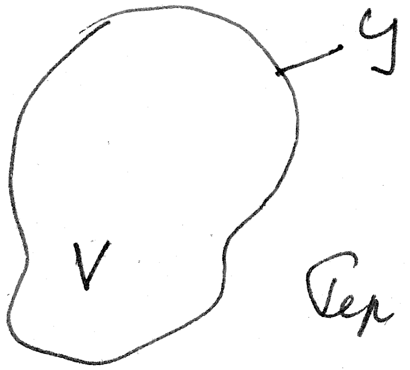
Značme: $\vec{q} = -\lambda \nabla T$

$dW_T = \rho c_p T dV$ => obj. hustota tep. energie

$= \rho c_p T$ (nejednoznačnost, o energii ...)

<u>Celková</u> energie se zachovává (ať už tepelná, mechanická atd.) => zákon zachování pro 1 formu energie musí obsahovat člen respektující <u>přeměny</u> energií. Označme ho Q_V $[Wm^{-3}]$, což bude tepelný výkon dodávaný hmotě přeměnou jiných energií.



Tep. energie v objemu V:

$$\int_{V(t)} \rho c_p T \, dV \quad ; \quad \text{výkon (změna za čas:)}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho c_p T \, dV = \int_{S(t)} -\vec{q} \, d\vec{S} + \int_{V(t)} Q_V \, dV$$

orientace S podle vnější normály

Jak vypočítat $\frac{d}{dt}\int_{V(t)} \rho c_p T \, dV$?

Zopakujme zavedení substanciální derivace skalární fce

$$s = s(\vec{x}, t) \quad ; \quad \vec{x} = \sum_i \vec{\delta}_i x_i$$

$$ds = \frac{\partial s}{\partial t} dt + \sum_i \frac{\partial s}{\partial x_i} dx_i \qquad /: dt$$

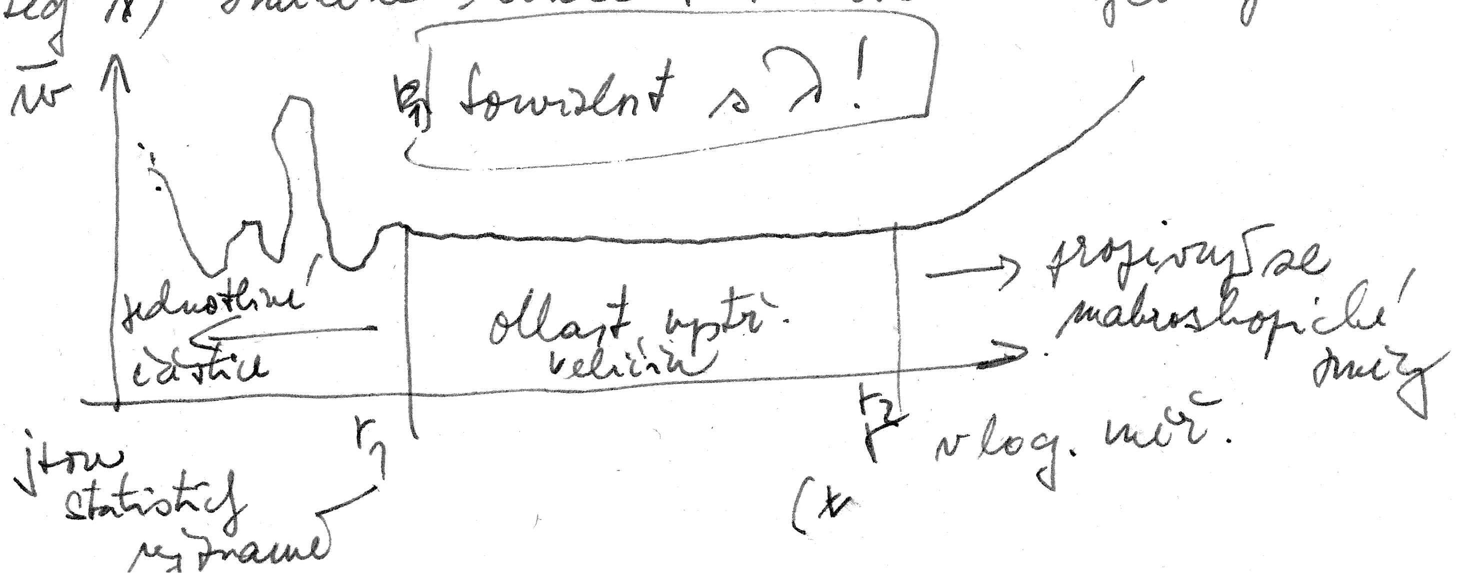
$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial s}{\partial x_i}\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla s$$

Co ale znamenají ony derivace v reálném světě?

Odpověď dává tzv. <u>kontinuální teorie.</u>

Buď např. $\overline{w} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i$ stř. kinetická ~~teora~~ energie N částic v uvažované kouli:

Zkoumejme, jak se $\overline{w}$ mění, měníme-li poloměr (tedy N) zmíněné koule. Pozorováním zjistíme:



Veličinou (její hodnotou) v daném bodě bude pro nás Δ její vystředěná hodnota.

$$\frac{\partial \overline{w}_s}{\partial x}\Big/_{x_0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\overline{w}_s(\text{střed koule v } x_0+\Delta x) - \overline{w}_s(\text{střed koule v } x_0)}{\Delta x}$$

a podobně pro $x, y, z, t \to$ t (o dvoji později).

Klasické zavedení derivace nemají v reálném světě smysl. V tomto kursu bereme všechny veličiny v tomto vystředěném smyslu.

Leibnitzův teorém pro derivaci trojného integrálu

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)} \varrho \, dV = \int_V \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \int_{\mathcal{S}} \varrho \vec{v}_s \cdot d\vec{S}$$

odpovídá tomu, co proteklo

odpovídá změně toho, co je uvnitř

Nechť se hranice pohybuje stejně jako tekutina $\vec{v}_s = \vec{v}$. Nechť je tekutina ~~NESTLAČITELNÁ~~ splňující rci kontinuity

tj. $\dfrac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \vec{v}) = 0$ ← rovnice kontinuity

Buď ϱ hustota tekutiny

s hustota skalární veličiny (u nás $c_p T$)

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)} \varrho s \, dV = \int_{V(t)} \frac{\partial(\varrho s)}{\partial t} dV + \oint s\varrho \vec{v} \, d\vec{S} =$$

gauss. věta

$$= \int_V \left(\varrho \frac{\partial s}{\partial t} + s\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla\cdot(s\varrho\vec{v})\right) dV =$$

$$\left|\nabla\cdot(a\cdot\vec{b}) = a\nabla\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot(\nabla a)\right|$$

$$= \int_V \left(\varrho \frac{\partial s}{\partial t} + s\frac{\partial \varrho}{\partial t} + s\nabla\cdot(\varrho\vec{v}) + \varrho\vec{v}\cdot\nabla s\right) dV =$$

$$= \int_V \left(\varrho\left[\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla s\right] + s\Big[\underbrace{\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla\cdot(\varrho\vec{v})}_{0}\Big]\right) dV =$$

$$= \int_{V(t)} \varrho \frac{ds}{dt} \, dV$$

položme $s = c_p T$
a berme $c_p = \text{konst.}$

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)} \varrho c_p T \, dV = \int_{V(t)} \varrho c_p \frac{dT}{dt} = +\int_{V(t)} \nabla\cdot(-\vec{q}) \, dV + \int_V Q_V \, dV$$

$$\int_{V(t)} \left(\varrho c_p \frac{dT}{dt} + \nabla\cdot(\vec{q}) - Q_V\right) dV = 0$$