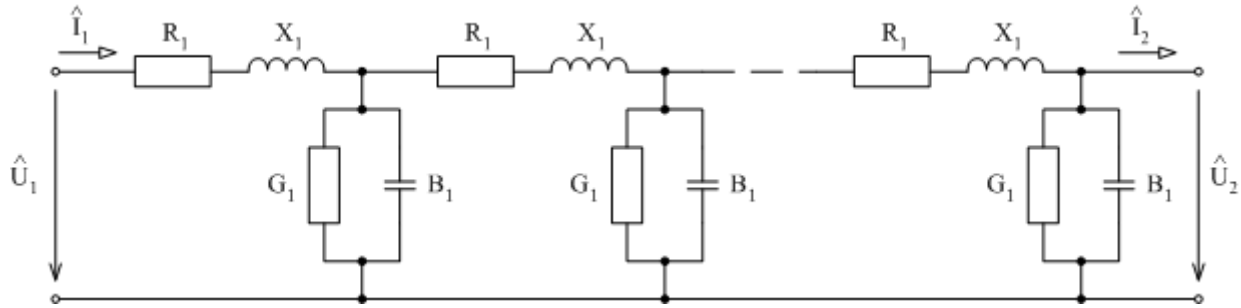
Přenosové linky

Na obr.1 je znázorněno náhradní schéma jednofázového vedení s rozprostřenými parametry o délce *l* (R_1 označuje podélný odpor, X_1 podélnou reaktanci, G_1 příčnou konduktanci a B_1 příčnou susceptanci, vše na jednotku délky vedení a na fázi).



Obr. 1: Náhradní obvod jednofázového vedení s rozprostřenými parametry

V obrázku dále označují symboly $\hat{U}_1$ a $\hat{I}_1$ fázory napětí a proudu na začátku vedení, $\hat{U}_2$ a $\hat{I}_2$ na jeho konci a dále budeme předpokládat, že kmitočet těchto veličin je *f*. Základní rovnice vyjadřující vztah mezi veličinami na začátku a na konci vedení mají tvar:

$$\begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \hat{\gamma} l & \hat{Z}_v \sinh \hat{\gamma} l \\ \dfrac{1}{\hat{Z}_v} \sinh \hat{\gamma} l & \cosh \hat{\gamma} l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{I}_2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

kde $\hat{Z}_v$ označuje vlnovou impedanci vedení danou vztahem

$$\hat{Z}_v = \sqrt{\frac{R_1 + j \cdot X_1}{G_1 + j \cdot B_1}} \quad (\Omega) \tag{2}$$

a $\hat{\gamma}$ konstantu přenosu, přičemž

$$\hat{\gamma} = \sqrt{(R_1 + j \cdot X_1) \cdot (G_1 + j \cdot B_1)} \quad (m^{-1}) \tag{3}$$

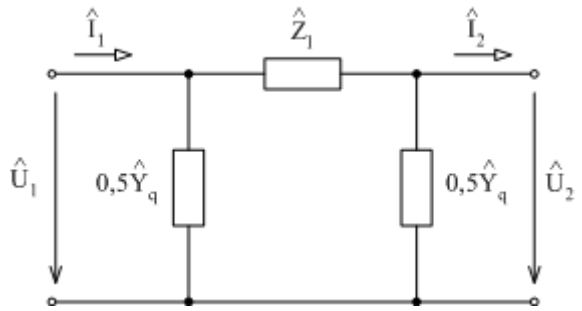
Konstanta $\hat{\gamma}$ má komplexní charakter a lze ji psát ve tvaru $\hat{\gamma} = \alpha + j\beta$, přičemž reálná část α označuje útlum a imaginární β fázový posun.

Dále je vhodné zavést pojmy podélná impedance $\hat{Z}_l$ a příčná admitance $\hat{Y}_q$, které jsou pro délku vedené *l* rovny:

$$\hat{Z}_l = (R_1 + j \cdot X_1) \cdot l \quad (\Omega) \tag{4}$$

$$\hat{Y}_q = (G_1 + j \cdot B_1) \cdot l \quad (S) \tag{5}$$

Schéma na obr.1 lze při vyšetřování chování celého vedení nahradit schématem na obr.2. Jedná se o náhradní dvojbran ve tvaru π-článku.



Obr. 2: Náhradní π-článek dlouhého vedení

Základní rovnice vyjadřující vztah mezi veličinami na začátku a na konci vedení pak mají pro tento článek tvar:

$$\begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\dfrac{\hat{Z}_l \cdot \hat{Y}_q}{2} & \hat{Z}_l \\ \hat{Y}_q + \dfrac{\hat{Z}_l \cdot \hat{Y}_q^2}{4} & 1+\dfrac{\hat{Z}_l \cdot \hat{Y}_q}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{I}_2 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

<u>Příklad č.1</u>

Jednoduché trojfázové vedení má parametry $R_1 = 0{,}0715\ \Omega/\text{km}$, $X_1 = 0{,}426\ \Omega/\text{km}$, $G_1 = 0\ \text{S/km}$, $B_1 = 2{,}635\ \mu\text{S/km}$, délka vedení je $l = 400$ km.

Určete fázové napětí a proud na začátku vedení pro vedení v chodu naprázdno. Dále určete nabíjecí výkon vedení. Napětí na konci vedení předpokládejte $U_2 = 220$ kV.

Podélná impedance na 1 km délky

$$\hat{Z}_{l1} = R_1 + j \cdot X_1 = 0{,}0715 + j0{,}426 = 0{,}432 \cdot e^{j80{,}47^\circ}\ \Omega/\text{km}$$

Příčná admitance na 1 km délky

$$\hat{Y}_{q1} = G_1 + j \cdot B_1 = 0 + j2{,}635 \cdot 10^{-6} = 2{,}635 \cdot 10^{-6} \cdot e^{j90^\circ}\ \text{S/km}$$

Vlnová impedance

$$\hat{Z}_v = \sqrt{\frac{\hat{Z}_{l1}}{\hat{Y}_{q1}}} = 404{,}9 \cdot e^{-j4{,}764^\circ}\ \Omega = 403{,}5 - j33{,}63\ \Omega$$

Konstanta přenosu

$$\hat{\gamma} = \sqrt{\hat{Z}_{l1} \cdot \hat{Y}_{q1}} = 1{,}067 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j85{,}24^\circ}\ \text{km}^{-1} = (0{,}0889 + j1{,}0632) \cdot 10^{-3}\ \text{km}^{-1}$$

Pomocné matematické odvození

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha+j\beta} - e^{-(\alpha+j\beta)}\right) = \frac{1}{2}\left[e^{\alpha}(\cos\beta + j\sin\beta) - e^{-\alpha}(\cos\beta - j\sin\beta)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\cos\beta\left(e^{\alpha} - e^{-\alpha}\right) + \frac{1}{2}j\sin\beta\left(e^{\alpha} + e^{-\alpha}\right) = \sinh\alpha \cdot \cos\beta + j\cosh\alpha \cdot \sin\beta$$

Obdobně

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha+j\beta} + e^{-(\alpha+j\beta)}\right) = \frac{1}{2}\left[e^{\alpha}(\cos\beta + j\sin\beta) + e^{-\alpha}(\cos\beta - j\sin\beta)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\cos\beta\left(e^{\alpha} + e^{-\alpha}\right) + \frac{1}{2}j\sin\beta\left(e^{\alpha} - e^{-\alpha}\right) = \cosh\alpha \cdot \cos\beta + j\sinh\alpha \cdot \sin\beta$$

Fázové napětí na konci vedení

$$\hat{U}_{f2} = U_{f2} = \frac{220}{\sqrt{3}} \doteq 127 \text{ kV}$$

Fázor napětí na začátku vedení při chodu naprázdno ($I_2 = 0$)

$$\hat{U}_{f10} = \hat{U}_{f2}\cosh\hat{\gamma}l = 127 \cdot 0{,}9116 \cdot e^{j0{,}92^\circ} = 115{,}77 \cdot e^{j0{,}92^\circ} \text{ kV} = U_{f10} \cdot e^{j\vartheta_0}$$

Na vedení se projevuje Ferrantiho jev, platí $U_{f10} < U_{f2}$!

Fázor proudu na začátku vedení při chodu naprázdno

$$\hat{I}_{10} = \frac{\hat{U}_{f2}}{\hat{Z}_v}\sinh\hat{\gamma}l = \frac{127}{404{,}9 \cdot e^{-j4{,}764^\circ}} \cdot 0{,}4129 \cdot e^{j85{,}53^\circ} = 129{,}51 \cdot e^{j90{,}29^\circ} \text{ A} = I_{10} \cdot e^{j\delta}$$

Fázový posun mezi napětím a proudem na začátku vedení

$$\varphi_{10} = \delta - \vartheta_0 = 90{,}29^\circ - 0{,}92^\circ = 89{,}37^\circ$$

Vstup vedení představuje při chodu naprázdno téměř čistě kapacitní zátěž.

Trojfázový nabíjecí výkon

$$\hat{S}_{10} = 3\hat{U}_{f10}\hat{I}_{10}^{*} = 3 \cdot 115{,}77 \cdot 10^3 \cdot e^{j0{,}92^\circ} \cdot 129{,}51 \cdot e^{-j90{,}29^\circ} = 44{,}6 \cdot e^{-j89{,}37^\circ} \text{ MVA}$$

$$P_{10} = 0{,}49 \text{ MW}, \quad Q_{10} = 44{,}6 \text{ MVAr kapacitních}$$

Příklad č.2

Trojfázové transponované vedení se jmenovitým napětím 220 kV, délky 400 km, má parametry R_1 = 0,0715 Ω/km, X_1 = 0,426 Ω/km, G_1 = 0 S/km, B_1 = 2,635 μS/km.

Zjistěte poměry na začátku vedení pro napětí na jeho konci U_2 = 220 kV při zatížení na konci vedení činným výkonem P_2 = 125 MW a účiníku cosφ = 1.

Řešení proveďte pomocí π-článku za předpokladu elektricky souměrných veličin.

Předběžné výpočty

$$\hat{U}_{f2} = U_{f2} = \frac{220}{\sqrt{3}} \doteq 127 \text{ kV}$$

$$\hat{Z}_1 = (R_1 + j \cdot X_1) \cdot l = (0{,}0715 + j0{,}426) \cdot 400 = 28{,}6 + j170{,}4\ \Omega$$

$$\frac{\hat{Y}_q}{2} = \frac{1}{2}(G_1 + j \cdot B_1) \cdot l = \frac{1}{2} j2{,}635 \cdot 10^{-6} \cdot 400 = j0{,}527 \cdot 10^{-3} \text{ S}$$

Fázor proudu pro předpokládanou zátěž

$$\hat{I}_2 = \left(\frac{\hat{S}_2}{3\hat{U}_{f2}}\right)^* = \left(\frac{125 + j0}{3 \cdot 127}\right)^* = 328 \text{ A}$$

Fázor fázového napětí na začátku vedení

$$\hat{U}_{f1} = \hat{A} \cdot \hat{U}_{f2} + \hat{B} \cdot \hat{I}_2 = 137{,}7 \cdot e^{j24{,}82^\circ} \text{ kV}$$

Fázor proudu na začátku vedení

$$\hat{I}_1 = \hat{C} \cdot \hat{U}_{f2} + \hat{D} \cdot \hat{I}_2 = 325{,}828 \cdot e^{j24{,}05^\circ} \text{ A}$$

Komplexní výkon na začátku vedení

$$\hat{S}_1 = 3\hat{U}_{f1}\hat{I}_1^* = 3 \cdot 137{,}7 \cdot 10^3 \cdot e^{j24{,}82^\circ} \cdot 325{,}828 \cdot e^{-j24{,}05^\circ} = 134{,}6 \cdot e^{j0{,}77^\circ} \text{ MVA}$$

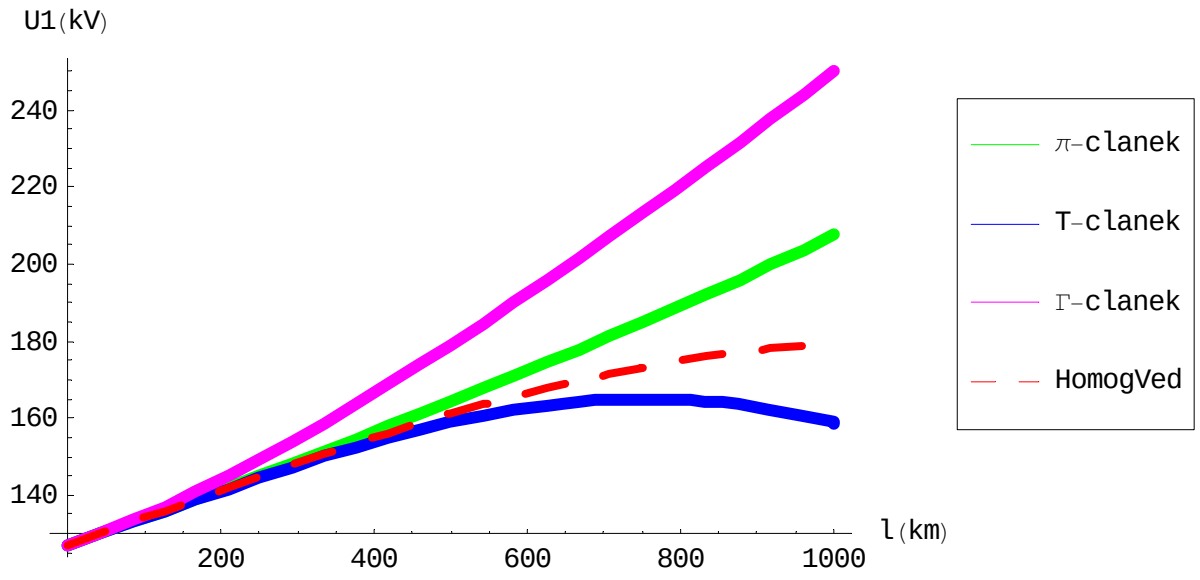
$$P_1 = 134{,}59 \text{ MW}, \quad Q_1 = 1{,}81 \text{ MVAr induktivních}$$

Účiník na začátku vedení

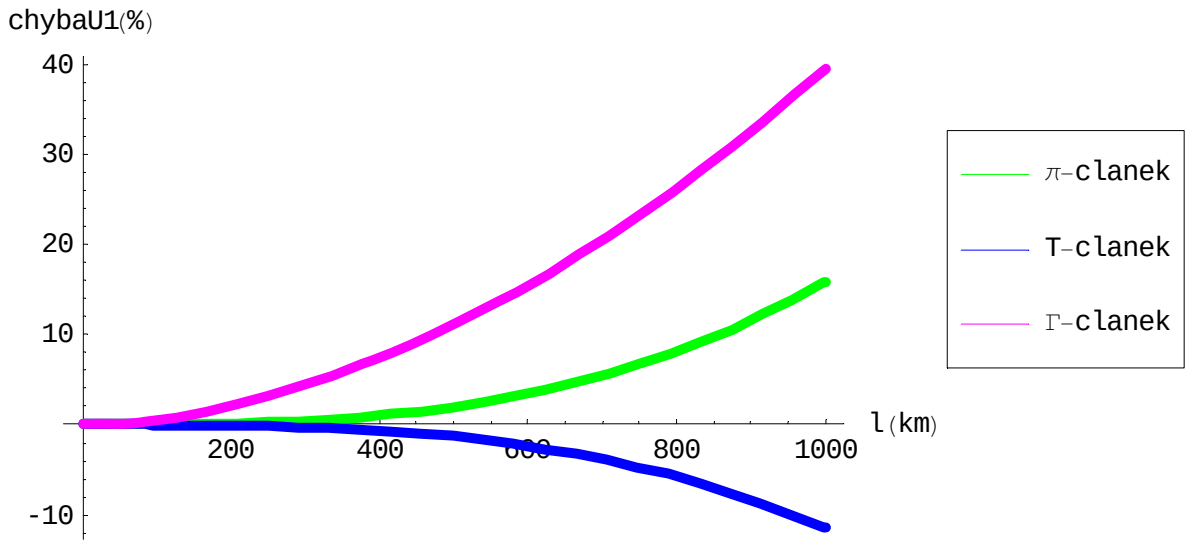
$$\cos\varphi_1 = \cos 0{,}77^\circ = 0{,}9999 \text{ ind.}$$

π-článek je pouze náhradou správného výpočtu veličin pro homogenní vedení. Prvky matice A, B, C, D zahrnují vždy jen několik (1 až 2) počátečních členů Taylorova rozvoje hyperbolických funkcí popisujících homogenní vedení. Pro velké délky vedení tak vznikají nezanedbatelné chyby.

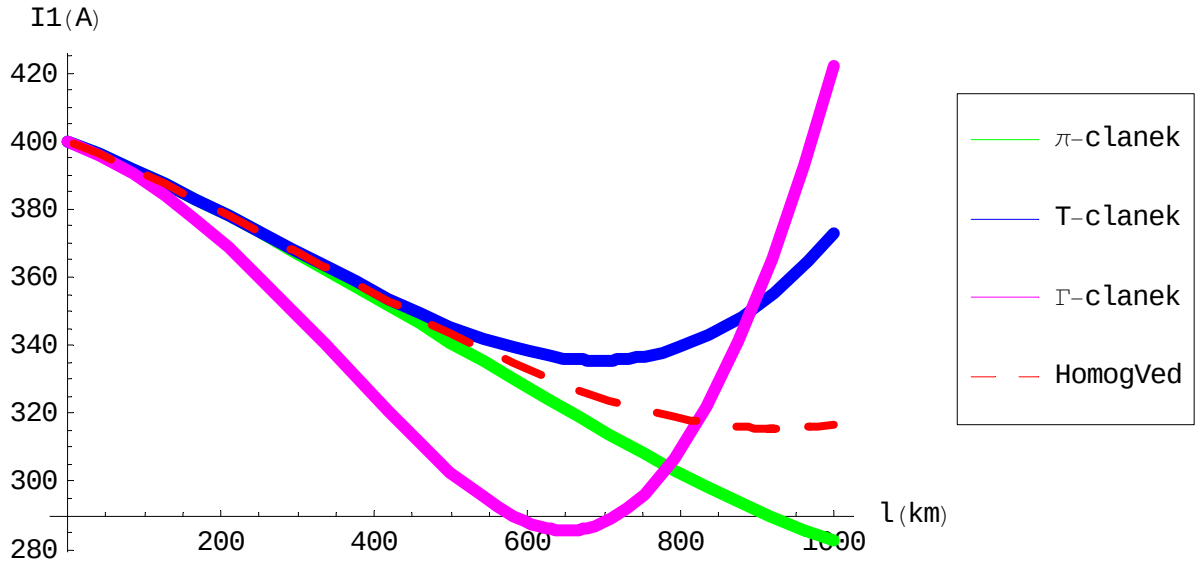
Následující obrázky porovnávají výpočty veličin pro hodnoty z Příkladu č.2 a proměnnou délku vedení pro různé náhradní články (π, T, Γ) v porovnání s homogenním vedením.


U1(kV)
240
220
200
180
160
140
200
400
600
800
1000
l(km)
π-clanek
T-clanek
Γ-clanek
HomogVed

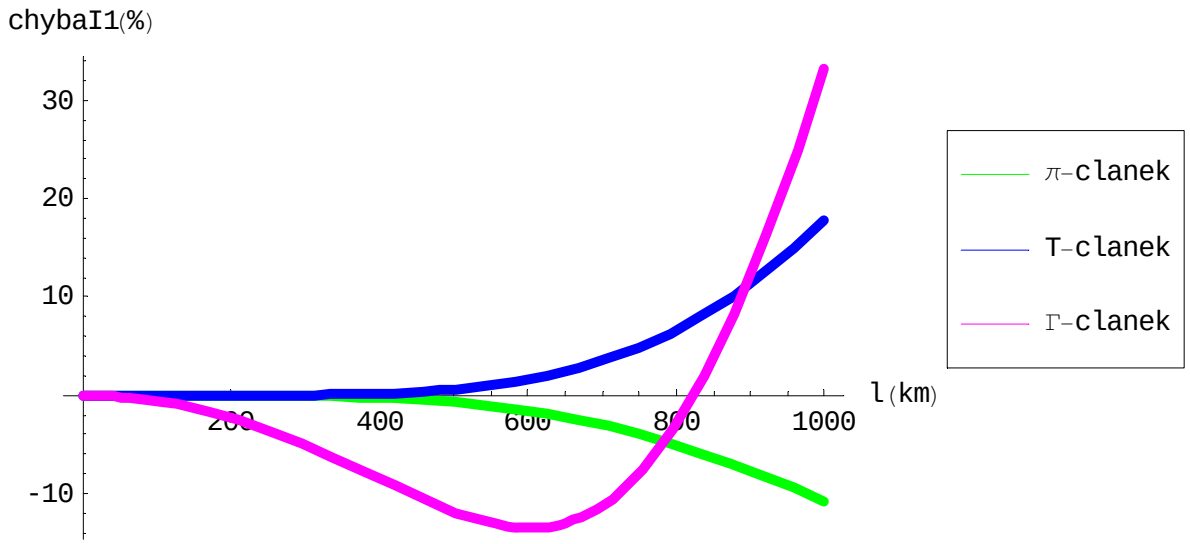
Obr. 3


chybaU1(%)
40
30
20
10
-10
200
400
600
800
1000
l(km)
π-clanek
T-clanek
Γ-clanek

Obr. 4


I1(A)
420
400
380
360
340
320
300
280
200
400
600
800
1000
l(km)
π-clanek
T-clanek
Γ-clanek
HomogVed

Obr. 5


chybaI1(%)
30
20
10
-10
200
400
600
800
1000
l(km)
π-clanek
T-clanek
Γ-clanek

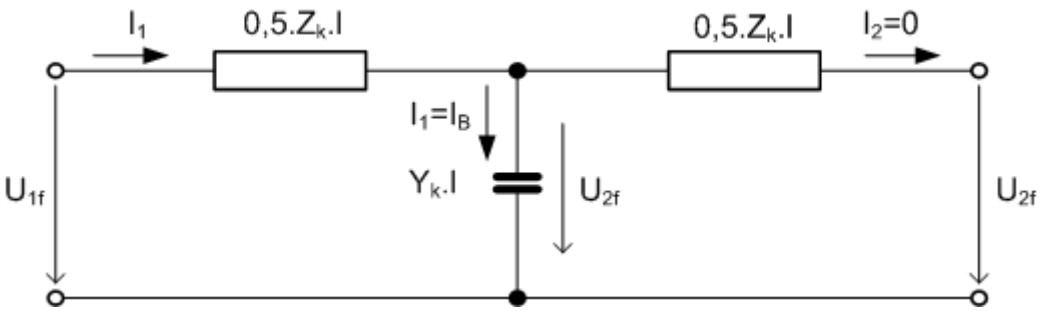
Obr. 6

Ferrantiho jev

Ferrantiho jev se vyskytuje u vedení naprázdno nebo málo zatížených a jedná se o jev, kdy na konci vedení je vyšší napětí než na začátku vedení. Celou situaci můžeme popsat pomocí obr. 7, kde je vedení popsáno pomocí T-článku. Pokud zanedbáme činnou složku příčné admitance (G = 0), bude při chodu vedení naprázdno příčnou větví protékat čistě kapacitní proud. Protože vedení je naprázdno, bude proud $I_2 = 0$, tzn. že v pravé polovině podélné impedance nevznikne žádný úbytek napětí a na příčné admitanci bude přímo napětí U_2. Levou polovinou podélné impedance bude procházet proud:

$$I_1 = I_B = B_k \cdot l \cdot U_2 \qquad (7)$$

Proud I_1 vyvolá úbytek napětí na polovině podélné impedance $\frac{Z_k}{2}$ a na příčné admitanci Y_k.



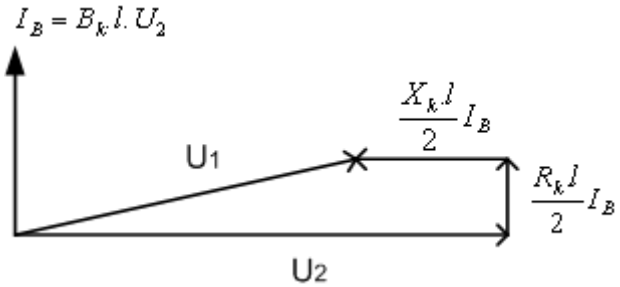
Obr. 7: Náhradní schéma T-článku pro vedení naprázdno

Místo úbytku napětí vznikne ve vedení přírůstek, tedy záporný úbytek napětí. Rozdíl mezi napětím na začátku a na konci je přibližně (při zanedbání rezistence R_k):

$$\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1 = I_B \cdot \frac{X}{2} = 0{,}5.B_k.l.U.X_k.l \qquad (8)$$

Pro vedení z mědi a z hliníku ($\mu_r = 1$) lze rovnici (8) zjednodušit do tvaru:

$$\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1 = 0{,}55.U.l^2.10^{-6} \quad \text{(kV;kV,km)} \qquad (9)$$



Obr. 8: Fázorový diagram vedení při chodu naprázdno

Příklad: Jak se zvýší napětí na konci při náhlém odlehčení 3 x 220 kV o délce 500 km?

$\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1 = 0{,}55.U.l^2.10^{-6} = 0{,}55.220.500.10^{-6} =$ **<u>30,25 kV</u>**

Napětí na konci vedení vzroste přibližně na hodnotu 250 kV.