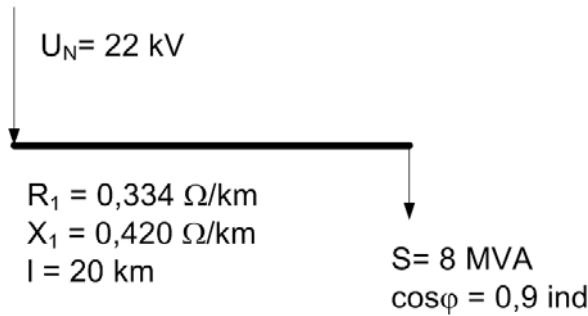
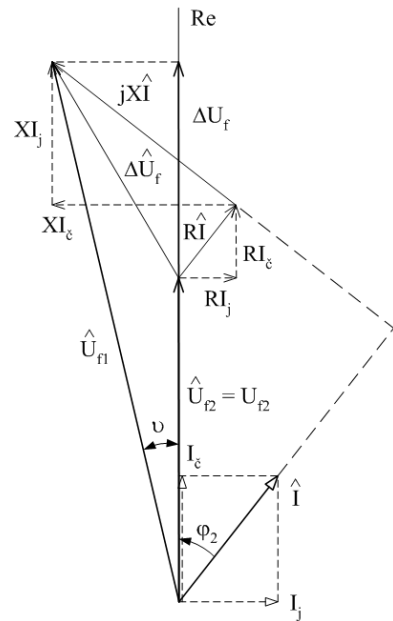


Příklad 1

Trojfázové vedení VN o jmenovitém napětí $U = 22 \text{ kV}$ má činný odpor $R_1 = 0,334 \text{ } \Omega/\text{km}$, indukční reaktanci $X_1 = 0,42 \text{ } \Omega/\text{km}$ a délku $l = 20 \text{ km}$ viz obr. 1. Určete úbytek napětí při zatížení na konci vedení výkonem $S = 8 \text{ MVA}$ a $\cos\varphi = 0,9 \text{ ind.}$



Obr. 1



Obr. 2: Fázorový diagram

$$R = R_1 \cdot l = 6,68 \text{ } \Omega$$

$$X = X_1 \cdot l = 8,4 \text{ } \Omega$$

$$P_2 = S \cdot \cos\varphi = 7,2 \text{ MW}$$

$$Q_2 = S \cdot \sin\varphi = 3,487 \text{ MVAr}$$

$$\hat{U}_{f2} = U_{f2} = \frac{U}{\sqrt{3}} = 12,7 \text{ kV}$$

Komplexní úbytek napětí (pro jalový výkon induktivního charakteru):

$$\Delta\hat{U}_f = \hat{Z}_l \cdot \hat{I} = (R + jX) \cdot (I_\xi - jI_j) = (R \cdot I_\xi + X \cdot I_j) + j(X \cdot I_\xi - R \cdot I_j)$$

podélná složka příčná složka

Známe-li výkony:

$$\Delta\hat{U}_f = [(R \cdot I_\xi + X \cdot I_j) + j(X \cdot I_\xi - R \cdot I_j)] \frac{3 \cdot U_f}{3 \cdot U_f} = \frac{R \cdot P + X \cdot Q}{3 \cdot U_f} + j \frac{X \cdot P - R \cdot Q}{3 \cdot U_f} = 2,03 + j0,98 \text{ kV}$$

$$|\Delta\hat{U}_f| = 2,25 \text{ kV}$$

ALE!

$$\hat{U}_{f1} = \hat{U}_{f2} + \Delta\hat{U}_f = 14,73 + j0,98 \text{ kV}$$

$$U_{f1} = |\hat{U}_{f1}| = 14,76 \text{ kV}$$

$$\Delta U_f = |U_{f1}| - |U_{f2}| = 2,06 \text{ kV}$$

Velikost úbytku napětí \neq velikost změny napětí

Při zanedbání příčné složky můžeme úbytek napětí napsat jako:

$$\Delta \hat{U}_f \cong (\mathbf{R} \cdot \mathbf{I}_e + \mathbf{X} \cdot \mathbf{I}_j) \cdot \frac{3 \cdot U_f}{3 \cdot U_f} = \frac{\mathbf{R} \cdot 3 \cdot U_f \cdot \mathbf{I}_e + \mathbf{X} \cdot 3 \cdot U_f \cdot \mathbf{I}_j}{3 \cdot U_f} = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{P} + \mathbf{X} \cdot \mathbf{Q}}{3 \cdot U_f} = 2,03 \text{ kV}$$

Procentní úbytek napětí bude:

$$\varepsilon_{\%} = \frac{\Delta U_f}{U_f} \cdot 100 = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{P} + \mathbf{X} \cdot \mathbf{Q}}{3 \cdot U_f^2} \cdot 100 = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{P} + \mathbf{X} \cdot \mathbf{Q}}{U^2} \cdot 100 = 16 \%$$

Výkon na obou koncích vedení:

$$\hat{S}_2 = P_2 + jQ_2 = 7,2 \text{ MW} + j 3,5 \text{ MVAr}$$

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = \left(\frac{\hat{S}_2}{3 \hat{U}_{f2}} \right)^* = (189 - j92) \text{ A}$$

$$\hat{S}_1 = 3 \hat{U}_{f1} \hat{I}_1^* = 8,1 \text{ MW} + j 4,6 \text{ MVAr}$$

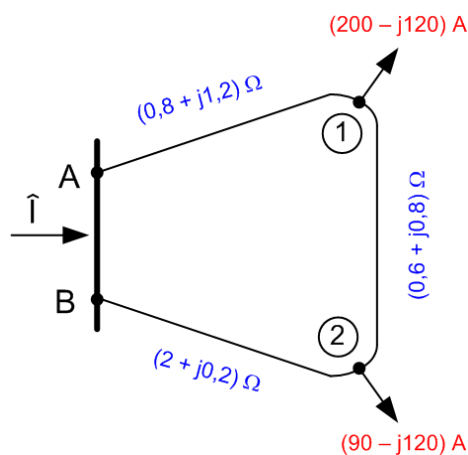
$$\Delta \hat{S} \cong 0,9 \text{ MW} + j 1,1 \text{ MVAr}$$

Příklad 2

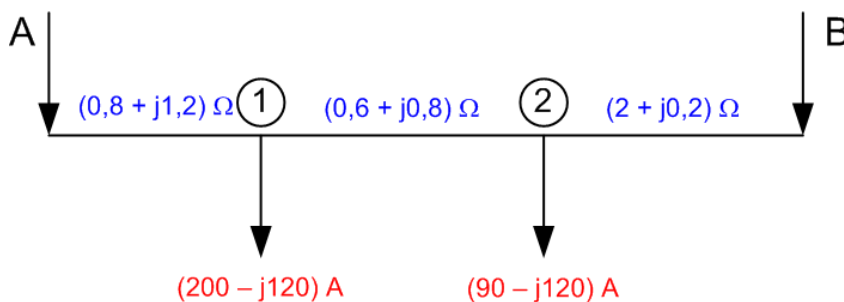
Trojfázové okružní vedení VN se zadanými podélnými impedancemi \hat{Z}_{lk} jednotlivých úseků a zadanými odběry je uvedeno na obr. 3. Na obr. 4 je totéž vedení překreslené po rozdělení v napáječi. Určete zatížení napáječů, proudové rozložení ve vedení a místo s největším úbytkem napětí.

$$\hat{U}_{fA} = 10 \text{ kV (napětí napáječe)}$$

a) řešení pomocí výpočtu dílčích proudů napáječe



Obr. 3: Okružní vedení



Obr. 4: Pomyslné rozložení na oboustranně napájenou radiální síť

Dílčí proudy napáječů $\hat{U}_A = \hat{U}_B$ budou:

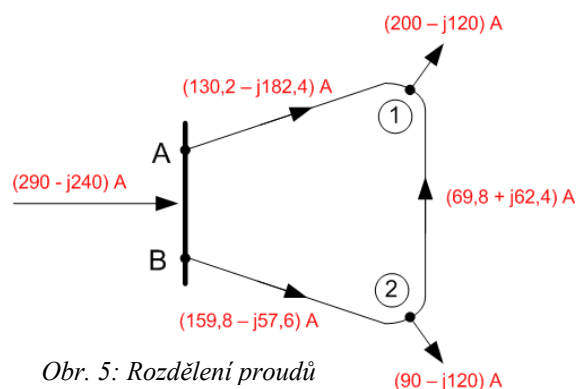
$$\hat{I}_B = \frac{\sum_{k=1}^2 \hat{I}_k \cdot \hat{Z}_{lk}}{\hat{Z}_{IAB}} = \frac{(200 - j120)(0,8 + j1,2) + (90 - j120)(1,4 + j2)}{3,4 + j2,2} = (159,8 - j57,6) \text{ A}$$

$$\hat{I}_A = \frac{\sum_{k=1}^2 \hat{I}_k \cdot (\hat{Z}_{IAB} - \hat{Z}_{lk})}{\hat{Z}_{IAB}} = \frac{(90 - j120)(2 + j0,2) + (200 - j120)(2,6 + j1)}{3,4 + j2,2} = (130,2 - j182,4) \text{ A}$$

Rozdělení proudů a zatížení napáječe je na obr. 5. Z obrázku je zřejmé, že činný proud má předěl v místě 1, jalový proud má předěl v místě 2. Rozhodnutí o místě s největším úbytkem napětí se provede podle vztahu:

$$\Delta U_f = R \cdot I_{\xi} \pm X \cdot I_j$$

+ induktivní
- kapacitní



Obr. 5: Rozdělení proudů

Úbytek napětí mezi místem A a místem 1 (pozor na znaménka u proudů, kromě znaménka pro $I_{j \text{ ind}}$ nebo $I_{j \text{ kap}}$ určíme znaménko podle zvoleného směru z místa A do místa 1):

$$\Delta U_{fA1} = 0,8 \cdot 130,2 + 1,2 \cdot 182,4 = 323 \text{ V}$$

$$\Delta U_{f12} = -0,6 \cdot 69,8 - (-0,8 \cdot 62,4) = 8,04 \text{ V}$$

$$\Delta U_{fA2} = \Delta U_{fA1} + \Delta U_{f12} = 323 + 8,04 = 331 \text{ V}$$

Místo s největším úbytkem napětí je místo 2.

$$\Delta U_{fB2} = 2 \cdot 159,8 + 0,2 \cdot 57,6 = \Delta U_{fA2} = 331 \text{ V}$$

b) řešení pomocí admitanční matice – okružní varianta

Výpočet všech uzlových napětí pomocí obecné maticové rovnice

$$[\hat{i}] = [\hat{Y}][\hat{U}]$$

Sestavíme admitanční matici soustavy (*diagonální prvky* jsou záporné, určí se jako záporný součet všech admitancí, které jsou připojeny do daného uzlu, *mimodiagonální prvky* jsou kladné, určí se jako součet admitancí mezi danými uzly). Soustava má tři uzly → admitanční matice bude typu 3 x 3.

$$[\hat{Y}] = \begin{pmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{1A} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{2A} \\ \hat{Y}_{A1} & \hat{Y}_{A2} & \hat{Y}_{AA} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\hat{Z}_{12}} - \frac{1}{\hat{Z}_{1A}} & \frac{1}{\hat{Z}_{12}} & \frac{1}{\hat{Z}_{1A}} \\ \frac{1}{\hat{Z}_{12}} & -\frac{1}{\hat{Z}_{12}} - \frac{1}{\hat{Z}_{A2}} & \frac{1}{\hat{Z}_{A2}} \\ \frac{1}{\hat{Z}_{A1}} & \frac{1}{\hat{Z}_{A2}} & -\frac{1}{\hat{Z}_{A1}} - \frac{1}{\hat{Z}_{A2}} \end{pmatrix} =$$

$$[\hat{Y}] = \begin{pmatrix} -0,984 + 1,377j & 0,6 - 0,8j & 0,384 - 0,577j \\ 0,6 - 0,8j & -1,095 + 0,850j & 0,495 - 0,050j \\ 0,384 - 0,577j & 0,495 - 0,050j & -0,880 + 0,626j \end{pmatrix}$$

Pro výpočet neznámých hodnot fázových napětí v uzlech 1, 2 je třeba provést násobení inverzní maticí $[\hat{Y}]$ zleva, což není možné, protože je matice singulární ($\det Y = 0$). Provedeme rozdělení sloupcových vektorů $[\hat{I}]$, $[\hat{U}]$ a $[\hat{Y}]$ na známé a neznámé submatice,

$$\begin{pmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{1A} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{2A} \\ \hat{Y}_{A1} & \hat{Y}_{A2} & \hat{Y}_{AA} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{U}_{f1} \\ \hat{U}_{f2} \\ \hat{U}_{fA} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{I}_{12} \\ \hat{I}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{Y}_A \\ \hat{Y}_C \\ \hat{Y}_D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{U}_{f12} \\ \hat{U}_{fA} \end{pmatrix}$$

kde

- $[\hat{I}_{12}]$ známé odběrové proudy v uzlech 1, 2
- $[\hat{I}_A]$ neznámý proud napáječe A
- $[\hat{U}_{f12}]$ neznámá fázová napětí v uzlech 1, 2
- $[\hat{U}_{fA}]$ známé napětí napáječe A

Redukcí admitanční matice získáme 4 dílčí matice Y_A , Y_B , Y_C , Y_D (Y_A regulární – lze vytvořit inverzní matici).

$$[\hat{I}_{12}] = [\hat{Y}_A] \cdot [\hat{U}_{f12}] + [\hat{Y}_B] \cdot [\hat{U}_{fA}]$$

Výsledná fázová napětí v uzlech 1, 2

$$[\hat{U}_{f12}] = [\hat{Y}_A]^{-1} \cdot ([\hat{I}_{12}] - [\hat{Y}_B] \cdot [\hat{U}_{fA}]) = \begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9676,9 - 10,2j \\ 9668,8 + 83,1j \end{pmatrix} \text{V}$$

Hledaný napájecí proud

$$[\hat{I}_A] = [\hat{Y}_C] \cdot [\hat{U}_{f12}] + [\hat{Y}_D] \cdot [\hat{U}_{fA}] = (-290 + 240j) \text{ A}$$

c) řešení pomocí admitanční matice – rozdělení okruhu na pomyslné radiální vedení napájené oboustranně ($U_A = U_B$)

Vytvoříme admitanční matici soustavy (*diagonální prvky* jsou záporné, určí se jako záporný součet všech admitancí, které jsou připojeny do daného uzlu, *mimodiagonální prvky* jsou kladné, určí se jako součet admitancí mezi danými uzly). Uzly A a B nejsou propojeny, proto jsou prvky mezi těmito uzly nulové. Soustava má čtyři uzly → admitanční matice bude typu 4 x 4.

$$[\hat{Y}] = \begin{pmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{1A} & \hat{Y}_{1B} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{2A} & \hat{Y}_{2B} \\ \hat{Y}_{A1} & \hat{Y}_{A2} & \hat{Y}_{AA} & \hat{Y}_{AB} \\ \hat{Y}_{B1} & \hat{Y}_{B2} & \hat{Y}_{BA} & \hat{Y}_{BB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\hat{Z}_{12}} - \frac{1}{\hat{Z}_{1A}} & \frac{1}{\hat{Z}_{12}} & \frac{1}{\hat{Z}_{1A}} & 0 \\ \frac{1}{\hat{Z}_{12}} & -\frac{1}{\hat{Z}_{12}} - \frac{1}{\hat{Z}_{2B}} & 0 & \frac{1}{\hat{Z}_{2B}} \\ \frac{1}{\hat{Z}_{1A}} & 0 & -\frac{1}{\hat{Z}_{1A}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{Z}_{2B}} & 0 & -\frac{1}{\hat{Z}_{2B}} \end{pmatrix} =$$

$$[\hat{Y}] = \begin{pmatrix} -0,984 + 1,377j & 0,6 - 0,8j & 0,385 - 0,577j & 0 \\ 0,6 - 0,8j & -1,095 + 0,8450j & 0 & 0,495 - 0,050j \\ 0,385 - 0,577j & 0 & -0,385 + 0,577j & 0 \\ 0 & 0,495 - 0,050j & 0 & -0,495 + 0,050j \end{pmatrix}$$

Provedeme redukci admitanční matice na 4 dílčí matice Y_A, Y_B, Y_C, Y_D (Y_D regulární – lze vytvořit inverzní matici) ekvivalentně s předchozím příkladem

$$[\hat{Y}] = \begin{pmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{1A} & \hat{Y}_{1B} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{2A} & \hat{Y}_{2B} \\ \hat{Y}_{A1} & \hat{Y}_{A2} & \hat{Y}_{AA} & \hat{Y}_{AB} \\ \hat{Y}_{B1} & \hat{Y}_{B2} & \hat{Y}_{BA} & \hat{Y}_{BB} \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \hat{Y}_A \\ \hat{Y}_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{Y}_B \\ \hat{Y}_D \end{pmatrix} \right)$$

Výsledná fázová napětí v uzlech 1, 2

$$[\hat{U}_{f12}] = [\hat{Y}_A]^{-1} \cdot ([\hat{i}_{12}] - [\hat{Y}_B] \cdot [\hat{U}_{fA}]) = \begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9676,9 - 10,2j \\ 9668,8 + 83,1j \end{pmatrix} \text{V}$$

Hledaný napájecí proud

$$[\hat{I}_A] = [\hat{Y}_C] \cdot [\hat{U}_{f12}] + [\hat{Y}_D] \cdot [\hat{U}_{fA}] = (-290 + 240j) \text{ A}$$

Proudy mezi jednotlivými uzly dopočítáme ze vztahů

$$\hat{I}_{A1} = (\hat{U}_{fA} - \hat{U}_{f1}) \cdot \hat{Y}_{A1} = (130,17 - 182,46j) \text{ A}$$

$$\hat{I}_{12} = (\hat{U}_{f1} - \hat{U}_{f2}) \cdot \hat{Y}_{12} = (-69,82 - 62,47j) \text{ A}$$

$$\vdots$$

Pozn.: Uvažujeme stejnou orientaci všech uzlových proudů (záporná hodnota znamená odběr, nikoliv dodávku). Všechny tři uvedené metody řešení jsou ekvivalentní.