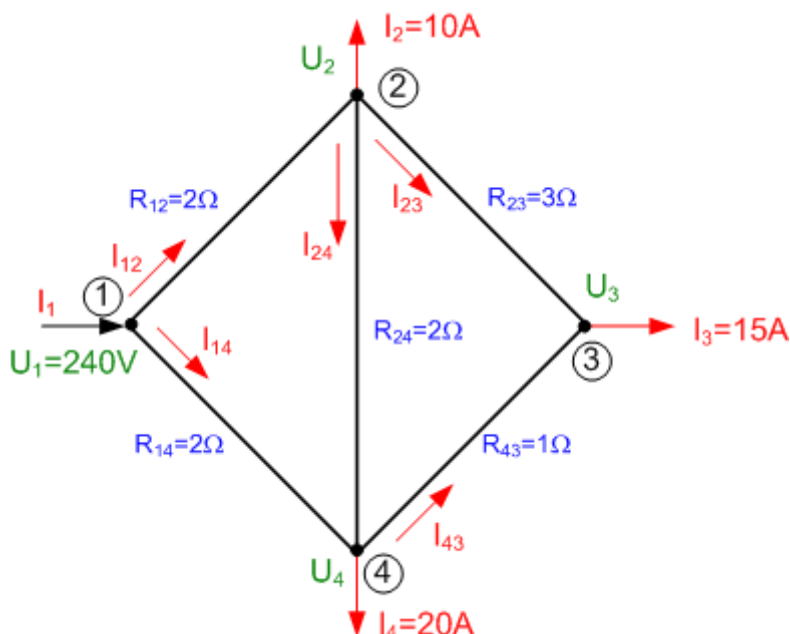


Výpočet napětí malé elektrické sítě

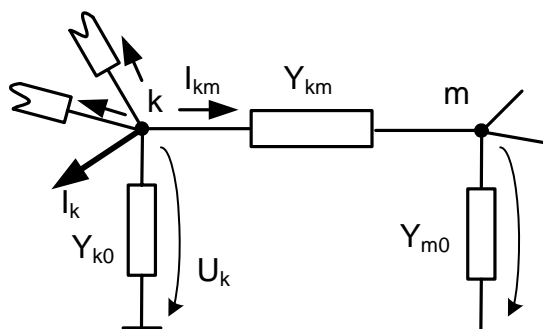
Elektrická stejnosměrná soustava je zobrazená na obr.1. Vypočítejte napětí v uzlech 2, 3 a 4 a uzlový proud v bilančním uzlu 1. Odběry v uzlech, napětí bilančního uzlu a odpory jednotlivých větví viz. obr.1. Výpočet proveďte: metodou uzlových napětí MUN.



Obr. 1: Schéma zapojení soustavy

1. Metoda uzlových napětí MUN

Nejprve jsou na základě znalosti parametrů zadaných prvků a topologie soustavy vypočteny prvky admitanční matice, a to podle následujícího principu:



Obr. 2: Model větve v soustavě

Pro uzlový proud v uzlu k platí:

$$\hat{I}_k + \sum_{m \neq k} \hat{I}_{km} = 0 \quad (1)$$

$$\hat{I}_k = - \sum_{m \neq k} \hat{I}_{km} = - \sum_{m \neq k} \hat{Y}_{km} \cdot (\hat{U}_k - \hat{U}_m) = - \sum_{m \neq k} \hat{Y}_{km} \cdot \hat{U}_k + \sum_{m \neq k} \hat{Y}_{km} \cdot \hat{U}_m \quad (2)$$

Předcházející rovnice vlastně představuje násobení matic, kde $\hat{Y}_{(k,k)}$ odpovídá diagonálnímu prvku a $\hat{Y}_{(k,m)}$ prvku mimo diagonálu.

$$\hat{I}_k = - \hat{U}_k \cdot \hat{Y}_{(k,k)} + \sum_{m \neq k} \hat{U}_m \cdot \hat{Y}_{(k,m)} \quad (3)$$

kde $\hat{Y}_{(k,k)}$, $\hat{Y}_{(k,m)}$ jsou prvky admitanční matice soustavy. Poznamenejme, že při tvorbě admitanční matice budou prvky na diagonále záporné a mimo diagonálu kladné.

Protože máme 4 uzly, bude admitanční matice typu 4 x 4.

První prvek Y_{11} vypočítáme jako záporný součet všech admitancí, které jsou do uzlu 1 připojeny.

$$Y_{11} = - (Y_{12} + Y_{14}) = - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = -1 \quad (4)$$

Druhý prvek Y_{12} je stejný jako Y_{21} a získáme ho jako součet admitancí mezi uzly 1 a 2:

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{1}{2} \quad (5)$$

Další prvek Y_{13} je stejný jako Y_{31} a protože uzly 1 a 3 nejsou propojeny, je admitance rovna 0.

Takto postupujeme dále:

$$Y_{22} = - (Y_{12} + Y_{24} + Y_{23}) = - \frac{4}{3} \quad (6)$$

$$Y_{33} = - (Y_{23} + Y_{34}) = - \frac{4}{3} \quad (7)$$

$$Y_{44} = - (Y_{14} + Y_{24} + Y_{34}) = -2 \quad (8)$$

$$Y_{14} = Y_{41} = \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{1}{3} \quad (10)$$

$$Y_{24} = Y_{42} = \frac{1}{2} \quad (11)$$

$$Y_{34} = Y_{43} = 1 \quad (12)$$

Admitanční matice Y bude potom vypadat:

$$[Y] = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Nejprve provedeme obecné odvození pro zadanou síť. Napíšeme maticovou rovnici pomocí proudů, admitance a napětí.

$$[I] = [Y] \cdot [U] \quad (14)$$

Abych mohl vypočítat hodnoty napětí, bylo by třeba vynásobit předcházející rovnici inverzní maticí $[Y]^{-1}$ zleva, ale to není možné, protože matice $[Y]$ je singulární ($\det Y = 0$). Proto provedeme rozdělení sloupcových vektorů $[I]$, $[U]$ a matice $[Y]$ na známé a neznámé submatice:

$$\begin{matrix} [I_1] & [Y_1] & [Y_2] & [U_1] \\ \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{pmatrix} & \cdot & \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} \\ [I_{odb}] & [Y_3] & [Y_4] & [U_{odb}] \end{matrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} [I_1] \\ [I_{odb}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_1] & [Y_2] \\ [Y_3] & [Y_4] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [U_1] \\ [U_{odb}] \end{bmatrix} \quad (16)$$

kde značí:

$[I_1]$ neznámá hodnota proudu v uzlu 1

$[U_1]$ známá hodnota napětí v uzlu 1

$[I_{odb}]$ známá hodnota proudových odběrů v počítaných uzlech

$[U_{odb}]$ neznámá hodnota napětí v počítaných uzlech

Rozměry matic v našem případě budou:

$$[I_1] \in R^{1 \times 1}, [U_1] \in R^{1 \times 1}, [I_{odb}] \in R^{3 \times 1}, [U_{odb}] \in R^{3 \times 1}$$

$$[Y_1] \in R^{1 \times 1}, [Y_2] \in R^{1 \times 3}, [Y_3] \in R^{3 \times 1}, [Y_4] \in R^{3 \times 3}$$

Nyní provedeme roznásobení jednotlivých submatic a dostaneme a po menších úpravách :

$$[I_1] = [Y_1] \cdot [U_1] + [Y_2] \cdot [U_{odb}] \quad (17)$$

$$[I_{odb}] = [Y_3] \cdot [U_1] + [Y_4] \cdot [U_{odb}] \quad / \cdot [Y_4]^{-1} \quad (18)$$

$$[Y_4]^{-1} \cdot [I_{odb}] = [Y_4]^{-1} \cdot [Y_3] \cdot [U_1] + [U_{odb}] \quad (19)$$

$$[U_{odb}] = [Y_4]^{-1} \cdot [I_{odb}] - [Y_4]^{-1} \cdot [Y_3] \cdot [U_1] \quad (20)$$

Pomocí maticové rovnice (20) nejdříve vypočítáme neznámé hodnoty napětí v ostatních uzlech a poté pomocí maticové rovnice (17) vypočítáme hodnotu napájecího proudu, který vtéká do sítě.

Výsledná napětí v uzlech 2,3 a 4 potom jsou:

$$[U_{odb}] = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 199,375 \\ 181,563 \\ 190,625 \end{bmatrix} (V) \quad (21)$$

Napájecí proud I_1 bude mít na základě rovnice (17) hodnotu:

$$I_1 = -45 \text{ A} \quad (22)$$

Záporná hodnota nám říká, že se jedná o dodávku a nikoli o odběr (pro stejnou orientaci všech uzlových proudů).

Proudy mezi jednotlivými uzly vypočítáme dle vztahů:

$$I_{12} = (U_1 - U_2) \cdot Y_{12} = 20,31 \text{ A} \quad (23)$$

$$I_{14} = (U_1 - U_4) \cdot Y_{14} = 24,69 \text{ A} \quad (24)$$

$$I_{24} = (U_2 - U_4) \cdot Y_{24} = 4,38 \text{ A} \quad (25)$$

$$I_{23} = (U_2 - U_3) \cdot Y_{23} = 5,94 \text{ A} \quad (26)$$

$$I_{43} = (U_4 - U_3) \cdot Y_{34} = 9,06 \text{ A} \quad (27)$$