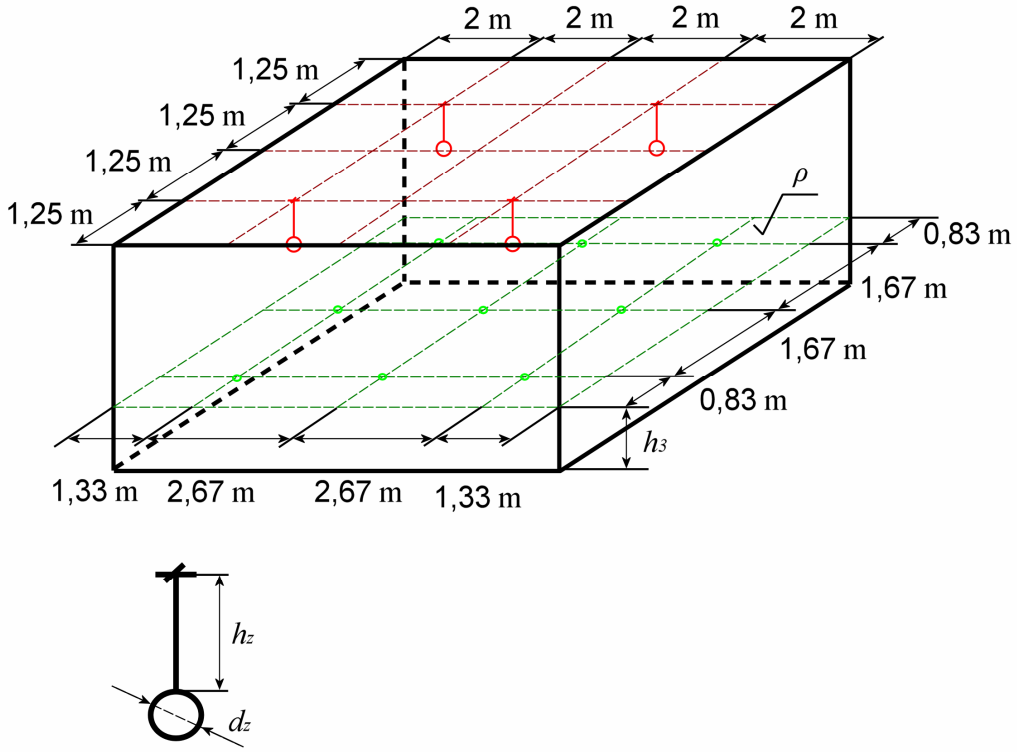
Stačí tedy vyjádřit I_Z a dosadit

$$I_Z = \frac{l_Z^{\,2} \cdot I_N}{l_N^{\,2}} = \frac{2{,}43^2 \cdot 103{,}4}{1^2} \doteq \mathbf{611}\ \text{cd}$$

19. Výpočet osvětlenosti v místnosti se čtyřmi svítidly bodového typu

Zadání:

Určete průměrnou hladinu osvětlenosti E_p srovnávací roviny ρ a rovnoměrnost r osvětlení v místnosti o půdorysu 8x5 m a výšce $h = 3{,}5$ m. Místnost je osvětlena čtyřmi svítidly opatřenými rozptylným krytem ve tvaru koule. Umístění svítidel je zakótováno v obr. 25. Délka závěsu svítidel pod stropem je $h_z = 0{,}8$ m.
Světelný tok každého svítidla je $\Phi_Z = 21170$ lm, vztažná svítivost $I_0' = 80$ cd/klm. Průměr rozptylných krytů svítidel $d_z = 0{,}25$ m. Kontrolní body jsou na srovnávací rovině rozmístěny podle obr. 25. Srovnávací rovina ρ se nachází ve výšce 0,85 m nad podlahou.



Obr. 25 Místnost o půdorysu 8x5 m je osvětlena čtyřmi zavěšenými (délka závěsu $h_z = 0{,}8$ m) svítidly (označeny červeně) s rozptylným krytem ve tvaru koule o průměru $d_z = 0{,}25$ m. Výška místnosti je $h = 3{,}5$ m. Srovnávací rovina ρ se uvažuje ve výšce $h_3 = 0{,}85$ m. Osvětlenost se ověřuje v devíti kontrolních bodech (označeny zeleně).

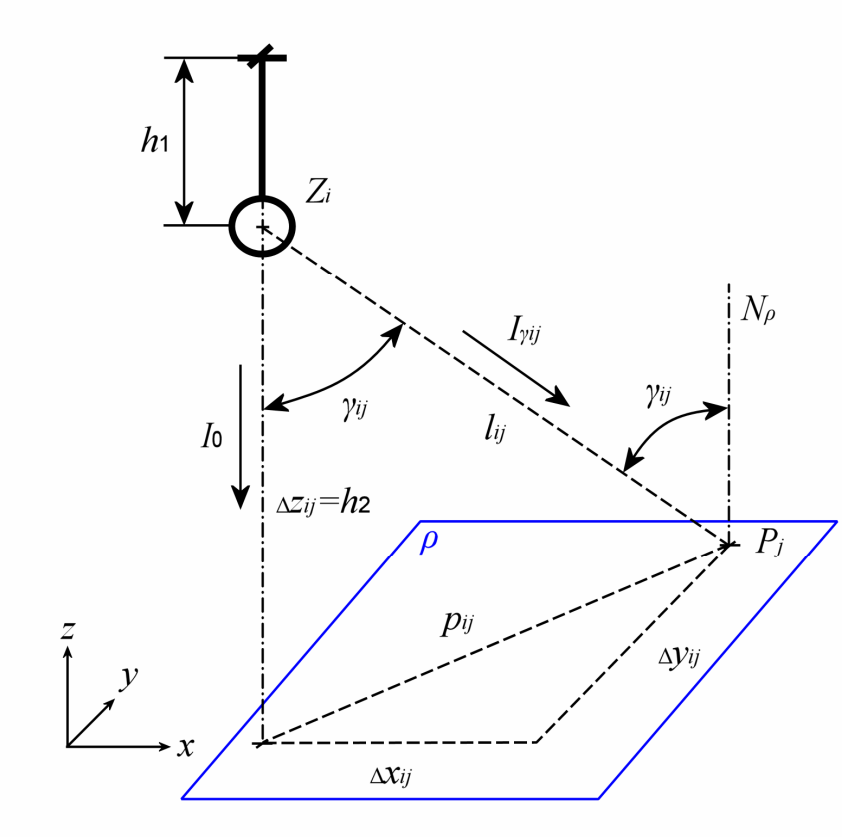
Řešení:

Aby bylo možné určit průměrnou hladinu osvětlenosti E_p a rovnoměrnost osvětlení r, je potřeba nejprve spočítat osvětlenosti v jednotlivých měřicích bodech od všech čtyř svítidel, tzn. spočítat osvětlenosti v daném bodě postupně pro jednotlivá svítidla a pak je sečíst. Osvětlenost v bodě P_j vodorovné srovnávací roviny ρ_0 od svítidla Z_i (podle obr. 26)

$$E_{ij} = \frac{I_{\gamma ij}}{l_{ij}^{\,2}} \cdot \cos\gamma_{ij} \qquad (24)$$

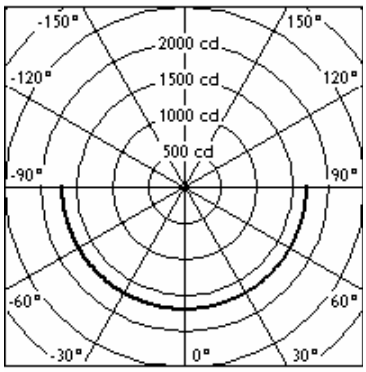
kde I_{ij} je je svítivost ve směru γ podle obr. 26,
l_{ij} je vzdálenost bodu P_j od zdroje Z_i ,
γ_{ij} je úhel mezi normálou N_ρ a úsečkou l_{ij}.

Ke stanovení osvětlenosti ve vybraném kontrolním bodě P_j bude tedy třeba určit vzdálenost l_{ij} bodu P_j od svítidla Z_i a dále úhel γ_{ij} mezi normálou srovnávací roviny N_ρ a úsečkou l_{ij}, který je při daném uspořádání totožný s úhlem mezi normálou srovnávací roviny N_ρ a úsečkou l_{ij} podle obr. 26.



Obr. 26 Svítidlo Z_i osvětluje bod P_j srovnávací roviny ρ.

Jelikož jsou svítidla osazena rozptylnými kryty kulového tvaru, uvažujme, že svítivost svítidel bude do všech směrů konstantní a tudíž svítivost I_γ bude pro všechny úhly γ rovna vypočtené svítivosti vztažné I_0 (viz obr. 27).



Obr. 27 Křivka svítivosti svítidla s ideálně rozptylným kulovým krytem.

Byla zadána svítivost I_0‘ vztažená na klm. K získání aktuální svítivosti pro dané světelné zdroje se světleným tokem $\Phi_z = 21170$ lm použijeme vztah

$$I_0 = \frac{I_0'}{1000} \cdot \Phi_Z = \frac{80}{1000} \cdot 21170 = 1694 \text{ cd} = I_\gamma \qquad (25)$$

Výška h_2 (viz obr. 25) je pro kombinaci všech svítidel Z_i a bodů P_j srovnávací roviny ρ totožná.

$$h_2 = h - h_1 - h_3 = h - \left(h_z + \frac{d_z}{2} \right) - h_3 = 3{,}5 - \left(0{,}8 + \frac{0{,}25}{2} \right) - 0{,}8 = 1{,}775 \text{ m} \tag{26}$$

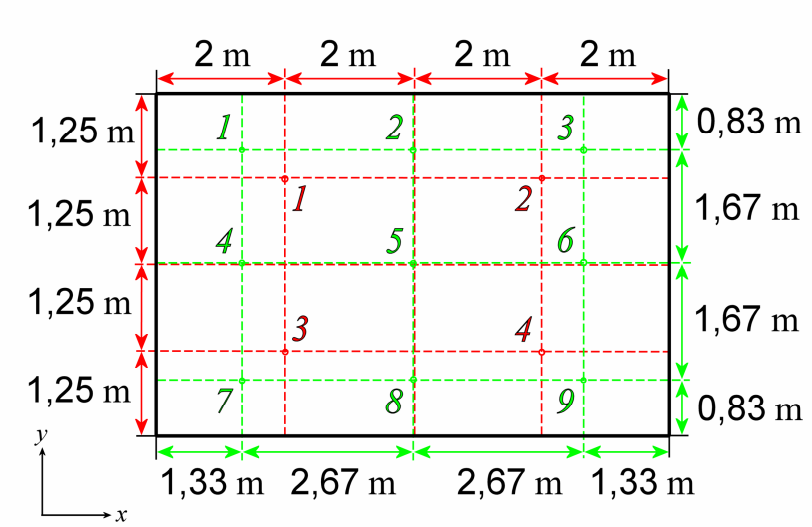
kde h je výška místnosti podle zadání,
h_1 je vzdálenost světelného středu svítidla od stropu (viz obr. 26),
h_3 je výška srovnávací roviny (viz obr. 25),
h_z je délka závěsu svítidla (viz obr. 25),
d_z je průměr baňky svítidla (viz obr. 25).

Pro výpočet úhlů γ_{ij} a vzdáleností l_{ij} dosadíme Δx_{ij}, Δy_{ij} a Δz_{ij} (viz obr. 26) do vztahů

$$l_{ij} = \sqrt{\Delta x_{ij}^{\ 2} + \Delta y_{ij}^{\ 2} + \Delta z_{ij}^{\ 2}} \tag{27}$$

$$\gamma_{ij} = \operatorname{arctg}\left(\frac{p_{ij}}{\Delta z_{ij}} \right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{\Delta x_{ij}^{\ 2} + \Delta y_{ij}^{\ 2}}}{\Delta z_{ij}} \right) \tag{28}$$

Hodnoty Δx_{ij} a Δy_{ij} lze odečíst z obr. 28.



Obr. 28 Půdorys místnosti.
Zelená čísla označují kontrolní body, červená čísla vyznačují umístění svítidel.

Při užití značení kontrolních bodů a svítidel dle obr. 28 vycházejí hodnoty vzdálenosti l_{1j} a úhlu γ_{1j} (svítidlo Z_1 viz obr. 26) jak uvedeno v tab. 1.

j - číslo bodu			l_{1j} (m)			γ_{1j} (°)		
1	2	3	1,943	2,707	5,014	24,013	49,024	69,265
4	5	6	2,272	2,952	5,15	38,625	53,035	69,839
7	8	9	3,482	3,96	5,787	59,354	63,365	72,137

Tab. 1 Vzdálenosti l_{1j} a úhly γ_{1j} jednotlivých kontrolních bodů P_j od svítidla Z_1.
Body P_j jsou v tabulce umístěny dle obr. 28.

Po dosazení hodnot z tab. 1 do vztahu (24) pro výpočet osvětlenosti E_{ij} vychází hodnoty osvětleností sestavené do tab. 2

j – číslo bodu			E_{1j} (lx)		
1	2	3	409,878	151,590	23,856
4	5	6	256,381	116,894	22,013
7	8	9	71,219	48,428	15,516

Tab. 2 Hodnoty osvětlenosti E_{1j} srovnávací roviny v kontrolních bodech P_j zajištěné svítidlem Z_1.

Osvětlenosti v tab. 2 zahrnují světelný tok pouze od svítidla Z_1. Podle obr. 28 jsou měřicí body P_j a svítidla Z_i rozmístěny symetricky. Ze symetrie plynou rovnosti osvětleností

$$E_{11} = E_{23} = E_{37} = E_{49} \tag{29}$$

$$E_{12} = E_{22} = E_{38} = E_{48} \tag{30}$$

$$E_{13} = E_{21} = E_{39} = E_{47} \tag{31}$$

$$E_{14} = E_{34} = E_{26} = E_{46} \tag{32}$$

$$E_{15} = E_{25} = E_{35} = E_{45} \tag{33}$$

$$E_{16} = E_{24} = E_{36} = E_{44} \tag{34}$$

$$E_{17} = E_{31} = E_{29} = E_{43} \tag{35}$$

$$E_{18} = E_{32} = E_{28} = E_{42} \tag{36}$$

$$E_{19} = E_{27} = E_{33} = E_{41} \tag{37}$$

Pro výpočet celkových osvětleností v kontrolních bodech P_j od všech svítidel lze tedy použít hodnoty z tab. 2. Pro každý bod P_j platí vztah

$$E_j = E_{1j} + E_{2j} + E_{3j} + E_{4j} \tag{38}$$

Např. pro výpočet osvětlenosti E_1 v bodě P_1 bude platit

$$E_1 = E_{11} + E_{21} + E_{31} + E_{41} = E_{11} + E_{13} + E_{17} + E_{19}\,, \tag{39}$$

přičemž hodnoty E_{11}, E_{13}, E_{17} a E_{19} jsou již spočteny v tab. 2. Výsledné celkové hodnoty osvětleností v kontrolních bodech jsou uvedeny v tab. 3.

j – číslo bodu			E_j (lx)		
1	2	3	520,469	400,036	520,469
4	5	6	556,788	467,576	556,788
7	8	9	520,469	400,036	520,469

Tab. 3 Celkové osvětlenosti E_j v kontrolních bodech P_j srovnávací roviny.

Z důvodu symetrie místnosti, rozložení kontrolních bodů P_j a svítidel Z_i jsou některé hodnoty osvětleností shodné

$$E_1 = E_3 = E_7 = E_9, \quad E_2 = E_8, \quad E_4 = E_6$$

Průměrná hodnota osvětlenosti E_P se stanoví z údajů v tab. 3 podle vztahu

$$E_P = \frac{\sum_{j=1}^{9} E_j}{9} = \frac{4463}{9} = 495{,}9 \text{ lx} \tag{40}$$

Rovnoměrnost r lze získat ze vztahu

$$r = \frac{\min \sum_{j=1}^{9} E_j}{E_P} = \frac{400{,}036}{495{,}9} = 0{,}807 \tag{41}$$

Závěr:

Aby bylo možné určit průměrnou hladinu osvětlenosti E_P srovnávací roviny ρ, bylo nejprve třeba zjistit osvětlenosti E_{ij} kontrolních bodů P_j od jednotlivých svítidel Z_i. Poté byly sečteny v daných kontrolních bodech P_j osvětlenosti E_j od všech čtyř svítidel Z_i a jejich aritemtickým průměrem byla získána průměrná hladina osvětlenosti E_P. Rovnoměrnost r byla určena poměrem nejmenší hodnoty získané osvětlenosti v kontrolním bodě E_j a průměrné hladiny osvětlenosti E_P.

Pro osvětlení pracovních prostorů dle normy ČSN EN 12464-1 je třeba navrhnout osvětlovací soustavu tak, aby po celou dobu provozu soustavy v udržovacím období navrženém v projektu byla zajištěna udržovaná osvětlenost E_m . Udržovaná osvětlenost je tedy hodnota místně průměrné osvětlenosti na daném povrchu, pod kterou nesmí osvětlenost po dobu zvoleného cyklu údržby poklesnout. Hodnota udržované osvětlenosti E_m se získá z hodnoty průměrné osvětlenosti E_P vynásobením udržovacím činitelem z, jehož hodnota závisí zejména na využití místnosti, čistotě prostoru a na délce cyklu údržby a pohybuje se od 0,5 pro silně znečištěné prostory až po 0,8 a vyšší hodnoty pro velmi čisté místnosti s nižší roční dobou využití). Pokud by se uvažoval např. udržovací činitel $z = 0{,}7$ (čistá místnost, 3-letý cyklus údržby), bude v daném případě udržovaná osvětlenost rovna

$$E_m = E_P \cdot z = 496 \cdot 0{,}7 = 347 \text{ lx}$$

Pozn. V souladu s normou ČSN EN 12464-1 je v pracovních prostorech nezbytné splnit i řadu dalších požadavků, zejména zabránit oslnění (UGR_L) a zajistit vhodné podání barev (index podání barev $R_a > 80$).

20. Výpočet rozložení toku rotačně souměrně vyzařujícího svítidla bodového typu

Zadání:

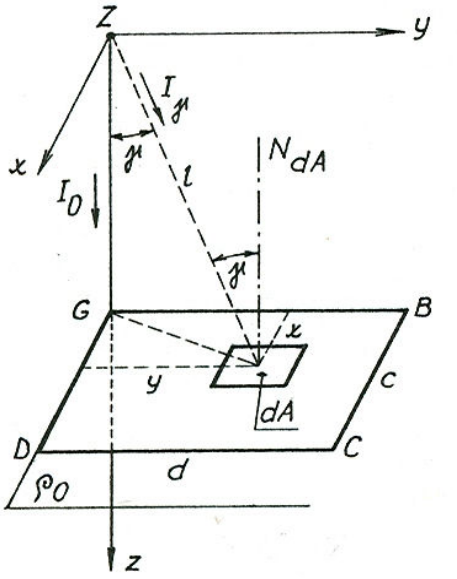
Vypočtěte světelné toky dopadající z difúzně vyzařujícího svítidla bodového typu na stěny a na srovnávací rovinu místnosti ve tvaru kvádru o délce = 8 m, šířce = 4 m, výšce = 3,25 m.

Svítidlo je zapuštěno uprostřed stropu, jeho vyzařovací plocha je v rovině stropu a jeho svítivost v kolmém směru je I_0 (cd).

Dáno: - srovnávací rovina je umístěna ve výši 0,85 m nad podlahou;
- výška h svítidla (i stropu) nad srovnávací rovinou je h = 3,25 – 0,85 = 2,4 m;
- pro svítivost difúzně vyzařujícího svítidla platí výraz $I_\gamma = I_0 \cdot f_1(\gamma) = I_0 \cdot \cos\gamma$.

Řešení:

1. Výpočet světelného toku Φ_0 dopadajícího na srovnávací rovinu



Obr. 29

Pro tok Φ_0 z daného bodového zdroje Z [$f_1(\gamma) = \cos\gamma$], který dopadá na obdélník tvořící čtvrtinu plochy srovnávací roviny [obr. 29] platí vztah

$$\Phi_0 = \frac{1}{2}\, I_0 \left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} \right]$$

(lm; cd, -) (42)

kde $c = 8/2 = 4\ m$, $d = 4/2 = 2\ m$,

poměrné rozměry $a = c/h = 4/2{,}4 = 1{,}67$; $b = d/h = 2/2{,}4 = 0{,}83$.

Z rovnice (42) pak vychází

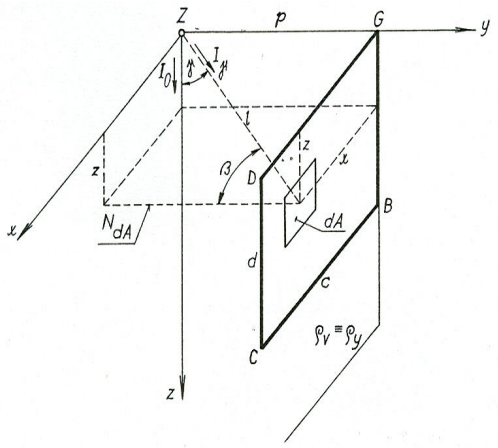
$$\Phi_0 = I_0 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}9284351987 = I_0 \cdot 0{,}4642175994$$

Tok Φ_{30} na celou **srovnávací rovinu** je čtyřnásobný, tj.

$$\Phi_{30} = 4 \cdot I_0 \cdot 0{,}4642175994 = I_0 \cdot 1{,}856870398$$

$$\Phi_{30} \approx I_0 \cdot \mathbf{1{,}857} \qquad \text{(lm, cd, -)} \qquad (42a)$$

2. Výpočet světelného toku dopadajícího na stěny kvádru



Obr. 30

Pro tok Φv dopadající z daného bodového zdroje Z [$f_I(\gamma) = cos\ \gamma$] na obdélník umístěný podle obr. 30 v rovině rovnoběžné se směrem I_0 platí rovnice

$$\Phi_v = \frac{1}{2} I_0 \left[\operatorname{arctg} a - \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} \right] \qquad \text{(lm)} \qquad (43)$$

kde $a = c/p$, $b = d/p$

Podle vztahu (43) se vypočtou toky dopadající vždy na polovinu jak delší, tak kratší ze stěny.

Polovina delší stěny má rozměry $c = 4$ m, $d = h = 2{,}4$ m, $p = 2$ m, takže poměrné rozměry jsou: $a = c/p = 4/2 = 2$; $b = d/p = 2{,}4/2 = 1{,}2$.

Na polovinu delší stěny dopadá tedy tok Φ_{v1a}, který se vypočte podle rovnice (43)

$$\Phi_{v1a} = I_0 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5260321542 = I_0 \cdot 0{,}2630160771$$

Na celou delší stěnu pak dopadá tok dvojnásobný, tj.

$$\Phi_{v1} = I_0 \cdot 0{,}5260321542 \doteq I_0 \cdot 0{,}526 \qquad (43a)$$

Polovina kratší stěny má rozměry $c = 2$ m, $d = h = 2{,}4$ m, $p = 4$ m, takže poměrné rozměry jsou: $a = c/p = 2/4 = 0{,}5$; $b = d/p = 2{,}4/4 = 0{,}6$.

Na polovinu kratší stěny dopadá tedy tok Φ_{v2a}, který se vypočte podle rovnice (43)

$$\Phi_{v2a} = I_0 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1163289739 = I_0 \cdot 0{,}05816448695$$

Na celou kratší stěnu pak dopadá tok dvojnásobný, tj.

$$\Phi_{v2} = I_0 \cdot 0{,}1163289739 \doteq I_0 \cdot 0{,}116 \qquad (43b)$$

Tok Φ_{20} dopadající na obě delší a na obě kratší stěny, tedy **na všechny stěny**, je roven

$$\Phi_{20} = I_0 \cdot 2 \cdot (0{,}5260321542 + 0{,}1163289739) = I_0 \cdot 1{,}284722256$$

$$\Phi_{20} = I_0 \cdot 2 \cdot (0{,}526 + 0{,}116) = I_0 \cdot 1{,}285 \qquad \text{(lm, cd, -)} \qquad (44)$$

3. Ověření výsledku výpočtu

Vzhledem k tomu, že na strop z uvažovaného svítidla nedopadá žádný tok, pak součet toků dopadlých na srovnávací rovinu Φ_{30} a na stěny Φ_{20} , tzn.

$$\Phi_{30} + \Phi_{20} = I_0 \cdot 1{,}856870398 + I_0 \cdot 1{,}284722256 = I_0 \cdot \mathbf{3{,}141592654}$$

$$\Phi_{30} + \Phi_{20} = I_0 \cdot 1{,}857 + I_0 \cdot 1{,}285 = I_0 \cdot 3{,}142 \qquad (45)$$

musí být roven toku Φ_{sv} vyzařovanému difúzním svítidlem *Z*.

Mezi světlením *M* a jasem *L* difúzně vyzařující plochy platí známý vztah

$$M = \pi \cdot L \qquad \text{(lm·m}^{-2}\text{, -, cd·m}^{-2}\text{)} \qquad (46)$$

Jsou-li rozměry vyzařující plochy A_{vyz} zanedbatelné v porovnání se vzdáleností od kontrolních bodů na srovnávací rovině (což je v daném případě splněno, neboť jde o svítidlo bodového typu) pak je svítivost I_0 daného svítidla ve zvoleném vztažném směru (tj. ve směru normály k vyzařovací ploše) rovna součinu jasu *L* a velikosti A_{vyz} vyzařovací plochy

$$I_0 = L \cdot A_{vyz} \qquad \text{(cd; cd·m}^{-2}\text{, m}^2\text{)} \qquad (47)$$

Tok Φ_{sv} vyzařovaný difúzně svítící plochou daného svítidla je roven součinu průměrné hodnoty světlení *M* a velikosti A_{vyz} vyzařovací plochy svítidla, tzn.

$$\Phi_{sv} = M \cdot A_{vyz} \qquad \text{(lm, lm·m}^{-2}\text{, m}^2\text{)} \qquad (48)$$

Dosadí-li se do rovnice (48) vztahy (46) a (47) vychází pro hledaný tok Φ_{sv} , že je roven součinu čísla π a svítivosti I_0 , tedy

$$\Phi_{sv} = M \cdot A_{vyz} = \pi \cdot L \cdot A_{vyz} = \pi \cdot I_0 = \mathbf{3{,}141592654} \cdot I_0 \qquad (49)$$

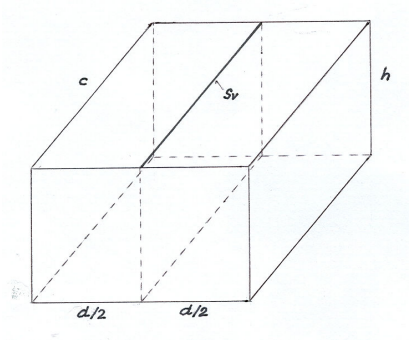
Porovnáním rovnic (45) a (49) se již snadno ověří, že **výsledky** předchozích výpočtů jsou **správné**.

Pozn. Výsledky jsou uváděny na více desetinných míst pouze pro jejich snadnější vzájemné porovnání.
Při výpočtu světelných toků obvykle plně postačí počítat se čtyřmi platnými číslicemi.

21. Výpočet rozložení světelného toku svítidla přímkového typu

Zadání:

Vypočtěte světelné toky dopadající z daného svítidla Sv přímkového typu na stěny místnosti a na srovnávací rovinu.
Místnost ve tvaru kvádru [o rozměrech: délka = c = 8 m, šířka = d = 4 m, výška = 3,25 m] je osvětlena jedním difúzně vyzařujícím svítidlem přímkového typu. Přímkový zdroj délky c = 8 m je tvořen pěti v řadě za sebou osazenými svítidly se zářivkami 1 x 58 W zapuštěnými ve stropě. Přímkový zdroj *Sv* je umístěn rovnoběžně s podélnou osou místnosti podle obr. 31.



Obr. 31

V daném případě vyzařování svítidla přímkového typu popisují charakteristické funkce svítivosti

$$f_{I\pi}(\gamma) = \cos\gamma; \quad f_{I\delta}(\alpha) = \cos\alpha \tag{50}$$

Předpoklady: - srovnávací rovina je umístěna ve výši 0,85 m nad podlahou;
- výška svítidla *Sv* (i stropu) nad srovnávací rovinou je
$h = 3{,}25 - 0{,}85 = 2{,}4$ m ;
- **počítejte s obecnou hodnotou I_{10} (cd·m^{-1}) svítivosti zdroje připadající na 1 m jeho délky.**

Řešení:

1. Výpočet světelného toku dopadajícího na srovnávací rovinu

Pro tok $\Phi_{0(½)}$ dopadající z difúzně vyzařujícího přímkového zdroje *Sv* na polovinu srovnávací roviny platí výraz

$$\Phi_{0(½)} = I_{10} h \left[\frac{a \cdot b}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} + \sqrt{1+a^2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{1+a^2}} - \operatorname{arctg} b \right] \tag{51}$$

kde $a = c/h = 8/2{,}4 = 3{,}333; \quad b = (d/2)/h = 2/2{,}4 = 0{,}8333$

$$\Phi_{0(½)} = I_{10} \cdot 2{,}4 \cdot 2{,}680720997 = I_{10} \cdot 5{,}361441994 \doteq I_{10} \cdot 5{,}3614$$

Na celou srovnávací rovinu dopadá tok Φ_0 rovný dvojnásobku $\Phi_{0(½)}$, tj.

$$\Phi_0 = 2 \cdot \Phi_{0(½)} = I_{10} \cdot 12{,}86746079 \doteq I_{10} \cdot \mathbf{12{,}8675} \quad \text{(lm)} \tag{52}$$

2. Výpočet světelného toku dopadajícího na stěny kvádru

Pro tok Φ_{v21} dopadající z difúzně vyzařujícího přímkového zdroje *Sv* na jednu z delších stěn místnosti na obr. 31 platí vztah

$$\Phi_{v21} = I_{10} p \left[g \cdot \operatorname{arctg} g - \frac{g}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{g}{\sqrt{1+r^2}} + \ln \frac{\sqrt{1+g^2+r^2}}{\sqrt{1+g^2} \cdot \sqrt{1+r^2}} \right] \tag{53}$$

kde $g = c/p = 8/2 = 4; \quad r = h/p = 2{,}4/2 = 1{,}2$

$$\Phi_{v21} = I_{10} \cdot 2 \cdot 1{,}828893572 = I_{10} \cdot 3{,}657787144 \doteq I_{10} \cdot 3{,}6578$$

Na obě delší stěny tedy dopadá tok $\Phi v_{(21+22)}$ rovný dvojnásobku toku Φ_{v21} , tj.

$$\Phi_{v(21+22)} = 2 \cdot \Phi_{v21} = I_{10} \cdot 2 \cdot 3{,}657787144 = I_{10} \cdot 7{,}315574288 \doteq I_{10} \cdot \mathbf{7{,}3156}$$

(lm) (54)

Pro tok $\Phi_{k23(½)}$ dopadající z difúzně vyzařujícího přímkového zdroje *Sv* na polovinu jedné z kratších stěn místnosti na obr. 31 platí vztah

$$\Phi_{k23} = I_{10} c \frac{1}{2} \left[\operatorname{arctg} t + s \cdot \operatorname{arctg} \frac{t}{s} - \sqrt{1+s^2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{t}{\sqrt{1+s^2}} + t \cdot \ln \frac{\sqrt{s^2+t^2} \cdot \sqrt{1+t^2}}{t \cdot \sqrt{1+s^2+t^2}} \right] \tag{55}$$

kde $t = (d/2)/c = 2/8 = 0{,}25; \quad s = h/c = 2{,}4/8 = 0{,}3$

$$\Phi_{k23(½)} = I_{10} \cdot 8 \cdot 0.1546783173 = I_{10} \cdot 1{,}237426538 \doteq I_{10} \cdot 1{,}2374$$

Na jednu kratší stěnu dopadá dvojnásobek

$$\Phi_{k23} = I_{10} \cdot 2{,}474853076 \doteq I_{10} \cdot 2{,}4748$$

Na obě kratší stěny místnosti dopadá pak tok $\Phi_{k(23+24)}$ rovný dvojnásobku toku Φ_{k23} , tj.

$$\Phi_{k(23+24)} = 2 \cdot \Phi_{k23} = I_{10} \cdot 4{,}949706152 \doteq I_{10} \, \mathbf{4{,}9497}$$

(lm) (56)

Na všechny stěny místnosti podle obr. 31 dopadá ze svítidla *Sv* přímkového typu tok Φ_2, **který se stanoví sečtením dílčích výsledků z výrazů (54) a (56)**

$$\Phi_2 \doteq I_{10} \cdot (7{,}3156 + 4{,}9497) = I_{10} \cdot 12{,}2653 \qquad \text{(lm)}$$

3. Ověření výsledku výpočtu

Vzhledem k tomu, že na strop místnosti nedopadá ze svítidla *Sv* žádný tok je celkový tok Φ_{sv} vyzářený zmíněným svítidlem roven

$$\Phi_{sv} = I_{10} \cdot (12{,}86746079 + 7{,}315574288 + 4{,}949706152) = \mathbf{25{,}13274123} \cdot I_{10}$$

$$\Phi_{sv} \doteq I_{10} \cdot (12{,}8675 + 7{,}3156 + 4{,}9497) \doteq \mathbf{25{,}1327} \cdot I_{10} \qquad (57)$$

Pro difúzně vyzařující plochu A_{vyz} svítidla s konstantním jasem L platí základní vztahy, a to

1. pro světlení M: $M = \pi \cdot L$ (lm·m^{-2}; -, cd·m^{-2})
2. pro svítivost I_0 ve vztažném směru (tj. ve směru normály k vyzařovací ploše A_{vyz}): $I_0 = L \cdot A_{vyz}$ (cd; cd·m^{-2}, m^2)
3. pro tok Φ_{sv} vyzařovaný difúzně svítící plochou A_{vyz} :

$$\Phi_{sv} = M \cdot A_{vyz} = \pi \cdot L \cdot A_{vyz} = \pi \cdot I_0$$

(lm; lm·m^{-2}, m^2; -, cd·m^{-2}, m^2; -, cd) (58)

V případě svítidla přímkového typu třeba do vztahu (58) pro tok Φ_{sv} za svítivost I_0 dosadit součin $I_0 = I_{10} \cdot c$ svítivosti I_{10} (cd·m^{-1}) a délky $c = 8$ m, takže rovnice pro tok Φ_{sv} má pak tvar

$$\Phi_{sv} = \pi \cdot I_0 = \pi \cdot I_{10} \cdot c = 3{,}141592654 \cdot I_{10} \cdot 8 = \mathbf{25{,}13274123} \cdot I_{10} \qquad (59)$$

Porovnáním výsledků výrazů (57) a (59) se již snadno ověří, že **výsledky** předchozích výpočtů jsou **správné**.

Pozn. Výsledky jsou uváděny na více desetinných míst pouze pro jejich snadnější ověření.
Při výpočtu světelných toků obvykle plně postačí počítat se čtyřmi platnými číslicemi.

K přiblížení představy o hodnotě svítivosti I_{10} připadající na 1 m délky vyzařovací plochy v příkladu uvažovaného svítidla přímkového typu:

Z křivek svítivosti uváděných v katalozích zářivkových svítidel s rozložením svítivosti blízkým kosinusovému lze snadno zjistit, že svítivost I_0 (cd/klm) svítidla ve vztažném směru připadající na 1000 lm světelného toku zářivky bývá např. 230 cd/klm.

Uváží-li se, že zářivka 58 W vyzařuje světelný tok přibližně 5000 lm, pak svítivost I_0 svítidla s jednou zářivkou 58 W ve vztažném směru bude $I_0 = 230 \cdot 5 = 1150$ cd.

Délka svítidla se zářivkou 58 W (o délce 1,5 m) je cca 1,6 m a tudíž svítivost I_{10} připadající na 1 m délky takového svítidla přímkového typu bude přibližně

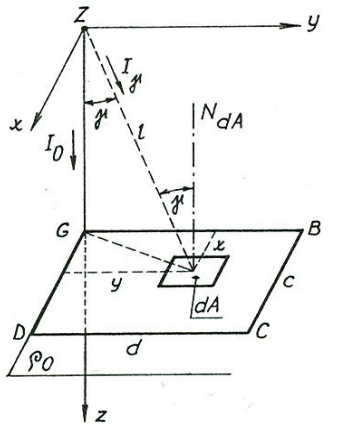
$I_{10} = 1150/1{,}6 \doteq 720$ cd/m, tzn. orientačně **700** cd/m.

22. Výpočet toku dopadajícího ze svítidla bodového typu na obdélník

Zadání:

Vypočtěte světelný tok, který dopadá z difúzně a rotačně souměrně vyzařujícího svítidla *Z* bodového typu na obdélníkovou plochu *BCDG* kolmou ke směru vztažné svítivosti I_0 a umístěnou v rovině ρ_0 podle obr. 32, a to ve vzdálenosti $h = \overline{ZG} = 2{,}4$ m tak, že kolmý průmět bodu *Z* do osvětlované roviny se ztotožňuje s vrcholem *G* obdélníku *BCDG*.
Ve zvoleném pravoúhlém souřadnicovém systému *x y z* leží směr vztažné svítivosti I_0 ve směru osy *z*. Rovina ρ_0 je rovnoběžná se souřadnicovou rovinou *x y*. Ověřte současně možnost praktického využití přibližné metody řešení výpočtem hledaného toku z osvětleností několika dílčích ploch, na které se osvětlovaný obdélník rozdělí.

Řešení:



Obr. 32

Pro svítivost I_γ difúzně a rotačně souměrně vyzařujícího svítidla bodového typu platí vztah

$$I_\gamma = I_0 \cdot f_1(\gamma) = I_0 \cdot \cos\gamma \qquad \text{(cd; cd, -)} \qquad (60)$$

1. Přesný výpočet

Pro tok Φ_0 , který z bodového difúzně vyzařujícího zdroje *Z*, dopadá na obdélník *BCDG* kolmý ke směru I_0 a umístěný podle obr. 32 platí rovnice

$$\Phi_0 = \frac{1}{2}\, I_0 \left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} \right]$$

(lm; cd, -) (61)

kde $c = 8/2 = 4$ m; $d = 4/2 = 2$ m
a poměrné rozměry $a = c/h = 4/2{,}4 = 1{,}67$; $b = d/h = 2/2{,}4 = 0{,}83$

Z rovnice (60) vychází pro hledaný světelný tok vztah

$$\Phi_0 = I_0 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}9284351987 = I_0 \cdot 0{,}4642175994$$

$$\Phi_0 \doteq I_0 \cdot \mathbf{0{,}4642} \qquad \text{(lm; cd)} \qquad (62)$$

Pozn. Pokud by vztažná svítivost I_0 uvažovaného svítidla byla rovna $I_0 = 1000$ cd, pak by průměrná osvětlenost E_p celé plochy $A = 4 \cdot 2 = 8$ m^2 obdélníku *BCDG* byla

$$E_p = \Phi_0 / A = (1000 \cdot 0{,}4642)/8 \doteq 464/8 \doteq 58 \text{ lx}$$

2. Přibližné řešení

Rozdělme osvětlovaný obdélník *BCDG* např. na osm stejných dílčích ploch o rozměrech $c_1 = 1$ m [ve směru osy x] a $d_1 = 1$ m [ve směru osy y]. Obsah jednotlivých dílčích ploch je tedy stejný a je roven 1 m^2. Ve středu každé dílčí plochy umístěme kontrolní bod P_i [index i označuje pořadové číslo dílčí plochy].

Předpokládá se, že osvětlenosti E_i v kontrolních bodech P_1 až P_8 jsou rovny průměrným hodnotám osvětlenosti v rámci každé dílčí plochy. Potom tok Φ_i dopadající na i-tou dílčí plochu je roven

$$\Phi_i = E_i \cdot A_i = E_i \cdot 1 = E_i \qquad \text{(lm; lx, m}^2\text{)} \qquad (63)$$

Pro osvětlenost $E_{P\rho}$ bodovým zdrojem Z v bodě P obecně položené roviny ρ platí vztah

$$E_{P\rho} = \frac{I_\gamma}{l^2} \cdot \cos\beta \qquad \text{(lx; cd, m}^2\text{)} \qquad (64)$$

kde I_γ je svítivost zdroje Z ve směru k bodu P, tj. ve směru pod úhlem γ měřeném od směru vztažné svítivosti I_0 ,

l je vzdálenost kontrolního bodu P od zdroje Z, β je úhel sevřený normálou osvětlované roviny ρ se spojnicí bodu Z s bodem P.

V daném případě leží osvětlovaný obdélník *BCDG* v rovině ρ_0 kolmé ke směru vztažné svítivosti I_0 (obr. 32). Normála osvětlované roviny je tudíž rovnoběžná se směrem I_0. Z toho vyplývá, že úhel $\beta = \gamma$. Zadané svítidlo Z bodového typu vyzařuje do všech směrů podle kosinusového zákona v souladu s rovnicí (60). Dosadíme-li uvedené skutečnosti do obecného vztahu (64), vychází pro osvětlenost E_i v kontrolním bodě P_i vztah

$$E_i = I_0 \cdot \cos^2 \gamma_i \cdot \frac{1}{l_i^2} \qquad \text{(lx; cd, -, m)} \qquad (65)$$

kde $l_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + h^2 = x_i^2 + y_i^2 + 2{,}4^2$;

(x_i , y_i , $h = 2{,}4$ m) souřadnice bodu P_i (střed i-té dílčí plošky);

γ_i je úhel sevřený paprskem l_i a směrem I_0 (obr. 32), pro který platí výraz

$$\gamma_i = \text{arctg}\left(\frac{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}{h} \right) \qquad \text{(rad)} \qquad (66)$$

P_i	x_i (m)	y_i (m)	l_i^2	γ_i (rad)	$\cos^2\gamma_i$	$\frac{\cos^2\gamma_i}{l_i^2}$
P_1	0,5	0,5	6,26	0,28652	0,92013	0,1469853
P_2	0,5	1,5	8,26	0,58254	0,69734	0,0844233
P_3	1,5	0,5	8,26	0,58254	0,69734	0,0844233
P_4	1,5	1,5	10,26	0,72384	0,56140	0,0547177
P_5	2,5	0,5	12,26	0,81560	0,46982	0,0383214
P_6	2,5	1,5	14,26	0,88207	0,40393	0,0283259
P_7	3,5	0,5	18,26	0,97443	0,31544	0,0172751
P_8	3,5	1,5	20,26	1,00842	0,28430	0,0140328
–	–	–	–	–	$\sum$	0,0979552

$$\sum\left(\frac{\cos^2\gamma_i}{l_i^2}\right) = 0{,}4685$$

Tab. 4 Přehled dílčích výpočtů

Hledaný světelný tok dopadající ze zdroje *Z* na obdélník *BCDG* je tedy přibližně roven

$$\Phi = I_0 \cdot \sum\left(\frac{\cos^2\gamma_i}{l_i^2}\right) = I_0 \cdot 0{,}4685 \qquad \text{(lm; cd)} \qquad (67)$$

Pozn. Pokud by vztažná svítivost I_0 uvažovaného svítidla byla rovna $I_0 = 1000$·cd, pak by průměrná osvětlenost E_p celé plochy $A = 4 \cdot 2 = 8\ \text{m}^2$ obdélníku *BCDG* byla přibližně

$$E_p = \Phi_0 / A = (1000 \cdot 0{,}4685)/8 \doteq (468{,}5/8) \doteq \mathbf{58{,}6}\ \text{lx}$$

Porovnáním přibližného výsledku ve výrazu (67) s přesným výsledkem v rovnici (62) zjistíme, že chyba přibližného řešení činí 0,9 %, což je v daném případě plně vyhovující. Zvolené rozdělení osvětlované plochy je tudíž pro praktický výpočet ve sledované situaci dostačující. Obdobné postupy, většinou s jemnějším dělením, se aplikují v počítačových programech.

23. Výpočet osvětlenosti v poli obdélníkového zdroje

Zadání:

Difúzně vyzařující svítidlo obdélníkového typu o rozměrech $c = 1{,}2$ m, $d = 0{,}6$ m je zavěšeno ve výšce $h = 2$ m nad srovnávací rovinou. Svítící plocha svítidla je rovnoběžná se srovnávací rovinou. Srovnávací rovina leží v souřadnicové rovině x, y. Kontrolní bod P leží v počátku souřadnicového systému. Průmět bodu P do roviny zdroje se ztotožňuje s vrcholem svítícího obdélníku.

Jas difúzně svítícího obdélníku $L = konst = 3000\ \mathrm{cd \cdot m^{-2}}$.

Poměrné rozměry obdélníku $a = c/h = 1{,}2/2 = 0{,}6; \quad b = d/h = 0{,}6/2 = 0{,}3$.

Vypočtěte osvětlenosti, které svítící obdélník zajistí v bodě *P* ve všech třech souřadnicových rovinách.

Řešení:

A. Výpočet osvětlenosti v poli obdélníkového zdroje L = konst. přesnou metodou

Pro průměty ε_x , ε_y , ε_z světelného vektoru ε do souřadnicových os, tj. pro osvětlenosti tří souřadnicových rovin v bodě *P*, při zadaném geometrickém uspořádání platí odvozené vztahy:

$$\varepsilon_x = \frac{L}{2}\left[\operatorname{arctg} b - \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{1+a^2}}\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{L}{2}\left[\operatorname{arctg} a - \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}}\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{L}{2}\left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}}\right]$$

Po dosazení vychází

$$\varepsilon_x = \frac{3000}{2}\left[\operatorname{arctg} 0{,}3 - \frac{1}{\sqrt{1+0{,}6^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{0{,}3}{\sqrt{1+0{,}6^2}}\right] = \mathbf{113{,}3}\ \mathrm{lx}$$

$$\varepsilon_y = \frac{3000}{2}\left[\operatorname{arctg} 0{,}6 - \frac{1}{\sqrt{1+0{,}3^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{0{,}6}{\sqrt{1+0{,}3^2}}\right] = \mathbf{61{,}2}\ \mathrm{lx}$$

$$\varepsilon_z = \frac{3000}{2}\left[\frac{0{,}6}{\sqrt{1+0{,}6^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{0{,}3}{\sqrt{1+0{,}6^2}} + \frac{0{,}3}{\sqrt{1+0{,}3^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{0{,}6}{\sqrt{1+0{,}3^2}}\right] = \mathbf{419{,}1}\ \mathrm{lx}$$

B. Výpočet osvětlenosti v poli obdélníkového zdroje L=konst. metodou náhrady plošného zdroje jedním zdrojem bodovým

Pro tok Φ_{sv} svítícího obdélníku $L = \text{konst.}$ platí $\Phi_{sv} = M \cdot A = \pi \cdot L \cdot A = \pi \cdot I_0$, neboť z výrazu $L_\gamma = I_\gamma / (A \cdot \cos\gamma)$ plyne $L_0 = I_0 / A$, odkud $I_0 = L_0 \cdot A = L \cdot A$. Pro svítivost I_γ bodového zdroje s ohledem na podmínku L = konst. platí $I_\gamma = I_0 \cdot \cos\gamma$, kde vztažná svítivost

$$I_0 = L \cdot A = 3000 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}6 = \mathbf{2160}\ \text{cd}$$

Předpokládáme-li, že bodový zdroj je umístěn v geometrickém středu obdélníku, pak bude úhel γ (mezi osou z a paprskem l spojujícím střed obdélníku a bod P) možno spočítat ze vztahu

$$\gamma = \text{arctg}\,\frac{\sqrt{0{,}3^2 + 0{,}6^2}}{2} = 0{,}3236\ \text{rad} = 18{,}5° \Rightarrow \cos\gamma = 0{,}948\,.$$

Vzdálenost l se spočte z rovnice $l^2 = 0{,}3^2 + 0{,}6^2 + 2^2 \Rightarrow l = 2{,}11\,\text{m}$.

Svítivost I_γ bodového zdroje ve směru paprsku l bude

$$I_\gamma = I_0 \cdot \cos\gamma = 2160 \cdot 0{,}948 = \mathbf{2047{,}7}\ \text{cd}.$$

Hledaná osvětlenost $E_{P(xy)}$ souřadnicové roviny xy v bodě P potom bude

$$E_{P(xy)} = \left(I_\gamma / l^2\right) \cdot \cos\beta = \left(2047{,}7 / 2{,}11^2\right) \cdot 0{,}948 = \mathbf{436}\ \text{lx}$$

Výsledek přesného výpočtu 419 lx, takže chyba činí $[(436 - 419)/419] \cdot 100 = \mathbf{4\ \%}$.

C. Výpočet osvětlenosti v poli obdélníkového zdroje L=konst. metodou náhrady čtyřmi bodovým zdrojem

Svítící obdélník se rozdělí na 4 stejné části (I, II, III, IV).
Svítivost každého dílčího zdroje ve směru normály

$$I_{0\,\mathrm{I}} = I_{0\,\mathrm{II}} = I_{0\,\mathrm{III}} = I_{0\,\mathrm{IV}} = 2160/4 = 540 \text{ cd}$$

I)

$$\gamma_{\mathrm{I}} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{0{,}15^2 + 0{,}3^2}}{2} = 0{,}166 = 9{,}5° \,;\, \cos\gamma_{\mathrm{I}} = 0{,}948$$

$$(l_{\mathrm{I}})^2 = 0{,}15^2 + 0{,}3^2 + 2^2 \Rightarrow l_{\mathrm{I}} = 2{,}028 \text{ m}$$

$$I_{\gamma\mathrm{I}} = I_{0\,\mathrm{I}} \cdot \cos\gamma_{\mathrm{I}} = 540 \cdot 0{,}982 = \mathbf{530{,}3} \text{ cd}$$

$$E_{P\,\mathrm{I}(xy)} = \left(I_{\gamma\mathrm{I}} / l_{\mathrm{I}}^2\right) \cdot \cos\gamma_{\mathrm{I}} = \left(530{,}3/2{,}028^2\right) \cdot 0{,}948 = \mathbf{127{,}7} \text{ lx}$$

II)

$$\gamma_{\mathrm{II}} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{0{,}15^2 + 0{,}9^2}}{2} = 0{,}428 = 9{,}5° \,;\, \cos\gamma_{\mathrm{II}} = 0{,}9098$$

$$(l_{\mathrm{II}})^2 = 0{,}15^2 + 0{,}9^2 + 2^2 \Rightarrow l_{\mathrm{II}} = 2{,}2 \text{ m}$$

$$I_{\gamma\mathrm{II}} = I_{0\,\mathrm{II}} \cdot \cos\gamma_{\mathrm{II}} = 540 \cdot 0{,}9098 = \mathbf{491{,}3} \text{ cd}$$

$$E_{P\,\mathrm{II}(xy)} = \left(I_{\gamma\mathrm{II}} / l_{\mathrm{II}}^2\right) \cdot \cos\gamma_{\mathrm{II}} = \left(491{,}3/2{,}2^2\right) \cdot 0{,}948 = \mathbf{92{,}7} \text{ lx}$$

III)

$$\gamma_{\mathrm{III}} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{0{,}9^2 + 0{,}45^2}}{2} = 0{,}4668 = 26{,}7° \,;\, \cos\gamma_{\mathrm{III}} = 0{,}893$$

$$(l_{\mathrm{III}})^2 = 0{,}9^2 + 0{,}45^2 + 2^2 \Rightarrow l_{\mathrm{III}} = 5{,}0125 \text{ m}$$

$$I_{\gamma\mathrm{III}} = I_{0\,\mathrm{III}} \cdot \cos\gamma_{\mathrm{III}} = 540 \cdot 0{,}893 = \mathbf{482{,}4} \text{ cd}$$

$$E_{P\,\mathrm{III}(xy)} = \left(I_{\gamma\mathrm{III}} / l_{\mathrm{III}}^2\right) \cdot \cos\gamma_{\mathrm{III}} = \left(482{,}4/5{,}0125^2\right) \cdot 0{,}948 = \mathbf{86} \text{ lx}$$

IV)

$$\gamma_{\mathrm{IV}} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{0{,}3^2 + 0{,}45^2}}{2} = 0{,}264 = 15{,}13° \,;\, \cos\gamma_{\mathrm{IV}} = 0{,}965$$

$$(l_{\mathrm{IV}})^2 = 0{,}3^2 + 0{,}45^2 + 2^2 \Rightarrow l_{\mathrm{IV}} = 2{,}07 \text{ m}$$

$$I_{\gamma\mathrm{IV}} = I_{0\,\mathrm{IV}} \cdot \cos\gamma_{\mathrm{IV}} = 540 \cdot 0{,}965 = \mathbf{521{,}1} \text{ cd}$$

$$E_{P\,\mathrm{IV}(xy)} = \left(I_{\gamma\mathrm{IV}} / l_{\mathrm{IV}}^2\right) \cdot \cos\gamma_{\mathrm{IV}} = \left(521{,}1/2{,}07^2\right) \cdot 0{,}965 = \mathbf{117{,}3} \text{ lx}$$

Součet osvětleností od dílčích zdrojů **423,4** lx
Přesným výpočtem zjištěno **419,1** lx $\Rightarrow$

Chyba přibližného výpočtu při rozdělení svítící plochy obdélníku na 4 dílčí je 1 %, což je v daném případě plně vyhovující přesnost.

24. Výpočet světlenosti v poli přímkového typu

Zadání:

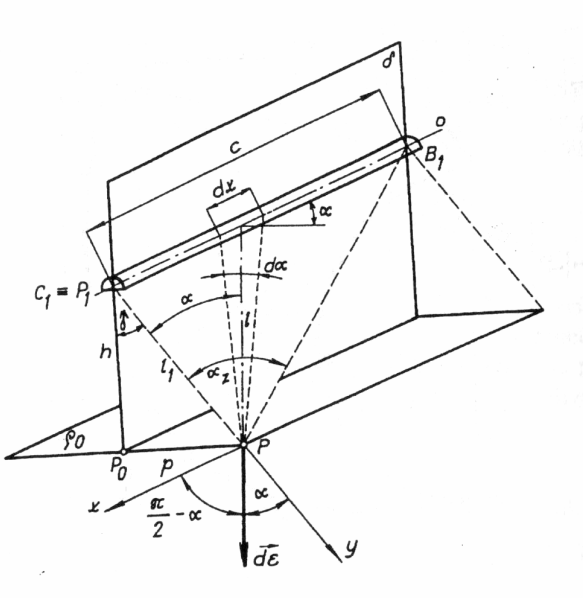
Svítidlo přímkového typu o délce 1,2 m se zářivkou 1x36 W (3350 lm) je zavěšeno ve výšce $h = 2$ m nad srovnávací rovinou ρ_0. Za předpokladu, že v příčné rovině π, v podélné rovině δ i v nakloněných rovinách τ je rozložení svítivosti svítidla kosinusové a svítivost I_0 ve vztažném směru je rovna

$$I_0 = 200 \text{ cd/klm}, \text{ tj. } 200 \cdot (3350/1000) = 670 \text{ cd pro } 3350 \text{ lm},$$

vypočtěte v bodě *P*, umístěném podle obrázku, osvětlenost $E_{P\rho_0}$ roviny $\rho_0 \perp \delta$.

Řešení:

A. Výpočet osvětlenosti v poli svítidla přímkového typu přesným výpočtem



Obr. 33

Průmět bodu *P* na osu zdroje se ztotožňuje s koncem C_1 zdroje (viz obr. 33). Kolmá vzdálenost bodu *P* v rovině ρ_0 od podélné svislé roviny δ je $p = 1$ m.

Určení vzdálenosti l_1

$$l_1 = \sqrt{2^2 + 1^2} = 2{,}236 \text{ m}$$

Stanovení úhlu γ

$$\operatorname{tg}\gamma = (p/h) = (1/2) = 0{,}5$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} 0{,}5 = 26{,}6 \Rightarrow \cos\gamma = 0{,}8944$$

Svítivost I_γ celého svítidla pod úhlem γ v příčné rovině π pro 1000 lm je

$$I_\gamma = I_0 \cdot \cos\gamma = 200 \cdot 0{,}8944$$

$$I_\gamma = 179 \text{ cd/1000 lm}$$

Svítivost $I_{1\gamma}$ na 1 m délky svítidla je $I_{1\gamma} = (179/1{,}2) = 149{,}2$ cd/m pro 1000 lm.

Úhel α_z, pod kterým je z kontrolního bodu *P* vidět celé svítidlo délky 1,2 m se určí ze vztahu

$$\alpha_z = \operatorname{arctg}(1{,}2/l_1) = 0{,}4925535 \text{ rad} \quad [\sin\alpha_z = 0{,}472877; \cos\alpha_z = 0{,}881128]$$

Průmět ε_y výsledného světelného vektoru $\vec{\varepsilon}$ do osy *y* se vypočte z rovnice

$$\varepsilon_y = (I_{1\gamma}/l_1)\cdot f''(\alpha_z)$$

kde pro kosinusové rozdělení svítivosti v rovině π i v rovině δ

$$f''(\alpha_z) = (1/2)\cdot(\alpha_z + \sin\alpha_z \cdot \cos\alpha_z)$$

Po dosazení $f''(\alpha_z) = 0{,}5\cdot(0{,}4925535 + \sin\alpha_z \cdot \cos\alpha_z) = 0{,}45461$.

Potom $\varepsilon_y = (149/2{,}236)\cdot 0{,}45461 = 30{,}3$ lx pro 1000 lm = 101,6 lx pro 3350 lm.

Hledaná osvětlenost $E_{P\rho_0} = \varepsilon_y \cdot \cos\gamma = 101{,}6 \cdot 0{,}8944 = 90{,}8 \approx \mathbf{91}$ lx.

B. Výpočet osvětlenosti v poli svítidla přímkového typu metodou rozdělení svítidla na čtyři dílčí zdroje

Předpoklady:

- svítivost je rovnoměrně rozdělena po délce svítidla přímkového typu,
- dílčí svítidla se umístí do geometrických středů jednotlivých částí,
- délka každého z dílčích svítidel je 0,3 m (jde o bodové zdroje).
- vzdálenosti středů částí Z_1, Z_2, Z_3 a Z_4 od počátku přímky C_1 jsou:
  0,15 m; 0,45 m; 0,75 m; 1,05 m.
- svítivost ve vztažném směru připadající na 1 m délky svítidla pro 3350 lm

$$I_{10} = (I_0/1{,}2)\cdot(3350/1000) = (200/1{,}2)\cdot 3{,}35 = 558{,}3 \text{ cd/m}$$

- svítivost ve vztažném směru každého dílčího zdroje délky 0,3 m je rovna

$$I_{0Z_1} = I_{0Z_2} = I_{0Z_3} = I_{0Z_4} = I_{10}\cdot 0{,}3 = 558{,}3\cdot 0{,}3 = 167{,}5 \text{ cd}$$

1. Příspěvek $E_{P\rho_{0(Z_1)}}$ od dílčího zdroje Z_1 k hledané osvětlenosti $E_{P\rho_0}$

Vzdálenost l_{Z_1} středu zdroje Z_1 od bodu *P*

$$l_{Z_1}^2 = l_1^2 + 0{,}15^2 = (2^2 + 1^2) + 0{,}0225 = 5{,}0225 \Rightarrow l_{Z_1} = 2{,}241 \text{ m}$$

Vzdálenost p_1 bodu *P* od průmětu bodu Z_1 do roviny ρ_0

$$p_1^2 = 1^2 + 0{,}15^2 \Rightarrow p_1 = 1{,}01119 \text{ m} \approx 1{,}01 \text{ m}$$

Úhel γ_{Z_1} mezi paprskem l_{Z_1} a vztažným směrem (I_{0Z_1})

$$\gamma_{Z_1} = \operatorname{arctg}(p_1/h) = 0{,}46811 \text{ rad} \Rightarrow \cos\gamma_{Z_1} = 0{,}89242$$

Svítivost $I_{\gamma Z_1} = I_{0Z_1}\cdot\cos\gamma_{Z_1} = 167{,}5\cdot 0{,}89242 = 149{,}5$ cd.

Pro rovinu $\rho_0 \perp \delta$ platí $\beta_1 = \gamma_{Z_1} \Rightarrow \cos\beta_1 = \cos\gamma_{Z_1} = 0{,}89242$

Příspěvek od Z_1

$$E_{P\rho_0(Z_1)} = \left[I_{\gamma Z_1} / l_{Z_1}^2\right] \cdot \cos\gamma_{Z_1} = \left[149{,}5/2{,}24^2\right] \cdot 0{,}89242 = \mathbf{26{,}6}\ \text{lx}.$$

2. Příspěvek $E_{P\rho_0(Z_2)}$ od dílčího zdroje Z_2 k hledané osvětlenosti $E_{P\rho_0}$

Vzdálenost l_{Z_2} středu zdroje Z_2 od bodu P

$$l_{Z_2}^2 = l_1^2 + 0{,}45^2 = \left(2^2 + 1^2\right) + 0{,}2025 = 5{,}2025 \Rightarrow l_{Z_2} = 2{,}281\ \text{m}$$

Vzdálenost p_2 bodu P od průmětu bodu Z_2 do roviny ρ_0

$$p_2^2 = 1^2 + 0{,}45^2 \Rightarrow p_2 = 1{,}00966\ \text{m} \approx 1{,}1\ \text{m}$$

Úhel γ_{Z_2} mezi paprskem l_{Z_2} a vztažným směrem (I_{0Z_2})

$$\gamma_{Z_2} = \text{arctg}\left(p_2/h\right) = 0{,}50153\ \text{rad} \Rightarrow \cos\gamma_{Z_2} = 0{,}87685$$

Svítivost $I_{\gamma Z_2} = I_{0Z_2} \cdot \cos\gamma_{Z_2} = 167{,}5 \cdot 0{,}87685 = 146{,}9\ \text{cd}$

Pro rovinu $\rho_0 \perp \delta$ platí $\beta_2 = \gamma_{Z_2} \Rightarrow \cos\beta_2 = \cos\gamma_{Z_2} = 0{,}87685$

Příspěvek od Z_2

$$E_{P\rho_0(Z_2)} = \left[I_{\gamma Z_2} / l_{Z_2}^2\right] \cdot \cos\gamma_{Z_2} = \left[146{,}9/2{,}281^2\right] \cdot 0{,}87685 = \mathbf{24{,}8}\ \text{lx}.$$

3. Příspěvek $E_{P\rho_0(Z_3)}$ od dílčího zdroje Z_3 k hledané osvětlenosti $E_{P\rho_0}$

Vzdálenost l_{Z_3} středu zdroje Z_3 od bodu P

$$l_{Z_3}^2 = l_1^2 + 0{,}75^2 = \left(2^2 + 1^2\right) + 0{,}5625 = 5{,}5625 \Rightarrow l_{Z_3} = 2{,}3585\ \text{m}$$

Vzdálenost p_3 bodu P od průmětu bodu Z_2 do roviny ρ_0

$$p_3^2 = 1^2 + 0{,}75^2 \Rightarrow p_3 = 1{,}25\ \text{m}$$

Úhel γ_{Z_3} mezi paprskem l_{Z_3} a vztažným směrem (I_{0Z_3})

$$\gamma_{Z_3} = \text{arctg}\left(p_3/h\right) = 0{,}5586\ \text{rad} \Rightarrow \cos\gamma_{Z_3} = 0{,}848$$

Svítivost $I_{\gamma Z_3} = I_{0Z_3} \cdot \cos\gamma_{Z_3} = 167{,}5 \cdot 0{,}848 = 142{,}0\ \text{cd}$

Pro rovinu $\rho_0 \perp \delta$ platí platí $\beta_3 = \gamma_{Z_3} \Rightarrow \cos\beta_3 = \cos\gamma_{Z_3} = 0{,}848$

Příspěvek od Z_3

$$E_{P\rho_0(Z_3)} = \left[I_{\gamma Z_3} / l_{Z_3}^2\right] \cdot \cos\gamma_{Z_3} = \left[142/2{,}3585^2\right] \cdot 0{,}848 = \mathbf{21{,}7}\ \text{lx}.$$

4. Příspěvek $E_{P\rho_0(Z_4)}$ od dílčího zdroje Z_4 k hledané osvětlenosti $E_{P\rho_0}$

Vzdálenost l_{Z_4} středu zdroje Z_4 od bodu P

$$l_{Z4}^2 = l_1^2 + 1{,}05^2 = \left(2^2 + 1^2\right) + 1{,}1025 = 6{,}1025 \Rightarrow l_{Z_4} = 2{,}47 \text{ m}$$

Vzdálenost p_4 bodu P od průmětu bodu Z_4 do roviny ρ_0

$$p_4^2 = 1^2 + 1{,}05^2 \Rightarrow p_4 = 1{,}43 \text{ m}$$

Úhel γ_{Z_4} mezi paprskem l_{Z_4} a vztažným směrem (I_{0Z_4})

$$\gamma_{Z_4} = \text{arctg}\left(p_4/h\right) = 0{,}6213 \text{ rad} \Rightarrow \cos\gamma_{Z_4} = 0{,}8131$$

Svítivost $I_{\gamma Z_4} = I_{0Z_4} \cdot \cos\gamma_{Z_4} = 167{,}5 \cdot 0{,}8131 = 136{,}2$ cd

Pro rovinu $\rho_0 \perp \delta$ platí platí $\beta_4 = \gamma_{Z_4} \Rightarrow \cos\beta_4 = \cos\gamma_{Z_4} = 0{,}8131$

Příspěvek od Z_4

$$E_{P\rho_0(Z_4)} = \left[I_{\gamma Z_4}/l_{Z_4}^2\right] \cdot \cos\gamma_{Z_4} = \left[136{,}2/2{,}47^2\right] \cdot 0{,}8131 = \mathbf{18{,}1} \text{ lx.}$$

Hledaná osvětlenost $E_{P\rho_0}$ je rovna součtu dílčích příspěvků

$$E_{P\rho_0} = 26{,}6 + 24{,}8 + 21{,}7 + 18{,}1 = \mathbf{91{,}2} \text{ lx}$$

Přesným výpočtem byla zjištěna osvětlenost 90,8 lx.

Chyba výpočtu při nahrazení svítidla čtyřmi dílčími bodovými zdroji je chyba

$$\left[(91{,}2 - 90{,}8)/90{,}8\right] \cdot 100 = \mathbf{0{,}44} \ \%$$

Závěr:

Z výsledků je patrno, že pro zadané kosinusové rozdělení svítivosti svítidla přímkového typu jsou oba způsoby výpočtu prakticky plně srovnatelné. V počítačových programech se vesměs aplikují výpočty s bodovými svítícími prvky a svítidla přímkového typu se dělí většinou podstatně jemněji než naznačeno v přikladu.

25. Výpočet rozložení světelného toku svítidla obdélníkového typu

Zadání:

Vypočtěte světelné toky dopadající v mísnosti ve tvaru kvádru ze stropu, který představuje difúzně vyzařující svítidlo obdélníkového typu, na stěny místnosti a na srovnávací rovinu.

Místnost ve tvaru kvádru [o rozměrech: délka = 8 m, šířka = 4 m, výška = 3,25 m] je osvětlena difúzně vyzařujícím stropem, tedy svítidlem obdélníkového typu s konstantním jasem L ve všech směrech.
Vyzařování svítidla obdélníkového typu v takovém případě (L = konst.) popisují charakteristické funkce svítivosti:

$$f_{l\pi}(\gamma) = \cos\gamma;\ f_{l\delta}(\gamma) = \cos\alpha \qquad (68)$$

Srovnávací rovina je umístěna ve výši 0,85 m nad podlahou.
Výška stropu nad srovnávací rovinou je

$$h = 3{,}25 - 0{,}85 = 2{,}4 \text{ m}.$$

Řešení:

Pro tok Φ_0 dopadající ze stropu (který představuje difúzně vyzařující obdélníkový zdroj) na srovnávací rovinu platí rovnice

$$\Phi_0 = 2Lh^2\left[a\sqrt{1+b^2}\cdot \operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{1+b^2}} + b\sqrt{1+a^2}\cdot \operatorname{arctg}\frac{b}{\sqrt{1+a^2}} - a\cdot\operatorname{arctg} a - b\cdot\operatorname{arctg} b + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\cdot \ln\frac{\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)}{1+a^2+b^2} \right] \qquad (\text{lm; cd}\cdot\text{m}^{-2}, \text{ m, -, -}) \qquad (69)$$

kde a, b značí poměrné rozměry: $a = c/h;\ b = d/h$

Pozn. Vzorec (69) je odvozen pro případ dvou obdélníků o rozměrech c, d umístěných nad sebou v rovnoběžných rovinách ve vzdálenosti h. Jde tedy o kvádr, v němž svíticí obdélník [o rozměrech c, d] představuje strop a osvětlovaný obdélník srovnávací rovinu;
výška stropu nad srovnávací rovinou je označena písmenem h.

V daném případě jsou poměrné rozměry a, b [vztažené k výšce h stropu nad srovnávací rovinou] rovny: $a = c/h = 8/2{,}4 = 3{,}333;\quad b = d/h = 4/2{,}4 = 1{,}666$

Po dosazení do vztahu (69) pro tok Φ_0 vychází

$$\Phi_0 = 2\cdot L\cdot 2{,}4^2\cdot 3{,}926903336 = L\cdot 45{,}23792643 \doteq L\cdot 45{,}2379$$

Na srovnávací rovinu tedy ze stropu dopadá světelný tok Φ_0

$$\Phi_0 \doteq L\cdot \mathbf{45{,}238} \qquad (\text{lm}) \qquad (70)$$

Pro tok Φ_{v21} dopadající ze stropu (jako z difúzně vyzařujícího obdélníkového zdroje) na jednu z delších stěn místnosti platí vztah

$$\Phi_{v21} = \frac{1}{4} L h^2 \left[4ab \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{b} + 4a \cdot \operatorname{arctg} a - 4a\sqrt{1+b^2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} + a^2 \cdot \ln \frac{\left(a^2+b^2\right)\left(1+a^2\right)}{a^2\left(1+a^2+b^2\right)} - \right.$$
$$\left. - b^2 \cdot \ln \frac{\left(a^2+b^2\right)\left(1+b^2\right)}{b^2\left(1+a^2+b^2\right)} - \ln \frac{\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)}{1+a^2+b^2} \right]$$

(lm; cd·m^{-2}, m, -, -) (71)

kde jsou opět zavedeny poměrné rozměry obdélníků $a = c/h$ a $b = d/h$.

Pozn. Rovnice (71) je odvozena pro situaci, kdy svítící a osvětlovaný obdélník leží ve vzájemně kolmých rovinách přičemž:

1. svítící a osvětlovaný obdélník mají jednu stranu shodné délky označenu písmenem *c*,
2. druhý rozměr svítícího obdélníku je označen písmenem *d*,
3. druhý rozměr osvětlovaného obdélníku je označen písmenem *h*.

V případě, že se počítá tok Φ_{v21} dopadající na delší (8 m) stěnu [označenou 21] místnosti, mají svítící a osvětlovaný obdélník společnou stranu *c* o délce 8 m a poměrné rozměry potom jsou:

$$a = 8/2{,}4 = 3{,}333; \quad b = 4/2{,}4 = 1{,}666$$

Po dosazení z rovnice (71) dostaneme

$$\Phi_{v21} = (1/4) \cdot L \cdot 2{,}4^2 \cdot 13{,}03544417 = L \cdot 18{,}7710396 \doteq L \cdot 18{,}771$$

Na obě delší stěny [označené 21 a 22] tedy dopadá tok $\Phi_{v(21+22)}$ rovný dvojnásobku toku Φ_{v21}, tj.

$$\Phi_{v(21+22)} = 2 \cdot \Phi_{v21} = L \cdot 2 \cdot 18{,}7710396 = L \cdot 37{,}5420792 \doteq I_{10} \cdot \mathbf{37{,}542}$$

(lm) (72)

Pro výpočet toku Φ_{v23} dopadajícího ze stropu (jako z difúzně vyzařujícího obdélníkového zdroje) na jednu z kratších stěn [označenou 23] místnosti se využije opět vztah (71), do kterého se ovšem oproti předchozímu případu dosadí vzájemně zaměněné poměrné rozměry, tj.

$$a = 4/2{,}4 = 1{,}666; \quad b = 8/2{,}4 = 3{,}333,$$

pro které pak z výrazu (71) vychází tok na kratší stěnu

$$\Phi_{v23} = (1/4) \cdot L \cdot 2{,}4^2 \cdot 6{,}163527527 = L \cdot 8{,}875479639 \doteq L \cdot 8{,}8755$$

Na obě kratší stěny [označené 23 a 24] místnosti dopadá pak tok $\Phi_{v(23+24)}$ rovný dvojnásobku toku Φ_{v23}, tj.

$$\Phi_{v(23+24)} = 2 \cdot \Phi_{v23} = L \cdot 2 \cdot 8{,}875479639 = L \cdot 17{,}75095928 \doteq L \cdot \mathbf{17{,}751}$$

(lm) (73)

Na všechny stěny uvažované místnosti dopadá z uvažovaného difúzně vyzařujícího stropu tok Φ_{v2} , který je roven součtu toků dopadajících na obě jak delší, tak kratší stěny, tj.

$$\Phi_{v2} \doteq L \cdot (37{,}542 + 17{,}751) = L \cdot \mathbf{55{,}293} \qquad \text{(lm)}$$

Ověření výsledku výpočtu

Celkový tok Φ_{sv} vyzařovaný difúzně svíticím stropem je roven součtu toků dopadlých na srovnávací rovinu a na stěny prostoru, tj.

$$\Phi_{sv} = L \cdot (45{,}23792643 + 37{,}5420792 + 17{,}75095928) = L \cdot \mathbf{100{,}5309649}$$

$$\Phi_{sv} \doteq L \cdot (45{,}238 + 37{,}542 + 17{,}751) \doteq L \cdot \mathbf{100{,}53} \quad \text{(lm)} \qquad (74)$$

Strop místnosti je v daném případě difúzně vyzařující plochou, pro kterou (kromě konstantního jasu L ve všech směrech) platí další základní vztahy, a to

1. pro světlení M:

$$M = \pi \cdot L \qquad (\text{lm}\cdot\text{m}^{-2};\ -,\ \text{cd}\cdot\text{m}^{-2}) \qquad (75)$$

2. pro tok Φ_{sv} vyzařovaný difúzně svítící plochou o velikosti A_{vyz} :

$$\Phi_{sv} = M \cdot A_{vyz} = \pi \cdot L \cdot A_{vyz}$$

$$(\text{lm};\ \text{lm}\cdot\text{m}^{-2},\ \text{m}^2;\ -,\ \text{cd}\cdot\text{m}^{-2},\ \text{m}^2) \qquad (76)$$

Z toho vyplývá, že světelný tok Φ_{sv} vyzařovaný difúzně svítícím stropem (o rozměrech 8x4 m) je podle předchozí rovnice (76) úměrný nejen jasu L, ale i velikosti A_{vyz} vyzařovací plochy, tj.

$$\Phi_{sv} = \pi \cdot L \cdot A_{vyz} = L \cdot \pi \cdot (8 \cdot 4) = L \cdot \mathbf{100{,}5309649} \qquad (77)$$

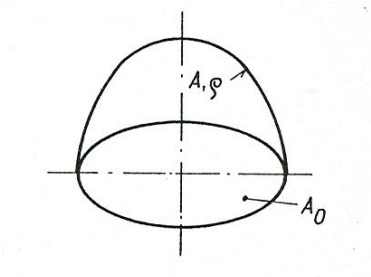
Porovnáním výsledků výrazů (74) a (77) se již snadno ověří, že **výsledky** předchozích výpočtů jsou **správné**.

Pozn. Výsledky jsou záměrně uváděny na více desetinných míst pouze pro jejich snadnější porovnávání.
Při výpočtu světelných toků obvykle plně postačí počítat se čtyřmi platnými číslicemi.

26. Mnohonásobné odrazy v duté ploše s otvorem

Zadání:

Vypočtěte světelný tok Φ, který vlivem mnohonásobných odrazů dopadne na vnitřní difúzní povrch A duté plochy s otvorem A_0. Dále zjistěte hodnotu toku Φ_{A0} vycházejícího otvorem A_0, za předpokladu, že žádné mnohonásobné odrazy nevznikají a hodnotu téhož světelného toku při respektování vlivu mnohonásobných odrazů. Tyto dvě varianty porovnejte.
Uvažujte, že na vnitřní povrch plochy A dopadá počáteční tok Φ_0.
Dáno: - povrch duté plochy A má tvar půlkoule s poloměrem r otvoru A_0 je $r = 1$ m;
- činitel odrazu ρ vnitřního difúzního povrchu plochy A je $\rho = 0{,}7$.



Obr. 34 Povrch duté plochy A odráží difúzně s činitelem odrazu ρ.

Řešení:

Pozn. obecně je činitel vazby mezi plochou 1 a plochou 2 definován vztahem:

$$\psi_{1\to 2} = \frac{\Phi_{1\to 2}}{\Phi_{vyz1}} = \frac{\Phi_{1\to 2}}{\rho \cdot \Phi_1}$$

U difúzně odrážející duté plochy A s otvorem A_0 **se vyskytují dva činitele vazby**, a to:
činitel vazby $\psi_{A\to A_0} = \psi_{AA_0}$ (mezi plochou A a otvorem A_0),
činitel vlastní vazby $\psi = \psi_{AA}$ (plochy A samotné se sebou),
pro které platí vztahy

$$1 = \psi + \psi_{AA_0} \qquad \boxed{\psi_{AA_0} = \frac{A_0}{A}} \qquad \psi = 1 - \psi_{AA_0}$$

Průběh procesu mnohonásobných odrazů v duté difúzní ploše je zřejmý z následující tabulky.

sloupec 1	sloupec 2	sloupec 3	sloupec 4
$\Phi_d = \frac{1}{1-\psi\cdot\rho}\cdot\Phi_0$ na plochu A	z toku ve sl. 1	z toku ve sl. 2	$\Phi_{A_0} = \frac{1}{1-\psi\cdot\rho}(1-\psi)\cdot\rho\cdot\Phi_0$ z toku ve sl. 2
dopadne tok	plocha A odrazí tok	na plochu A znovu dopadne	vychází otvorem A_0 tok
Φ_0	$\rho\cdot\Phi_0$	$\psi\cdot\rho\cdot\Phi_0$	$(1-\psi)\cdot\rho\cdot\Phi_0$
$\psi\cdot\rho\cdot\Phi_0$	$\psi\cdot\rho\cdot\rho\cdot\Phi_0$	$\psi^2\cdot\rho^2\cdot\Phi_0$	$(1-\psi)\cdot\psi\cdot\rho^2\cdot\Phi_0$
$\psi^2\cdot\rho^2\cdot\Phi_0$	$\psi^2\cdot\rho^2\cdot\rho\cdot\Phi_0$	$\psi^3\cdot\rho^3\cdot\Phi_0$	$(1-\psi)\cdot\psi^2\cdot\rho^3\cdot\Phi_0$
$\psi^3\cdot\rho^3\cdot\Phi_0$	$\psi^3\cdot\rho^3\cdot\rho\cdot\Phi_0$	$\psi^4\cdot\rho^4\cdot\Phi_0$	$(1-\psi)\cdot\psi^3\cdot\rho^4\cdot\Phi_0$
...	...	...	...

Výsledný tok dopadající na vnitřní difúzní povrch plochy A je ve sloupci 1 tabulky (jako součet geometrické řady s kvocientem $\psi \cdot \rho$) označen $\Phi_d = \Phi = \gamma \cdot \Phi_0$

kde γ je **činitel mnohonásobných odrazů** $\gamma = \dfrac{1}{1-\psi \cdot \rho}$

Tok Φ_{A_0} vycházející otvorem A_0 je ve 4. sloupci tabulky (opět jako součet geometrické řady s kvocientem $\psi \cdot \rho$) a tudíž roven

$$\Phi_{A \to A_0} = \Phi_{A_0} = \rho \cdot \Phi \cdot \psi_{AA_0} = \frac{\rho}{1-\psi_{AA} \cdot \rho} \cdot \Phi_0 \cdot \psi_{AA_0} = \frac{\rho \cdot \psi_{AA_0}}{1-\left(1-\psi_{AA_0}\right) \cdot \rho} \cdot \Phi_0$$

Odtud **ekvivalentní činitel odrazu** ρ_e

$$\rho_e = \frac{\Phi_{A_0}}{\Phi_0} = \frac{\rho \cdot \psi_{AA_0}}{1-\left(1-\psi_{AA_0}\right) \cdot \rho}$$

Světelný tok $\Phi_{bez\ odrazů}$, který vychází otvorem A_0 za předpokladu, že nevznikají žádné mnohonásobné odrazy je roven

$$\Phi_{bez\ odrazů} = \Phi_0 \cdot \rho \cdot \psi = 0{,}35 \cdot \Phi_0$$

kde $\Phi_{bez\ odrazů}$ je tok vystupující otvorem A_0,
ρ je činitel odrazu,
Φ_0 je počáteční světelný tok dopadlý na vnitřní povrch A duté plochy.

Světelný tok dopadající na plochu A_0 při respektování mnohonásobných odrazů:

Nejprve se vypočte činitel vazby:

$$\psi = 1-\psi_{AA_0} = 1-\frac{A_0}{A} = 1-\frac{\pi \cdot r^2}{\dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2}} = 0{,}5$$

Na plochu A dopadne tok:

$$\Phi_d = \frac{1}{1-\psi . \rho} \cdot \Phi_0 = \frac{1}{1-0{,}5 \cdot 0{,}7} \cdot \Phi_0 = 1{,}538 \cdot \Phi_0$$

Světelný tok Φ_{A0} , který vychází otvorem A_0 za předpokladu, že se respektuje vliv mnohonásobných odrazů v duté ploše s difúzním vnitřním povrchem A (součet 4. sloupce tabulky) se vypočte ze vztahu

$$\Phi_{A_0} = \frac{1}{1-\psi . \rho} \cdot \left(1-\psi\right) \cdot \rho \cdot \Phi_0 = 0{,}538 \cdot \Phi_0$$

Výstupní tok Φ_{A0} při respektování mnohonásobných odrazů je tedy přibližně o **35** % vyšší než tok $\Phi_{bez\ odrazů}$.

27. Řešení mnohonásobných odrazů v daném prostoru ve tvaru kvádru

Zadání:

Uvažte, stejně jako v předchozím 25. příkladu, místnost ve tvaru kvádru [o rozměrech: délka = 8 m, šířka = 4 m, výška = 3,25 m], která je osvětlena difúzně vyzařujícím stropem, tedy svítidlem obdélníkového typu s konstantním jasem L ve všech směrech a stanovte světelné toky, které při respektování vlivu mnohonásobných odrazů dopadají na strop, stěny a na srovnávací rovinu umístěnou 0,85 m nad podlahou.

Počáteční světelné toky Φ_{20} , Φ_{30} dopadající v uvažovaném prostoru ze svíticího stropu na stěny a srovnávací rovinu byly stanoveny v předchozím 25. příkladu a jsou rovny:

tok na **všechny stěny** $\Phi_{20} = \Phi_{v2} = L \cdot 55{,}293$ lm ;

tok na **srovnávací rovinu** $\Phi_{30} = \Phi_0 = L \cdot 45{,}238$ lm .

Řešení:

Počáteční tok Φ_{10} dopadající ze svítícího stropu zpět na strop je pochopitelně s ohledem na rovinný charakter stropu nulový $\Phi_{10} = 0$.

Uvažují-li se stěny jako jedna plocha, lze pro řešení mnohonásobných odrazů v daném kvádru napsat tři rovnice o třech neznámých tocích Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , které na strop, stěny a srovnávací rovinu dopadají po proběhnutí dostatečného počtu odrazů.

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= \Phi_{10} + \psi_{21} \cdot \rho_2 \cdot \Phi_2 + \psi_{31} \cdot \rho_3 \cdot \Phi_3 \\
\Phi_2 &= \gamma_2 \cdot \left[\Phi_{20} + \psi_{12} \cdot \rho_1 \cdot \Phi_1 + \psi_{32} \cdot \rho_3 \cdot \Phi_3\right] \\
\Phi_3 &= \Phi_{30} + \psi_{13} \cdot \rho_1 \cdot \Phi_1 + \psi_{23} \cdot \rho_2 \cdot \Phi_2
\end{aligned} \qquad (78)$$

Předchozí soustavu rovnic lze upravit do tvaru

$$\begin{aligned}
\Phi_1 - \psi_{21} \cdot \rho_2 \cdot \Phi_2 - \psi_{31} \cdot \rho_3 \cdot \Phi_3 &= \Phi_{10} \\
-\gamma_2 \cdot \psi_{12} \cdot \rho_1 \cdot \Phi_1 + \Phi_2 - \gamma_2 \cdot \psi_{32} \cdot \rho_3 \cdot \Phi_3 &= \gamma_2 \cdot \Phi_{20} \\
-\psi_{13} \cdot \rho_1 \cdot \Phi_1 - \psi_{23} \cdot \rho_2 \cdot \Phi_2 + \Phi_3 &= \Phi_{30}
\end{aligned} \qquad (79)$$

Pro determinant soustavy je pak možno odvodit vztah

$$\begin{aligned}
D = 1 - \left[\gamma_2 \cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \rho_3 \cdot \left(\psi_{21} \cdot \psi_{32} \cdot \psi_{13} + \psi_{31} \cdot \psi_{12} \cdot \psi_{23}\right) + \rho_1 \cdot \left(\rho_3 \cdot \psi_{31} \cdot \psi_{13} + \gamma_2 \cdot \rho_2 \cdot \psi_{12} \cdot \psi_{21}\right) + \right. \\
\left. + \gamma_2 \cdot \rho_2 \cdot \rho_3 \cdot \psi_{32} \cdot \psi_{23}\right]
\end{aligned} \qquad (80)$$

Činitele vazby ψ_{12} ψ_{13} ψ_{21} ψ_{23} ψ_{31} ψ_{32} vyskytující se v soustavě rovnic (78) se vyjádří v závislosti na činiteli ψ_{13} vazby mezi stropem a srovnávací rovinou (tj. pro dva obdélníky nad sebou).

Vychází se při tom z geometrických souvislostí:

$$\psi_{31} = \psi_{13} \; ; \psi_{32} = \psi_{12} \; ; \psi_{21} = \psi_{23} \qquad (81)$$

i z jednoduché energetické bilance:

$$1 = \psi_{12} + \psi_{13} \text{ , odkud } \psi_{12} = 1 - \psi_{13} \qquad (82)$$

Pro činitele vazby ψ_{12} a ψ_{21} lze odvodit vztah:

$$\psi_{21} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \psi_{12} = \frac{A_1}{A_2} \cdot (1 - \psi_{13}) = \frac{m}{2} \cdot (1 - \psi_{13}) \tag{83}$$

kde m je index místnosti, pro který platí výraz $m = (c \cdot d)/[h_v \cdot (c + d)]$,

h_v je výpočtová výška, tj. výška fiktivní roviny svítidel nad srovnávací rovinou.

V daném případě leží fiktivní rovina v rovině stropu $h_v = h = 3{,}25 - 0{,}85 = 2{,}4$ m.

Pro činitele γ_2 mnohonásobných odrazů mezi jednotlivými plochami stěn platí

$$\gamma_2 = \frac{1}{1 - \psi_{22} \cdot \rho_2} \tag{84}$$

Činitel vlastní vazby ψ_{22} mezi stěnami vyplývá z energetické bilance

$$1 = \psi_{22} + \psi_{21} + \psi_{23},$$

ze které po dosazení již uvedené souvislosti $\psi_{21} = \psi_{23}$ vychází pro činitele vazby ψ_{22} rovnice

$$\psi_{22} = 1 - 2 \cdot \psi_{21} = 1 - m \cdot (1 - \psi_{13}) \tag{85}$$

Po dosazení vztahu (83) do výrazu (85) a do výrazu (84) vychází pro činitele γ_2 mnohonásobných odrazů výraz

$$\gamma_2 = \frac{1}{1 - \rho_2 \cdot \left[1 - 2\frac{A_1}{A_2} \cdot (1 - \psi_{13})\right]} = \frac{1}{1 - \rho_2[1 - m \cdot (1 - \psi_{13})]} \tag{86}$$

Pro $c = 8$ m; $d = 4$ m; $h = 2{,}4$ m vychází index místnosti $m = 1{,}111$ a dále

$$\psi_{13} = 0{,}44999\,;\ \psi_{23} = 0{,}305561\,;\ \psi_{12} = \psi_{32} = 0{,}55001\,;\ \psi_{22} = 0{,}388878\,;\ \gamma_2 = 1{,}24137$$

Po dosazení a vyřešení soustavy rovnic (79) vychází

$$\Phi_1 = 19{,}02049513 \cdot L\,;\quad \Phi_2 = 86{,}530466868 \cdot L\,;\quad \Phi_3 = 64{,}44960923 \cdot L$$

Předpokládají-li se činitele odrazu $\rho_1 = 0{,}7\,;\ \rho_2 = 0{,}5\,;\ \rho_3 = 0{,}2$, vyzařují (včetně vlivu mnoho-násobných odrazů) sekundární zdroje (strop a stěny) toky:

strop $\Phi_1 \cdot \rho_1 = 13{,}3143465 \cdot L$

stěny $\Phi_2 \cdot \rho_2 = 43{,}26523343 \cdot L$

Z těchto toků dopadnou na srovnávací rovinu toky

ze stropu $\Phi_1 \cdot \rho_1 \cdot \psi_{13} = 5{,}991322782 \cdot L$

ze stěn $\Phi_2 \cdot \rho_2 \cdot \psi_{23} = 13{,}22016799 \cdot L$

Vlivem mnohonásobných odrazů dopadá tedy na srovnávací rovinu součet uvedených toků, tj.

$$19{,}21149077 \cdot L$$

Ze známých toků dopadlých na srovnávací rovinu (o ploše $A_3 = 8 \cdot 4 = 32\ \mathrm{m}^2$) lze již stanovit místně **průměrnou osvětlenost**, a to jak její hodnotu **celkovou**

$$E_{3celk} = 64{,}44960923 \cdot L/32 = \mathbf{2{,}01405288} \cdot L \qquad (100\ \%)$$

tak její složku **přímou** $E_{3př} = 45{,}23811846 \cdot L/32 = \mathbf{1{,}41369130} \cdot L$ (70,2 %)

a složku **odraženou** $E_{3odr} = 19{,}21149077 \cdot L/32 = \mathbf{0{,}60035908} \cdot L$ (29,8 %)

Pozn. Je zřejmé, že odražená složka průměrné osvětlenosti tvoří v tomto případě 30 % z celkové průměrné osvětlenosti srovnávací roviny

Z výsledků dále vyplývá i hodnota **činitele využití** η_E pro výpočet osvětlenosti

$$\eta_E = \Phi_3 / \Phi_{zdrojů} = 64{,}44960923 \cdot L/(\pi \cdot L \cdot 32) = \mathbf{0{,}641}$$

kde $\Phi_{zdrojů} = M_1 \cdot A_1 = \pi \cdot L \cdot A_1 = \pi \cdot L \cdot 32$; přičemž $A_1 = 8 \cdot 4 = 32\ \mathrm{m}^2$.

Lze též určit **celkový průměrný jas** L_2 **stěn**, neboť stěny z toku Φ_2 na ně dopadlého odrážejí tok

$$\rho_2 \cdot \Phi_2 = M_2 \cdot A_2 = \pi \cdot L_2 \cdot A_2$$

odkud

$$L_2 = \frac{\Phi_2 \cdot \rho_2}{\pi \cdot A_2} = \frac{\Phi_2 \cdot \rho_2}{\pi \cdot 2 \cdot h \cdot (c+d)} = \frac{86{,}530466868 \cdot L \cdot 0{,}5}{\pi \cdot 2 \cdot 2{,}4 \cdot (8+4)} = 0{,}239 \cdot L$$

Pozn. Z výsledku vyplývá, že např. pro průměrný jas L svítícího stropu $L \approx 200\ \mathrm{cd \cdot m^{-2}}$ by celkový průměrný jas stěn činil $L_2 \approx 48\ \mathrm{cd \cdot m^{-2}}$].

Z obdobné rovnice, do které se dosadí počáteční tok $\Phi_{20} = 55{,}293 \cdot L$ je možno vypočítat **přímou složku** L_{20} **průměrného jasu stěn**

$$L_{20} = \frac{\Phi_{20} \cdot \rho_2}{\pi \cdot A_2} = \frac{\Phi_{20} \cdot \rho_2}{\pi \cdot 2 \cdot h \cdot (c+d)} = \frac{55{,}293 \cdot L \cdot 0{,}5}{\pi \cdot 2 \cdot 2{,}4 \cdot (8+4)} = 0{,}15278 \cdot L$$

což v daném případě je cca 64 % z celkového či výsledného jasu L_2 stěn.

28. Řešení parametrů osvětlovací soustavy v programu DIALux

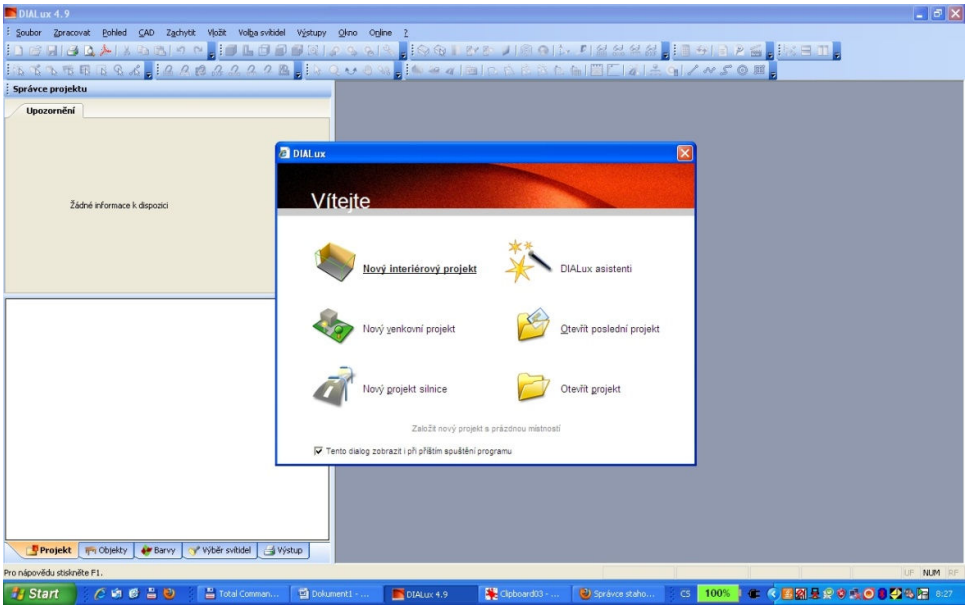
Výpočet osvětlenosti srovnávací roviny

Zadání:

S využitím programu DIALux stanovte základní parametry osvětlovací soustavy v prostoru ve tvaru kvádru.
Pro jednoduchost uvažujte srovnávací rovinu v úrovni podlahy.

Řešení:

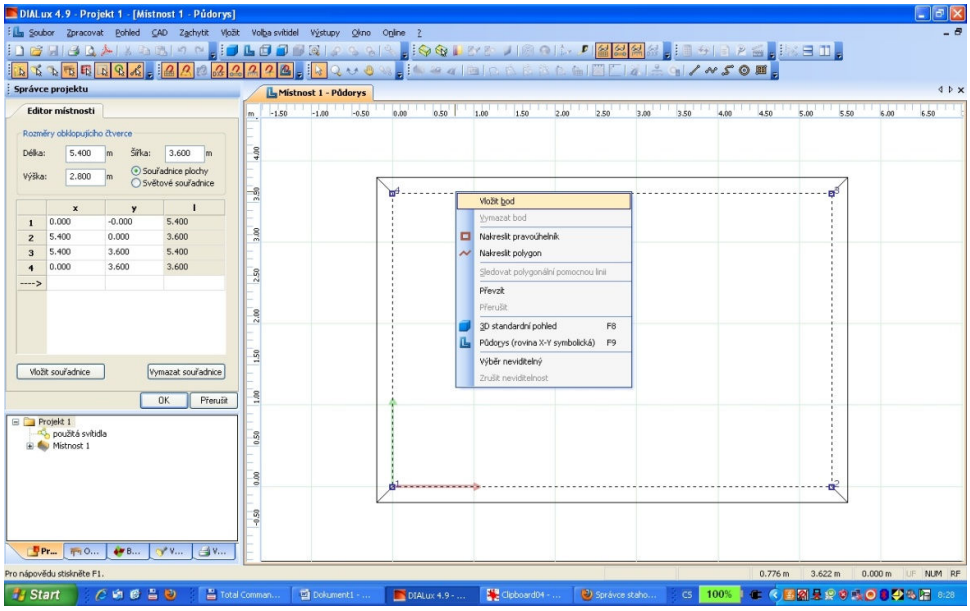
Po zvolení položky **Nový interiérový projekt** (obr. 35)



Obr. 35

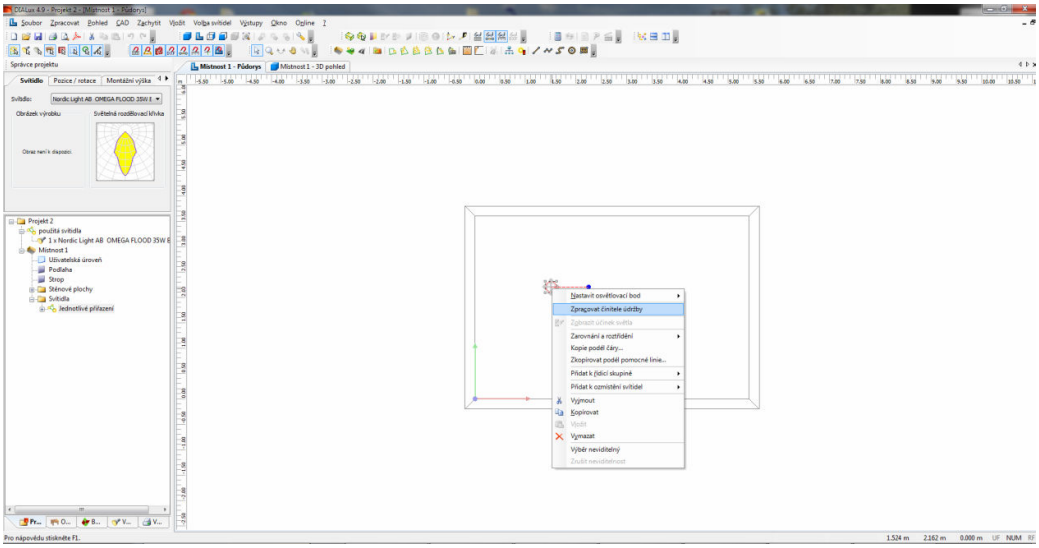
případně po najetí myší na položku **Projekt** se přes pravé tlačítko dostaneme do nabídky **Vložit novou místnost**.

Ve vyvolaném dialogovém okně zadáme rozměry místnosti. Lze také přidávat body a tvarovat navrhovaný prostor (obr. 36). Body přidáváme přes pravé tlačítko myši v okně s grafickým naznačením místnosti.



Obr. 36

Po definování místnosti můžeme v kartě **Metody plánu údržby** definovat činitel údržby. Pokud nezvolíme položku **Úhrně**, ale **Rozšířen** pak je třeba posléze u svítidel definovat plán údržby v položce **Zpracovat činitele údržby** (obr. 37).



Obr. 37

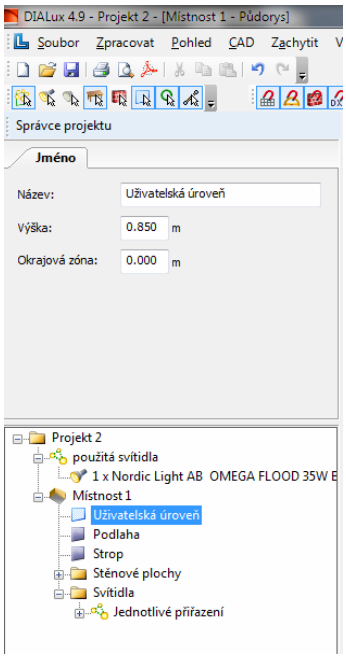
Definování ploch odraznosti je pod záložkou **Plochy místnosti**.

Vložení svítidla lze provést jednoduše přetažením *.LDT souboru na položku DIALuxového okna **použitá svítidla**.

Polohu svítidla lze měnit při kliknutí na konkrétní svítidlo (nebo skupinu svítidel) s tím, že v akčních záložkách můžeme editovat **Pozice/rotace, Montážní výška**.

V levé části okna DIALuxu (obr. 38) v posloupnosti stromu **Projekt/Místnost** je položka **Uživatelská úroveň**. Toto je standardně definovaná výpočtová plocha (srovnávací rovina) programu DIALux. Je třeba nastavit její výšku a velikost okrajů od stěn.

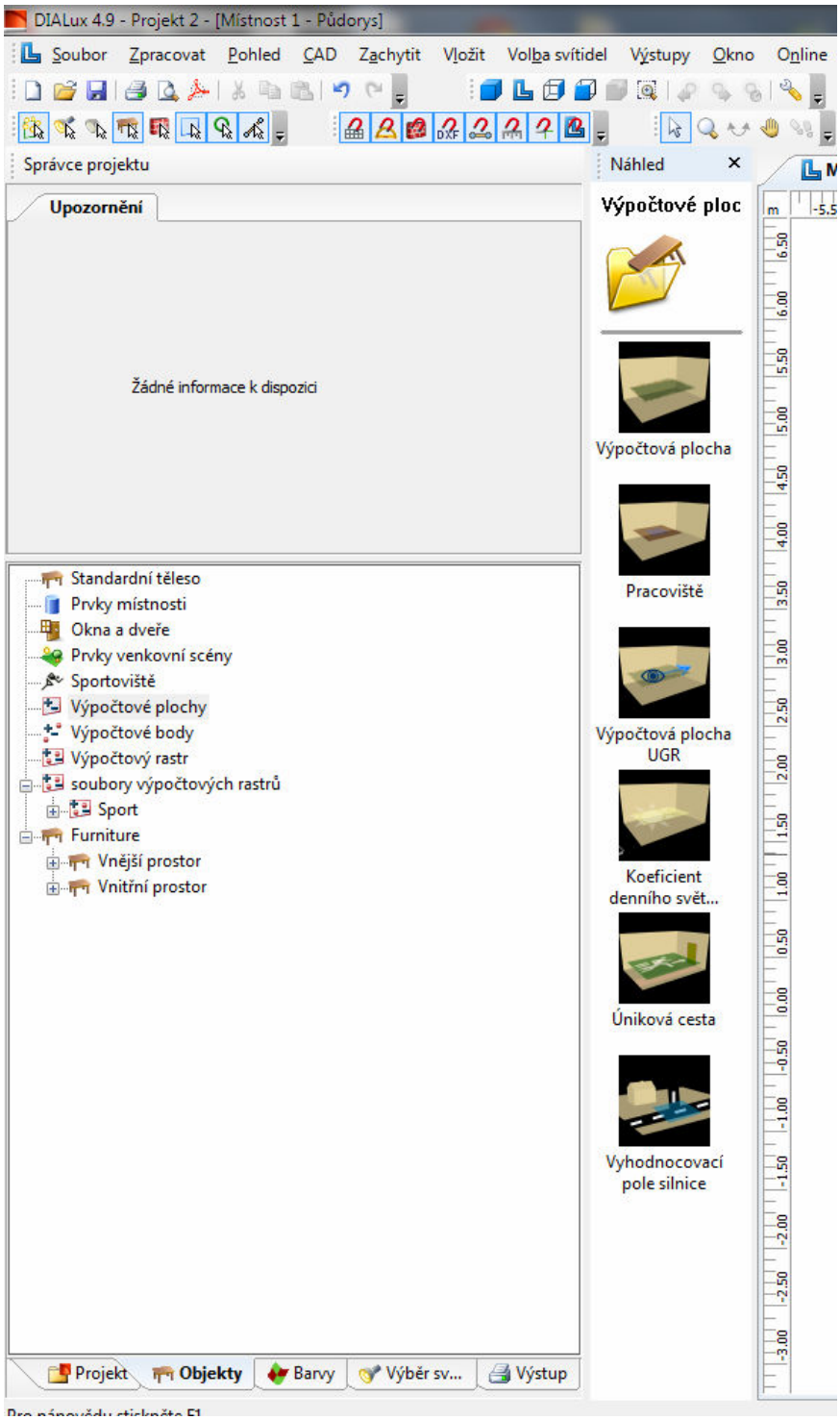
Při složitějších tvarech místností však nastává problém a DIALux neumožňuje nastavit vzdálenost jednoho metru, což je vzdálenost požadovaná normou. V takovém případě je třeba vložit výpočtovou plochu ručně.



Obr. 38

Na záložce **Objekty** (nachází se vlevo dole) můžeme získat tělesa, která se dají vložit do navrhované místnosti. Takto lze simulovat přirozené stavební prvky jako jsou schody, výtahy, podhledy, okna, dveře, apod.

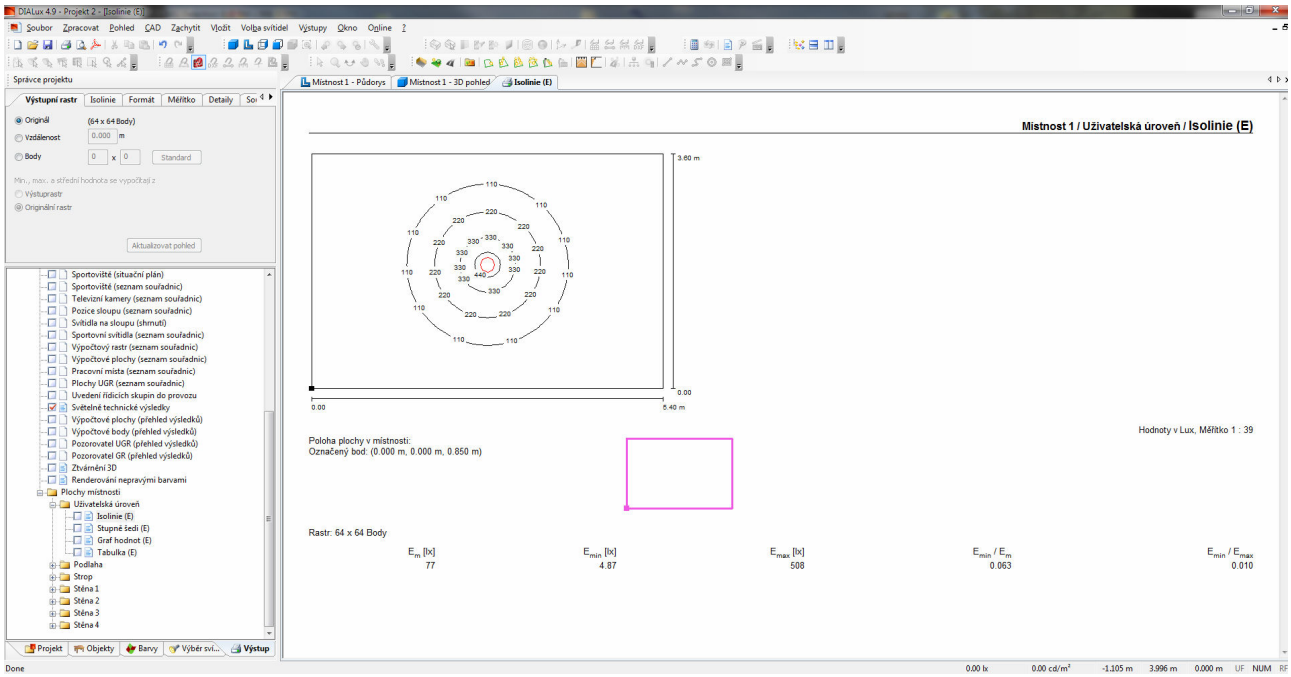
Pokud již v návrhové dokumentaci objektu není zaznačeno přesné rozmístění pracovních pozic (například kancelářské stoly, obráběcí místa atd.) navrhuje se celý prostor na konkrétní hladinu osvětlenosti požadovanou normou.



Obr. 39

V záložce **Objekty** (obr. 39) také nalezneme položku **Výpočtové plochy**. Pro jednoduché výpočty postačí volba **Výpočtová plocha**. Tato plocha může být následně upravena podle libovolného tvaru a rozměru místnosti či prostoru.

Výpočet osvětleností je pak dostupný přes volbu **Výstupy/spustit výpočet**. Výsledné hodnoty zle najít v záložce **Výstup** (vlevo dole), kde rozklikáním stromu projektu se dostaneme k položce **Uživatelská úroveň** či **Výpočtová plocha** (obr. 40). Při označení konkrétních výstupních listů v této nabídce je můžeme pomocí **Soubor/Exportovat/Výstupy uložit ve formátu PDF** připravit k tisku.



Obr. 40

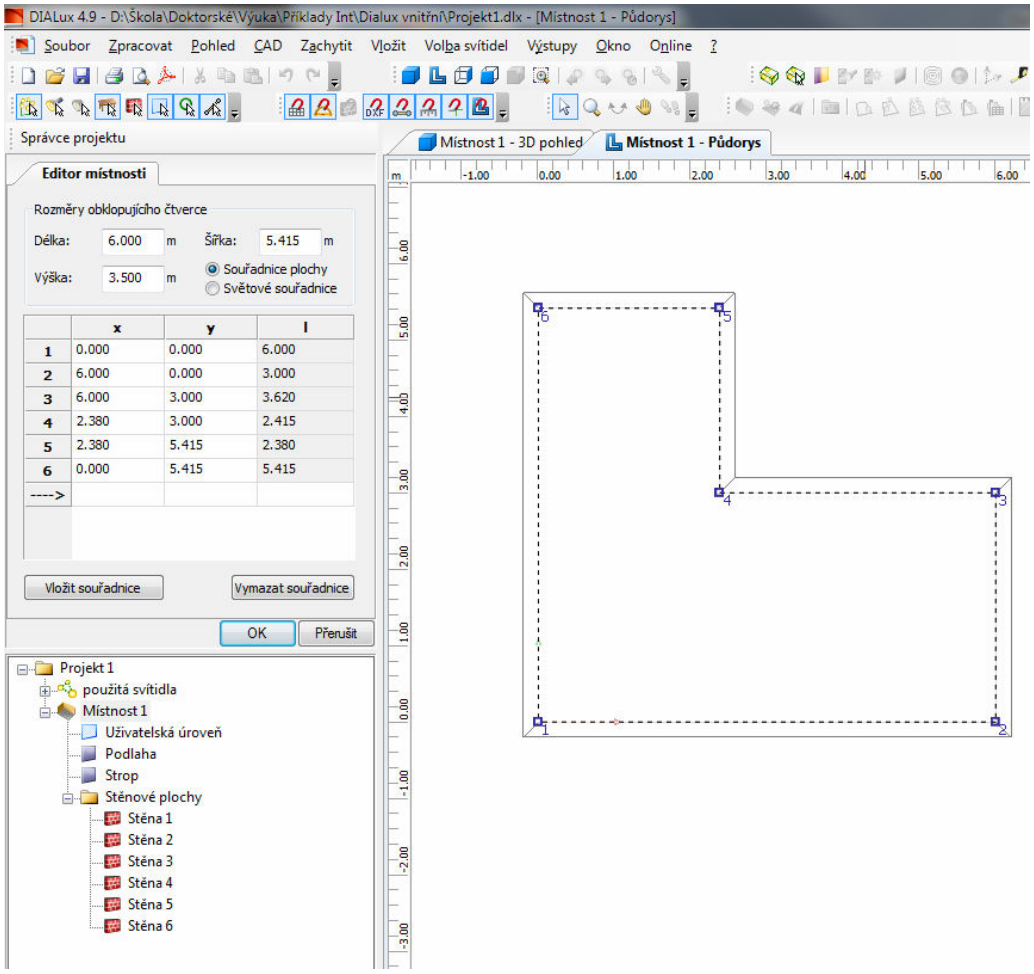
Stanovení činitele oslnění UGR v zadaném prostoru

Zadání:

Určete činitel oslnění *UGR* pro místnost s půdorysem ve tvaru písmene *L*.

Řešení:

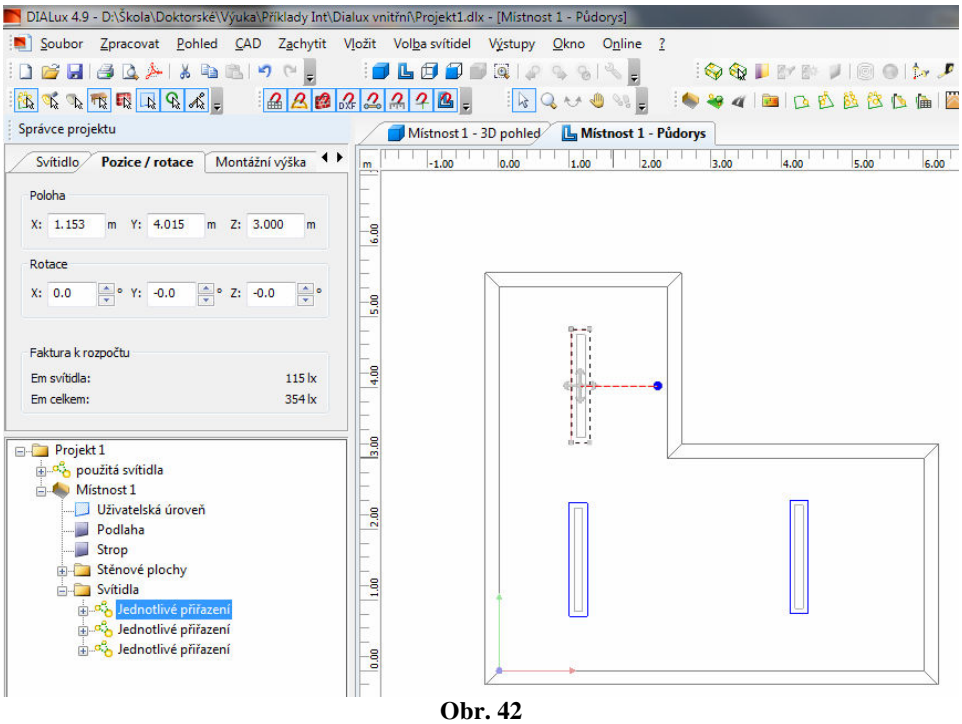
Nejprve nadefinujeme v programu DIALux místnost při obdobném postupu jak je popsán v předchozím příkladu (obr. 41).



Obr. 41

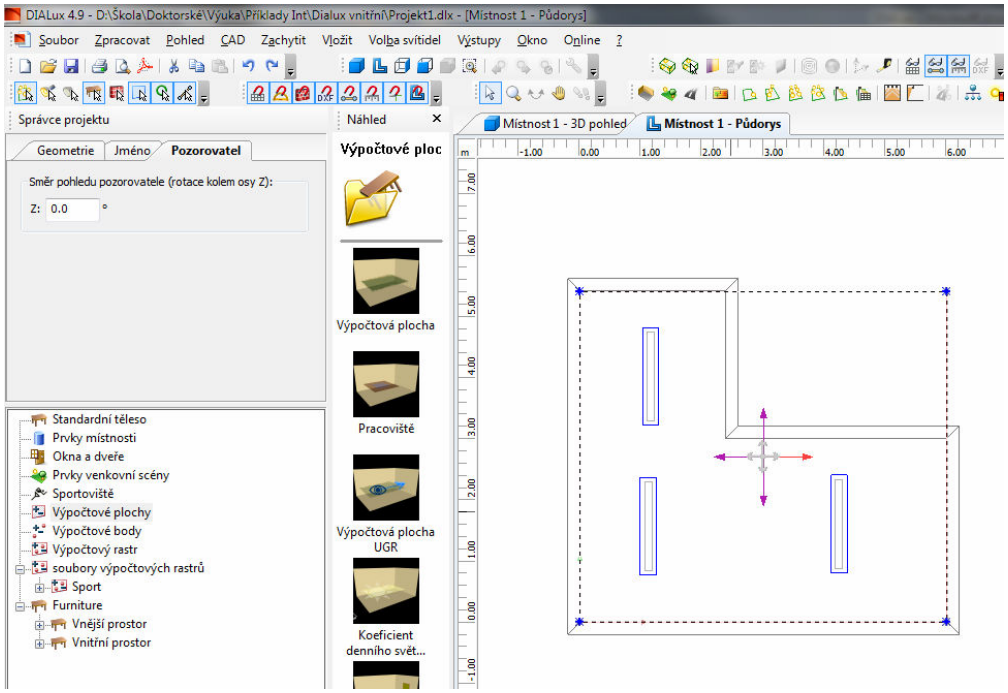
Po odsouhlasení rozměrů místnosti přidáme svítidla. Vybereme libovolná svítidla, buďto ze souboru ***.LDT** který máme k dispozici, nebo z nabídky **Volba svítidel/DIALux katalogy/…**

Svítidla rozmístíme dle předpokládaného rozmístění svítidel zpracovávaného prostoru (obr. 42).



Obr. 42

Dalším krokem je umístění výpočtové plochy pro zjištění činitele oslnění *UGR*. Oslnění budeme zjišťovat pro stojícího člověka – tedy ve výpočtové výšce $h = 150$ cm. Výpočtovou plochu lze nalézt na umístění **Objekty/Výpočtové plochy/Výpočtová plocha UGR**. Odtud ji jednoduše myší přetáhneme do stávajícího projektu a poté přizpůsobíme tak, aby pokrývala celou plochu místnosti či prostoru, který má být vyhodnocen (obr. 43).



Obr. 43

Nastavení těchto ploch provedeme v položkách **Geometrie**, kde výšku roviny *h* v položce *Z*: na 1,5 m. Výpočet činitele oslnění je třeba provést ve 4 různých směrech pohledu. Proto si výpočtovou plochu vložíme 4 krát a její orientaci upravujeme v položce Pozorovatel zadáním úhlů: 0°, 90°, 180°, 270°.

Přes nabídku **Výstupy/Spustit** výpočet zadáme zpracování prostoru a výsledky můžeme číst pod záložkou **Výstupy**. Zde již dle předchozího příkladu rozbalujeme nabídku **Projekt1/místnost1/Plochy místnosti/Výpočtová plocha UGR/**…

Činitel oslnění *UGR* je pak maximální hodnota, která se vyskytne na výpočtové ploše. V každém směru pohledu je pak třeba vyhodnotit tohoto činitele, a pokud neodpovídá požadavkům normy dle konkrétního určení prostoru, je třeba podniknout nápravu.

Pozn: v souladu s požadavky normy ČSN EN 12464-1 mají hodnoty činitele oslnění *UGR* vyhovovat podmínce uvedené v následující tabulce.

prostor	**podmínka**
chodby	$UGR \leq 28$
schodiště	$UGR \leq 25$
tělocvičny	$UGR \leq 22$
kanceláře	$UGR \leq 19$
technické kreslení	$UGR \leq 16$

Výpočet osvětlenosti a rovnoměrnosti osvětlení pracovní plochy a jejího okolí

Zadání:

Namodelujte situaci místnosti tvaru kvádru osazenou svítidly, kde předmětem výpočtu bude pracovní plocha tvaru a velikosti desky pracovního stolu s hodnocením osvětlenosti jak místa zrakového úkolu, tak okolní oblasti. Zhodnoťte také rovnoměrnost osvětlenosti.

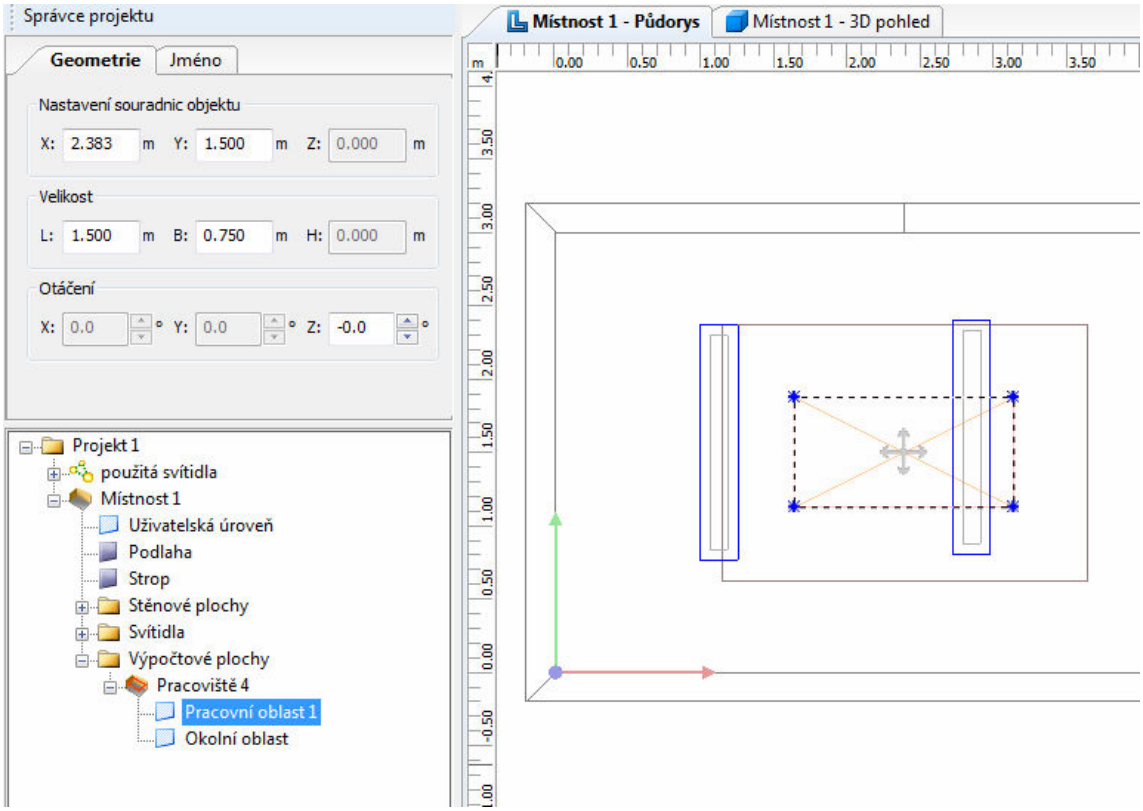
Návrh realizujte pro kancelářský prostor kde je na pracovní ploše požadována udržovaná osvětlenost $E_m \geq 500$ lx a rovnoměrnost $E_{min}/E_m \geq 0{,}8$. Pro okolní oblast pak je hodnota udržované osvětlenosti $E_{mo} \geq 300$ lx s rovnoměrností $E_{min}/E_m \geq 0{,}5$.

Udržovací činitel volte v rozmení $0{,}7 - 0{,}8$.

Řešení:

Nejprve nadefinujeme v programu DIALux navrhovaný prostor. Poté osadíme svítidly společně s následným zpracováním udržovacího činitele.

Dalším krokem je vložení výpočtové plochy pracoviště. Ta je k nalezení v cestě **Objekty / Výpočtové plochy / Pracoviště**. Výpočtovou plochu, kterou přetažením z menu do navrhovaného prostoru aplikujeme lze adjustovat při výběru položky **Pracovní oblast** či **Okolní oblast** (obr. 44).



Obr. 44

Po nastavení vhodných rozměrů pracovní plochy na rozměr stolu (zde šířka 1,5 m a hloubka stolu 0,75 m) je možno nastavit velikost okolní oblasti s tím, že okolní oblast má přesahovat oblast pracovní o 0,5 m na každé straně.

K přesnému usazení rovin tak, aby měly střed ve stejném bodě je možno využít nástroj **Vyznačit pomocnou linii** a s ním vytvořit průsečík úhlopříček pracovní oblasti, do nějž se pak usadí i střed okolní oblasti. Na obr. 44 je tento kříž vyznačen červenou barvou.

Zvolí-li se svítidla se zářivkami, pak po provedení výpočtu dostáváme tyto hodnoty:

Pracovní oblast	E_m = 720 lx	E_{min}/E_m = 0,859
Okolní oblast	E_m = 450 lx	E_{min}/E_m = 0,684

Pokud by nebyly splněny požadavky zadání, je třeba upravit osvětlovací soustavu.

29. Analýza zapínacího proud žárovek

Zadání:

Zjistěte velikost zapínacího proudu žárovky o příkonu 60 W a 100 W za provozních teplot $t = 2740$ K pro žárovku 100 W a pro 60 W $t = 2710$ K.

Řešení:

Proud I protékající vláknem žárovky (resistence R_t) napájené napětím U: $I = U/R_t$.

Resistence (odpor) R_t wolframového vlákna žárovky při provozní teplotě t [°C] v závislosti na odporu R_{20} téhož vlákna při teplotě 20 °C: $R_t = R_{20}[1 + \alpha \cdot (t - 20)]$

Odtud resistence (odpor) při 20 °C: $R_{20} = \dfrac{R_t}{1 + \alpha \,.\, (t - 20)}$

Parametry pro wolfram: měrný odpor 6,0 μΩ·cm = **0,06** Ω·mm^2/m
(pro srovnání pro Cu 1,75 μΩ·cm = **0,0175** Ω.mm^2/m
pro Al 0,033 Ω·mm^2/m)
teplotní součinitel odporu α = **0,0048** °C^{-1}
(pro srovnání pro Cu 0,004 °C^{-1})

Provozní odpor R_t vlákna žárovky o příkonu P při napětí U: $R_t = U^2/P$

žárovka 100 W, 230 V

$R_t = U^2/P = 230^2/100 = 529\ \Omega$ při jmen. proudu $I_n = U/R_t = 230/529 = 0{,}435$ A

žárovka 60 W, 230 V

$R_t = U^2/P = 230^2/60 = 881{,}7\ \Omega$ při jmen. proudu $I_n = U/R_t = 230/881{,}7 = 0{,}261$ A

Pro žárovku 100 W (provozní teplota v kelvinech $t = 2740$ K):

předpokládaná provozní teplota ve °C: $t = (2740 - 270)$°C = 2470°C

$$R_{20} = R_t/[1 + \alpha \cdot (t - 20)] = 529/[1 + 0{,}0048 \cdot (2470 - 20)] = 41{,}5\ \Omega$$

$$[1 + \alpha \cdot (t - 20)] = [1 + 0{,}0048 \cdot (2470 - 20)] = 12{,}76 \doteq \mathbf{12{,}8}$$

$\boldsymbol{R_{20} = R_t / 12{,}8}$

zapínací proud při 20 °C: $I_z = U/R_{20} = 230/R_{20} = (230/R_t) \cdot 12{,}8 = I_n \cdot \mathbf{12{,}8}$

Pro žárovku 60 W (provozní teplota v kelvinech $t = 2710$ K):

$$R_{20} = R_t/[1 + \alpha \cdot (t - 20)] = 881{,}7/[1 + 0{,}0048 \cdot (2440 - 20)] = 68{,}3\ \Omega$$

$$[1 + \alpha \cdot (t - 20)] = [1 + 0{,}0048 \cdot (2440 - 20)] = \mathbf{12{,}6}$$

$\boldsymbol{R_{20} = R_t / 12{,}6}$

zapínací proud při 20 °C: $I_z = U/R_{20} = 230/R_{20} = (230/R_t) \cdot 12{,}6 = I_n \cdot \mathbf{12{,}6}$

Zapínací proud uvedených žárovek bude tedy 12,8 resp. 12,6 krát větší než provozní proud žárovek.

Pozn. 1) V praxi se obvykle uvádí, že zapínací proud žárovek je asi **11** krát větší než provozní jmenovitý proud.

2) Podle ČSN ISO 31-5 Veličiny a jednotky:

v obvodech **ss** proudu: el. odpor, **resistance**

v obvodech **stříd.** proudu: reál. část impedance – **resistence**

imag. část impedance – **reaktance**

30. Analýza napájecího obvodu zářivky 36 W s indukčním předřadníkem

Řešení:

Předpoklady:

1. Obvod je napájen z elektrické sítě s jmenovitým napájecím napětím 230 V (schéma zapojení je nakresleno na obr. 45).
   Obvodem protéká jmenovitý proud $I = 0{,}43$ A.
   Napětí na oblouku je $U_o = 103$ V.
   Činný příkon zářivky je 36 W.

Ztráty v předřadné tlumivce se uvažují 9 W.

Elektrický oblouk hořící v zářivce představuje impedanci Z_o induktivního charakteru, pro kterou platí rovnice

$$Z_o = \sqrt{R_o^2 + X_o^2} \qquad (\Omega) \qquad (87)$$

kde R_o je rezistence (činný odpor) oblouku (Ω),
X_o je induktivní reaktance oblouku (Ω).

2. Předřadná tlumivka představuje v obvodu impedanci Z_t induktivního charakteru, pro kterou platí

$$Z_t = \sqrt{R_t^2 + X_t^2} \qquad (\Omega) \qquad (88)$$

kde R_t je rezistence (činný odpor) tlumivky (Ω),
X_t je induktivní reaktance tlumivky (Ω).

Všechny zmíněné prvky R_o , X_o , R_t , X_t jsou v obvodu zapojeny do série (náhradní schéma zapojení je nakresleno na obr. 45).

Z výkonové bilance obvodu (pro 1. harmonickou) vyplývá:

zdánlivý příkon

$$S = U \cdot I = 230 \cdot 0{,}43 = 98{,}9 \text{ VA} \qquad (89)$$

činný příkon

$$P = 36 + 9 = 45 \text{ W} \qquad (90)$$

účiník obvodu (pro 1. harmonickou)

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{45}{98{,}9} = 0{,}455 \qquad (91)$$

jalový příkon

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = 98{,}9 \cdot \sqrt{1 - 0{,}455^2} = 88{,}1 \text{ VAr} \qquad (92)$$

z pravoúhlého trojúhelníku příkonů, v němž P, Q představují odvěsny a přeponu tvoří zdánlivý příkon S (svírající s odvěsnou P úhel φ), lze stanovit fázový posun φ mezi napětím U a proudem I protékajícím sledovaným obvodem např. z rovnice

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{\sqrt{1-0{,}455^2}}{0{,}455} \right) = \text{arctg}\ 1{,}957 = 63° \tag{93}$$

Z uvažovaných činných ztrát 9 W na rezistenci R_t tlumivky, pro které platí vztah $R_t \cdot I^2 = 9$ W se vypočte rezistence (činný odpor) R_t tlumivky z výrazu

$$R_t = 9/0{,}43^2 = 48{,}7\ \Omega \tag{94}$$

Úbytek napětí na rezistenci R_t tlumivky je tedy

$$U_{R_t} = R_t \cdot I = 48{,}7 \cdot 0{,}43 = 20{,}93 \doteq 21\ \text{V} \tag{95}$$

Z fázorového diagramu na obr. 45 je vidět, že průmět ($U\cdot\cos\varphi$) fázoru U napájecího napětí do reálné osy (v níž leží fázor proudu I) je roven součtu úbytku napětí U_{Ro} na rezistenci R_o oblouku a úbytku napětí U_{Rt} na rezistenci R_t tlumivky, tj.

$$U_{R_o} + U_{R_t} = U \cdot \cos\varphi = 230 \cdot 0{,}455 = \mathbf{104{,}65}\ \text{V} \tag{96}$$

Z předchozí rovnice vychází úbytek napětí U_{Ro} na rezistenci oblouku

$$U_{R_o} = U \cdot \cos\varphi - U_{R_t} = 104{,}65 - 20{,}93 = \mathbf{83{,}7}\ \text{V} \tag{97}$$

Fázor U_o napětí na oblouku, jehož velikost je zadána hodnotou $U_o = 103$ V, tvoří přeponu pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami představovanými úbytkem napětí $U_{Ro} = 83{,}7$ V na rezistenci R_o oblouku a úbytkem napětí U_{Xo} na reaktanci X_o oblouku, takže platí vztah

$$U_o = 103 = \sqrt{(U_{R_o})^2 + (U_{X_o})^2} = \sqrt{83{,}7^2 + (U_{X_o})^2} \tag{98}$$

odkud vychází úbytek napětí U_{Xo} na reaktanci X_o oblouku

$$U_{X_o} = \sqrt{(U_o)^2 + (U_{R_o})^2} = \sqrt{103^2 + 83{,}7^2} = \mathbf{60}\ \text{V} \tag{99}$$

Úhel φ_o , který svírá fázor U_o s úbytkem napětí U_{Ro} lze stanovit z výrazu

$$\varphi_o = \text{arctg}\left(\frac{60}{83{,}7} \right) = 36° \tag{100}$$

Průmět ($U\cdot\sin\varphi$) fázoru napětí U do osy kolmé k ose proudu je roven součtu úbytku napětí U_{Xt} na reaktanci X_t tlumivky a úbytku napětí U_{Xo} na reaktanci X_o oblouku, tj.

$$U_{X_t} + U_{X_o} = U \cdot \sin\varphi = 230 \cdot \sqrt{1-0{,}455^2} = 204{,}8\ \text{V} \tag{101}$$

Z předchozí rovnice lze již stanovit úbytek napětí U_{Xt} na reaktanci X_t tlumivky

$$U_{X_t} = U \cdot \sin\varphi - U_{X_o} = 204{,}8 - 60 = 144{,}8 \doteq 145\ \text{V} \tag{102}$$

Fázor napětí U_t napětí na tlumivce tvoří přeponu pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami představovanými úbytkem napětí na rezistenci tlumivky $U_{Rt} = 21$ V a úbytkem napětí na reaktanci tlumivky $U_{Xt} = 145$ V, takže pro velikost napětí U_t na tlumivce platí vztah

$$U_t = \sqrt{(U_{R_t})^2 + (U_{X_t})^2} = \sqrt{145^2 + 21^2} = 146{,}5 \text{ V} \tag{103}$$

Úhel φ_t , který svírá fázor U_t s úbytkem napětí U_{Rt} lze stanovit z výrazu

$$\varphi_t = \text{arctg}\left(\frac{145}{21}\right) \doteq 82° \tag{104}$$

Z úbytku napětí $U_{Xt} = 145$ V $= X_t \cdot I$ na reaktanci tlumivky X_t lze tuto reaktanci vypočítat

$$X_t = U_{X_t} / I = 145/0{,}43 = 337\ \Omega \tag{105}$$

Impedance Z_t tlumivky se pak stanoví jako přepona impedančního pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami tvořenými rezistencí $R_t = 48{,}7\ \Omega$ tlumivky a reaktancí $X_t = 337{,}2\ \Omega$ tlumivky z rovnice

$$Z_t = \sqrt{(R_t)^2 + (X_t)^2} = \sqrt{48{,}7^2 + 337{,}2^2} = 340{,}7\ \Omega \tag{106}$$

Pro reaktanci X_t tlumivky platí, že je rovna součinu kruhové frekvence $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 = 314$ a indukčnosti L_t tlumivky, tj.

$$X_t = \omega \cdot L_t \tag{107}$$

Z předchozí rovnice vyplývá pro indukčnost L_t tlumivky vztah

$$L_t = X_t / \omega = 337{,}2/314 = 1{,}074 \text{ H} \tag{108}$$

Pro úplnost ještě stanovme náhradní parametry oblouku, tzn. rezistenci R_o a reaktanci X_o.

Z úbytku napětí $U_{Ro} = 83{,}7$ V $= R_o \cdot I$ na rezistenci R_o oblouku vyplývá velikost náhradní rezistence oblouku

$$R_o = U_{R_o} / I = 83{,}7/0{,}43 = 194{,}65 \doteq 195\ \Omega \tag{109}$$

Obdobně z úbytku napětí $U_{Xo} = 60$ V $= X_o \cdot I$ na reaktanci X_o oblouku vyplývá velikost náhradní reaktance oblouku

$$X_o = U_{X_o} / I = 60/0{,}43 = 139{,}53 \doteq 140\ \Omega \tag{110}$$

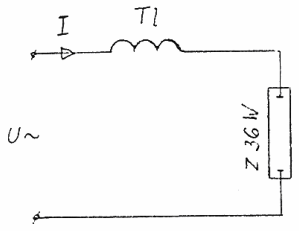
Náhradní impedance Z_o oblouku se pak stanoví jako přepona impedančního pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami tvořenými rezistencí $R_o = 195\ \Omega$ oblouku a reaktancí $X_o = 140\ \Omega$ oblouku z rovnice

$$Z_o = \sqrt{(R_o)^2 + (X_o)^2} = \sqrt{195^2 + 140^2} \doteq 240\ \Omega \tag{111}$$

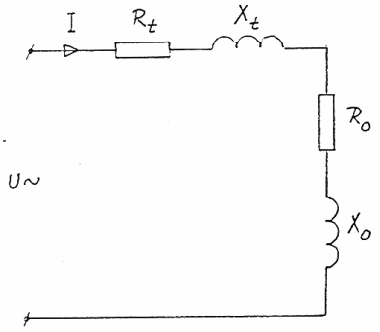
Fázorový diagram analyzovaného obvodu se sériově zapojenými rezistencemi R_t tlumivky a R_o oblouku a reaktancemi X_t tlumivky a X_o oblouku je v měřítku nakreslen na obr. 45.

Napájecí obvod zářivky 36 W s indukčním předřadníkem

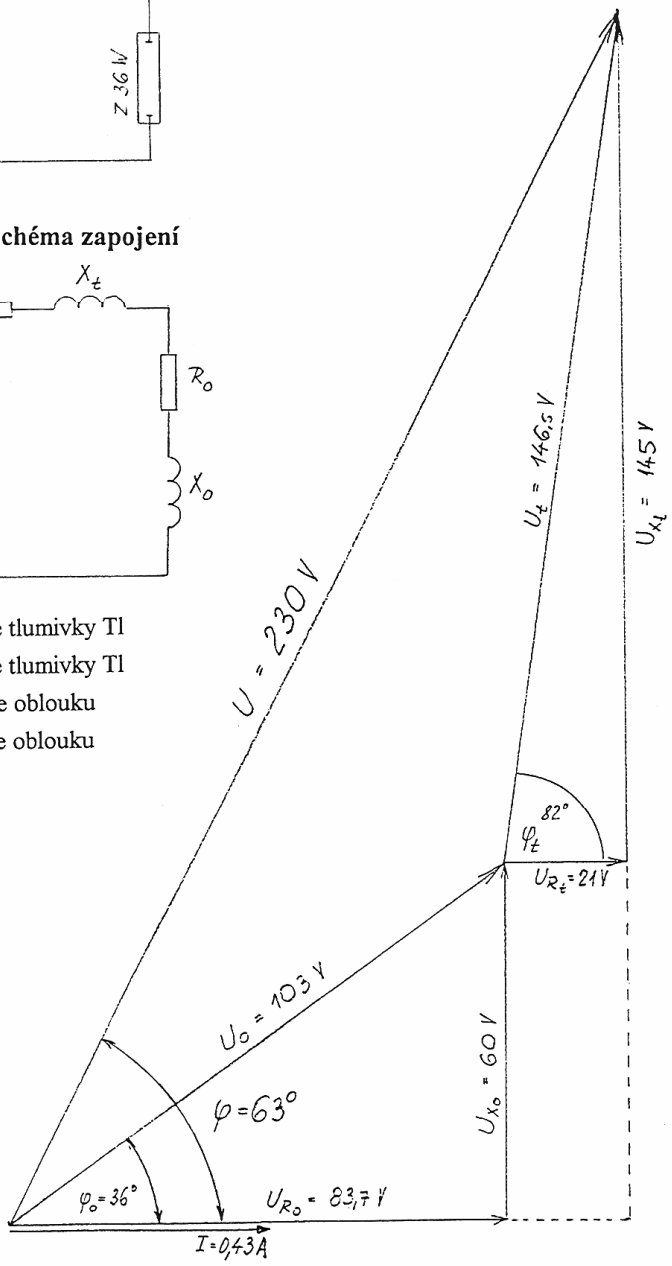
Schéma zapojení



Náhradní schéma zapojení



R_t rezistence tlumivky Tl
X_t reaktance tlumivky Tl
R_o rezistence oblouku
X_o reaktance oblouku



Fázorový diagram

Obr. 45

31. Kompenzace účiníku v obvodu zářivky 36 W s indukčním předřadníkem

1. kompenzace na účiník (1. harmonické) $\cos\varphi_v = 1$ při zachování činného příkonu [činné složky proudu]

Pro daný jmenovitý proud $I = 0{,}43$ A zářivky 36 W a uvažované ztráty 9 W v indukčním předřadníku byl vypočten účiník obvodu (pro 1. harmonickou) $\cos\varphi = 0{,}455$.

Činná složka $I_č$ proudu I potom bude

$$I_č = I \cdot \cos\varphi = 0{,}43 \cdot 0{,}455 \doteq 0{,}196 \text{ A}$$

Jalová (induktivní) složka I_{jL} proudu I se zjistí ze vztahu

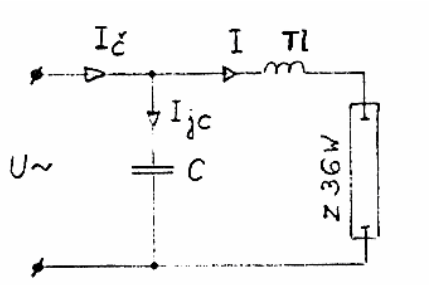
$$I_{jL} = I \cdot \sin\varphi = 0{,}43 \cdot \sqrt{1 - 0{,}455^2} = 0{,}3829 \doteq 0{,}383 \text{ A}$$

K vykompenzování účiníku na hodnotu $\cos\varphi = 1$ se paralelně na svorky napájecího napětí připojí kondenzátor s kapacitou C, kterým bude protékat proud I_{jC} rovný jalové složce proudu I_{jL}. Schéma zapojení je nakresleno na obr. 46 a odpovídající fázorový diagram na obr. 47. Přitom platí

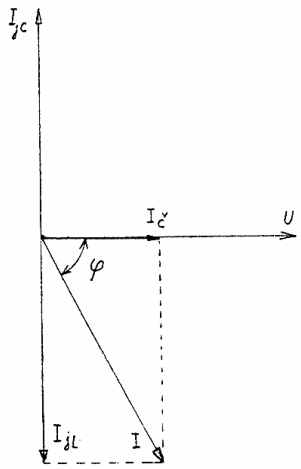
$$I_{jC} = U / X_C = \omega \cdot C \cdot U = I_{jL} = 0{,}383 = 314 \cdot C \cdot 230$$

Takže potřebná kapacita C kompenzačního kondenzátoru je

$$C = 0{,}383 / 314 / 230 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 5{,}3 \text{ μF}$$



Obr. 46 Schéma zapojení



Obr. 47 Fázorový diagram vystihující kompenzaci účiníku na $\cos\varphi_v = 1$ při zachování činného příkonu

2. **kompenzace na účiník (1. harmonické) $\cos\varphi_v = 0{,}95$ při zachování činného příkonu [činné složky proudu]**

Nový výsledný proud I_v se určí z činné složky proudu $I_{\check{c}} = 0{,}196$ A vydělením $\cos\varphi_v = 0{,}95$, tj.

$$I_v = I_{\check{c}} / \cos\varphi_v = 0{,}196 / 0{,}95 \doteq 0{,}206 \text{ A}$$

V tomto případě (pro odlišení) kapacitu kompenzačního kondenzátoru označme písmenem C_2
Schéma zapojení je naznačeno na obr. 48.
Proud I_{jC2} kondenzátorem C_2 bude o proud I_{vj} menší než jalová složka I_{jL} indukčního proudu v předchozím případě, tj. o proud

$$I_{vj} = I_v \cdot \sin\varphi_v = 0{,}206 \cdot \sqrt{1 - 0{,}95^2} = 0{,}0643 \text{ A}$$

takže $I_{jC2} = I_{jL} - I_{vj} = 0{,}3829 - 0{,}0643 = 0{,}3186$ A

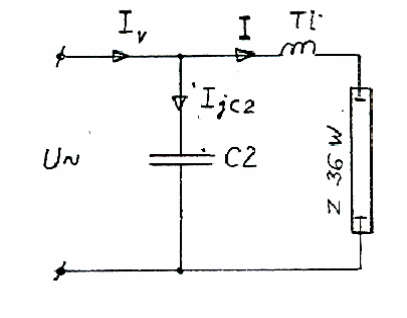
Situaci vystihuje fázorový diagram na obr. 49. Při tom platí vztah

$$I_{jC2} = U \cdot \omega \cdot C_2 ,$$

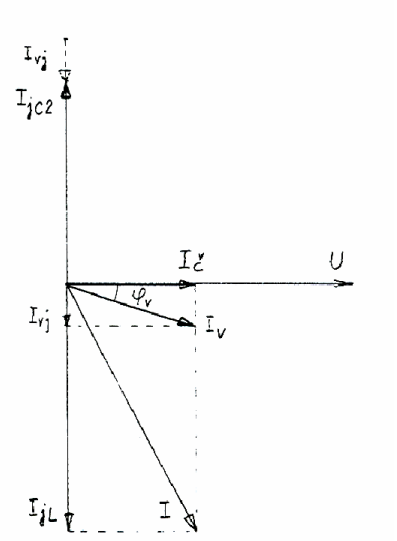
z něhož pro hledanou kapacitu C_2 vyplývá rovnice

$$C_2 = I_{jC2} / (\omega \cdot U)$$

$$C_2 = 0{,}3186 / 314 / 230 = 4{,}41 \cdot 10^{-6} \text{ F} \doteq 4{,}4 \text{ μF}$$



Obr. 48 Schéma zapojení



Obr. 49 Fázorový diagram vystihující kompenzaci účiníku na $\cos\varphi_v = 0{,}95$ při zachování činného příkonu