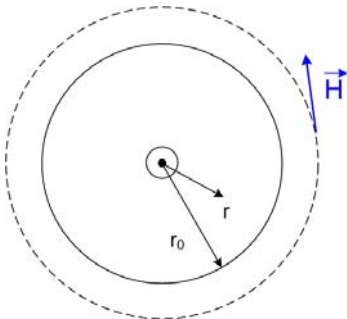


## Výpočet indukčnosti

### 1) vnitřní indukčnost vodiče



- pro rovnoměrné rozložení proudu:

$$\oint_1 \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$H \cdot 2\pi \cdot r = I$$

$$H_i \cdot 2\pi \cdot r = I \left( \frac{r}{r_0} \right)^2$$

$$H_i = I \frac{r}{2\pi \cdot r_0^2}$$

- výpočet plochy:

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$dS = \pi \cdot 2r \cdot dr$$

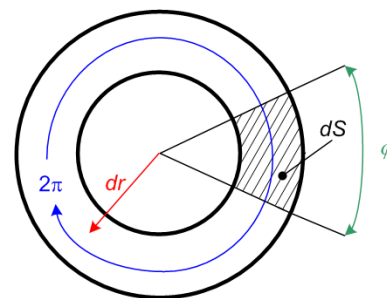
$$dS = d\varphi \cdot r \cdot dr$$

- výpočet energie:

$$w = \frac{1}{2} \cdot \vec{H} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2} \mu \cdot H^2 \quad (\text{J/m}^3)$$

$$W = w \cdot V \quad (\text{J})$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$



- odvození vnitřní indukčnosti:

$$\frac{1}{2} \cdot L_i \cdot I^2 = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \frac{1}{2} \mu \frac{I^2 r^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_0^4} r \cdot dr \cdot d\varphi \cdot dl = \frac{\mu \cdot I^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot r_0^4} \cdot \frac{r_0^4}{4} \cdot 2\pi \cdot l = \frac{\mu \cdot I^2}{16 \cdot \pi} \cdot l$$

$$L_i = \frac{\mu}{8 \cdot \pi} \cdot l \quad (\text{H})$$

$$L_i = \frac{\mu}{8 \cdot \pi} \cong \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \quad (\text{H/m})$$

- alternativní výpočet:

$$\Phi = L \cdot I = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_i = \int_0^l \int_0^{r_0} \frac{\mu I r}{2\pi r_0^2} \cdot \frac{r^2}{r_0^2} dr \cdot dl$$

- jedná se pouze o tok spřažený s proudem uvnitř poloměru r

$$\Phi_i = \frac{\mu I}{2\pi r_0^4} \cdot l \int_0^{r_0} r^3 \cdot dr$$

$$\Phi_i = \frac{\mu I}{8\pi} \cdot l$$

$$L_i = \frac{\mu}{8 \cdot \pi} \text{ (H/m)}$$

## 2) vnější indukčnost vodiče ve smyčce

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$H_e = \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

- odvození vnější indukčnosti:

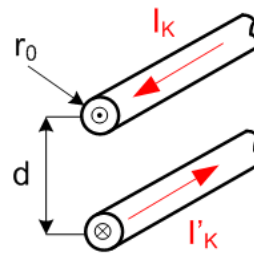
$$\Phi = L \cdot I = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = \int_0^l \int_{r_0}^d \frac{\mu I}{2\pi r} dr \cdot dl$$

$$\Phi = \frac{\mu I}{2\pi} \cdot \ln \frac{d}{r_0} \cdot l$$

$$L_e = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{d}{r_0} \cdot l \text{ (H)}$$

$$L_e = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{d}{r_0} \cong 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{d}{r_0} \text{ (H/m)}$$



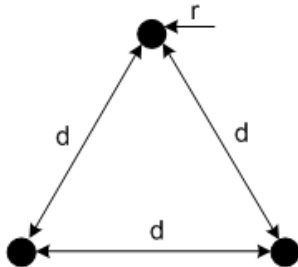
- při poloměru větším než d je celkový proud plochou nulový

### 3) celková indukčnost jednoho vodiče ve smyčce

$$\begin{aligned}
 L_{kv} &= L_i + L_e \\
 &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8\pi} \cdot \alpha \cdot \mu_r + \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{d}{r_0} = \\
 &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8\pi} \cdot \alpha \cdot \mu_r + \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \frac{\log \frac{d}{r_0}}{\log e} = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \alpha \cdot \mu_r + 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\log e} \log \frac{d}{r_0} \quad (\text{H/m}) = \\
 &= 0,05 \alpha \cdot \mu_r + 0,2 \cdot 2,3 \cdot \log \frac{d}{r_0} \quad (\text{mH/km}) \\
 &\left( 0,05 \alpha \cdot \mu_r = 0,46 \cdot \log \frac{1}{\xi} \rightarrow \xi = 10^{-\frac{0,05 \cdot \mu_r \cdot \alpha}{0,46}} \right) \\
 &= \underline{\underline{0,46 \cdot \log \frac{d}{\xi \cdot r_0}} \quad (\text{mH/km})}
 \end{aligned}$$

## Elektrické parametry vedení – výpočet indukčnosti

**Př.1:** Trojfázové vedení je symetricky uspořádáno na stožáru podle obrázku a je provedeno vodičem o poloměru  $r=4\text{ mm}$  s činitelem  $\xi=0,809$ . Vzdálenost mezi fázovými vodiči je  $d=3\text{ m}$ . Vypočítej provozní indukčnost a indukční reaktanci tohoto vedení.



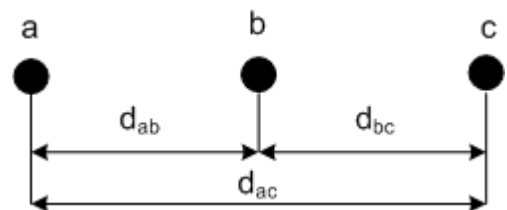
Provozní indukčnost:

$$L = 0,46 \cdot \log \frac{d}{\xi \cdot r} = 0,46 \cdot \log \frac{3 \cdot 10^3}{0,809 \cdot 4} = 1,365 \text{ mH/km}$$

Indukční reaktance ( $f = 50\text{Hz}$ ):

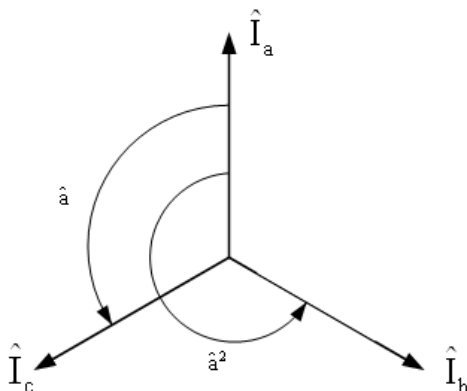
$$X = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1,365 \cdot 10^{-3} = 0,4288 \text{ } \Omega/\text{km}$$

**Př.2:** Trojfázové netransponované vedení je uspořádáno nesymetricky na stožáru podle obrázku. Vzdálenosti mezi fázovými vodiči jsou  $d_{ab} = d_{bc} = 9\text{ m}$ ,  $d_{ac} = 2 \cdot d_{ab} = 18\text{ m}$ . Fázový vodič má poloměr  $r=21,7\text{ mm}$  a činitel  $\xi=0,81$ . Vypočítej provozní indukčnost tohoto vedení.



Vedení je nesymetricky uspořádané a netransponované, takže provozní indukčnosti jednotlivých fází budou různé a navíc komplexní.

Za předpokladu souměrného zatížení platí:



$$\hat{I}_a = I_a$$

$$\hat{I}_b = \hat{a}^2 \cdot I_a$$

$$\hat{I}_c = \hat{a} \cdot I_a$$

$$\hat{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\hat{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Provozní indukčnost fáze a:

$$\begin{aligned}\hat{L}_a &= \frac{M_{aa} \cdot \hat{I}_a + M_{ab} \cdot \hat{I}_b + M_{ac} \cdot \hat{I}_c}{\hat{I}_a} = \frac{M_{aa} \cdot I_a + M_{ab} \cdot \hat{a}^2 \cdot I_a + M_{ac} \cdot \hat{a} \cdot I_a}{I_a} = \\ &= \frac{I_a \cdot (M_{aa} + M_{ab} \cdot \hat{a}^2 + M_{ac} \cdot \hat{a})}{I_a} = M_{aa} + M_{ab} \cdot \hat{a}^2 + M_{ac} \cdot \hat{a} = \\ &= M_{aa} + M_{ab} \cdot \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + M_{ac} \cdot \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \\ &= M_{aa} - \frac{1}{2} \cdot M_{ab} - \frac{1}{2} \cdot M_{ac} + j \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot M_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot M_{ac}\right)\end{aligned}$$

Všechny fázové vodiče mají stejný průměr a stejné provedení, takže platí:

$$M_{aa} = M_{bb} = M_{cc} = 0,46 \cdot \log \frac{D_g}{\xi \cdot r}$$

Z důvodu různé vzájemné vzdálenosti fázových vodičů platí:

$$M_{ab} = 0,46 \cdot \log \frac{D_g}{d_{ab}} \neq M_{ac} \neq M_{bc}$$

Po dosazení do odvozené rovnice se po úpravách dostane:

$$\begin{aligned}\hat{L}_a &= 0,46 \cdot \log \frac{\sqrt{d_{ab} \cdot d_{ac}}}{\xi \cdot r} + j \cdot 0,46 \cdot \sqrt{3} \cdot \log \sqrt{\frac{d_{ab}}{d_{ac}}} = 0,46 \cdot \log \frac{\sqrt{9 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}}{0,81 \cdot 21,7} + j \cdot 0,46 \cdot \sqrt{3} \cdot \log \sqrt{\frac{9}{18}} = \\ &= (1,3155 - j \cdot 0,12) \text{ mH/km}\end{aligned}$$

Provozní indukčnost fáze b a fáze c se vypočítá obdobně jako u fáze a:

$$\hat{L}_b = 0,46 \cdot \log \frac{\sqrt{d_{ab} \cdot d_{bc}}}{\xi \cdot r} + j \cdot 0,46 \cdot \sqrt{3} \cdot \log \sqrt{\frac{d_{bc}}{d_{ab}}} = 1,246 \text{ mH/km}$$

$$\hat{L}_c = 0,46 \cdot \log \frac{\sqrt{d_{ac} \cdot d_{bc}}}{\xi \cdot r} + j \cdot 0,46 \cdot \sqrt{3} \cdot \log \sqrt{\frac{d_{ac}}{d_{bc}}} = (1,3155 + j \cdot 0,12) \text{ mH/km}$$

**Př. 3:** Trojfázové vedení z př. 2 je transponované. Určete provozní indukčnost a indukční reaktanci tohoto vedení.

- a) Provozní indukčnost s využitím vypočtených výsledků z př. 2 (dosazení do definičního vzorce transpozice vedení):

$$L = \frac{1}{3} \cdot (\hat{L}_a + \hat{L}_b + \hat{L}_c) = \frac{1}{3} \cdot (1,3155 - j \cdot 0,12 + 1,246 + 1,3155 + j \cdot 0,12) = 1,292 \text{ mH/km}$$

- b) Provozní indukčnost podle odvozeného vzorce pro provozní indukčnost transponovaného vedení:

$$L = L_a = L_b = L_c = 0,46 \log \frac{d}{\xi \cdot r} = 0,46 \log \frac{11,34 \cdot 10^3}{0,81 \cdot 21,7} = 1,292 \text{ mH/km}$$

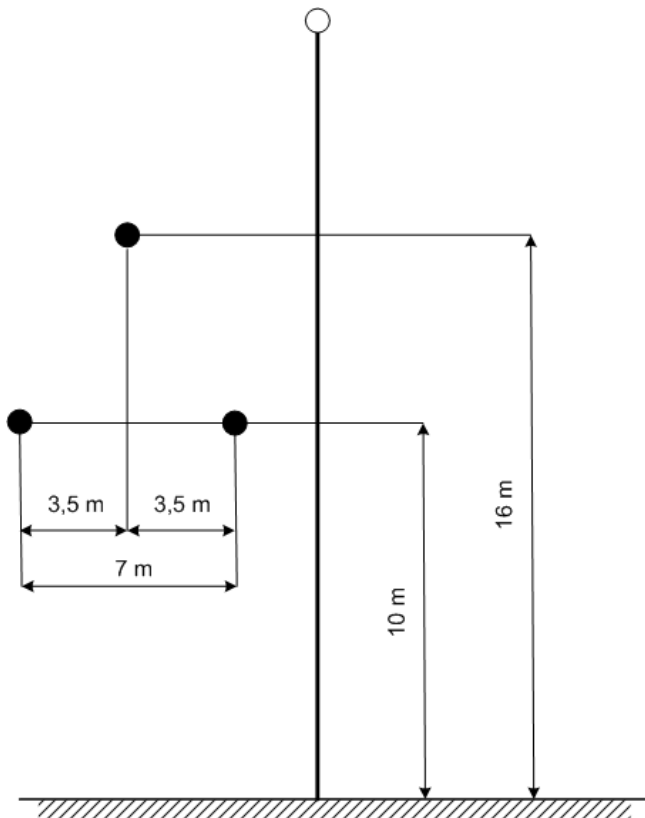
Střední geometrická vzdálenost mezi fázovými vodiči:

$$d = \sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{ac} \cdot d_{bc}} = \sqrt[3]{9 \cdot 18 \cdot 9} = 9 \cdot \sqrt[3]{2} = 11,34 \text{ m}$$

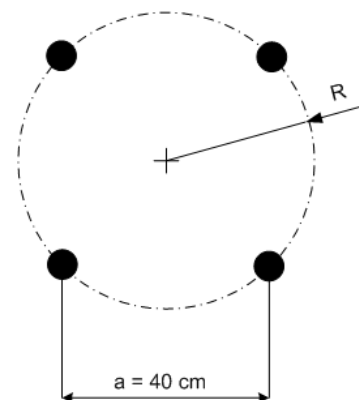
Indukční reaktance ( $f = 50 \text{ Hz}$ ):

$$X = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1,292 \cdot 10^{-3} = 0,406 \text{ } \Omega/\text{km}$$

**Př. 4:** Trojfázové transponované vedení s jedním zemnicím lanem je uspořádáno na stožáru podle obrázku. Fázové vodiče jsou provedeny jako svazkové vodiče také podle obrázku. Jeden dílčí vodič svazku je proveden vodičem 6 AlFe240 mm<sup>2</sup> o průměru  $2 \cdot r = 21,7 \text{ mm}$  s činitelem  $\xi = 0,826$ . Činný odpor na kilometr délky dílčího vodiče svazku je  $R_{dl} = 0,122 \text{ } \Omega/\text{km}$ . Určete podélnou impedanci tohoto vedení.



**svazkový vodič**



Poloměr kružnice opsané svazkovému vodiči (polovina úhlopříčky čtverce):

$$R = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 400 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 282,84 \text{ mm}$$

Ekvivalentní poloměr svazkového vodiče:

$$r_e = R \cdot \sqrt[n]{r \cdot \frac{n}{R}} = 282,84 \sqrt[4]{10,85 \cdot \frac{4}{282,84}} = 177,02 \text{ mm}$$

Ekvivalentní činitel:

$$\xi_e = \sqrt[n]{\xi} = \sqrt[4]{0,826} = 0,953$$

Střední geometrická vzdálenost os fázových vodičů:

$$d = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{13}} = \sqrt[3]{\sqrt{6^2 + 3,5^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3,5^2} \cdot (3,5 + 3,5)} = 6,97 \text{ m}$$

Provozní indukčnost svazku na kilometr délky vedení:

$$L_1 = 0,46 \cdot \log \frac{d}{\xi_e \cdot r_e} = 0,46 \cdot \log \frac{6,97 \cdot 10^3}{0,953 \cdot 177,02} = 0,74 \text{ mH/km}$$

Indukční reaktance svazku na kilometr délky vedení ( $f = 50 \text{ Hz}$ ):

$$X_1 = \omega \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,74 \cdot 10^{-3} = 0,233 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Činný odpor jednoho svazku na kilometr délky vedení:

$$R_1 = \frac{R_{dl}}{n} = \frac{0,122}{4} = 0,0305 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Podélná impedance vedení:

$$\hat{Z}_{11} = R_1 + j \cdot X_1 = 0,0305 + j \cdot 0,233 \text{ } \Omega/\text{km}$$