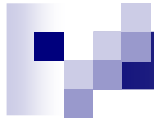




Úvod do logických obvodů

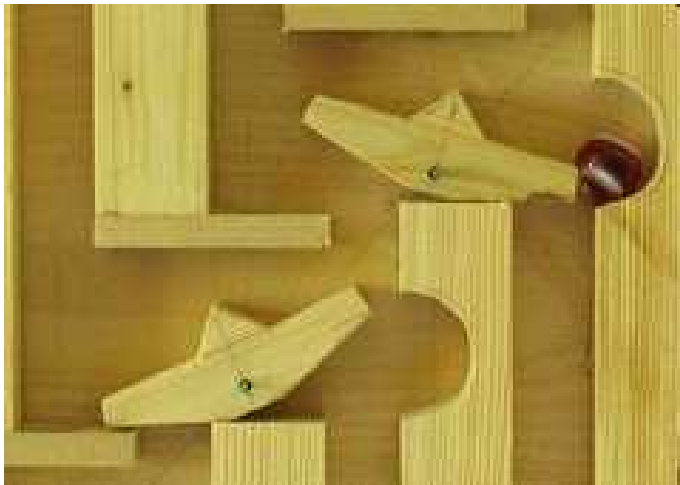
BI-CiAO

5. přednáška

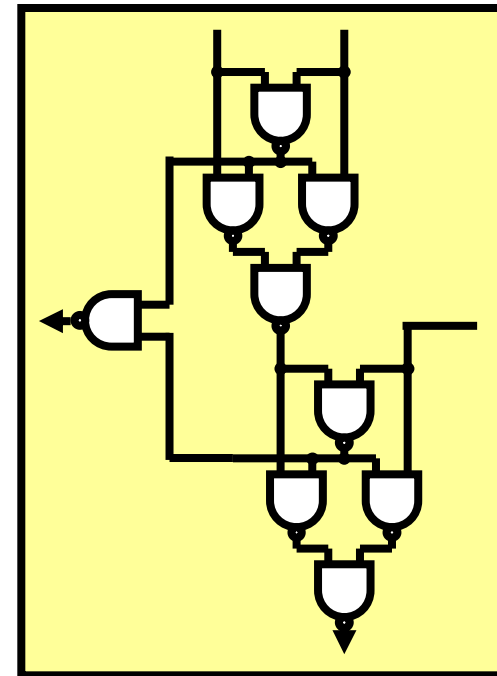


Shrnutí z předminula

Číslicové obvody lze implementovat ...



- **ad hoc** \Rightarrow
✗ pro každý problém
vymyslet originální
řešení



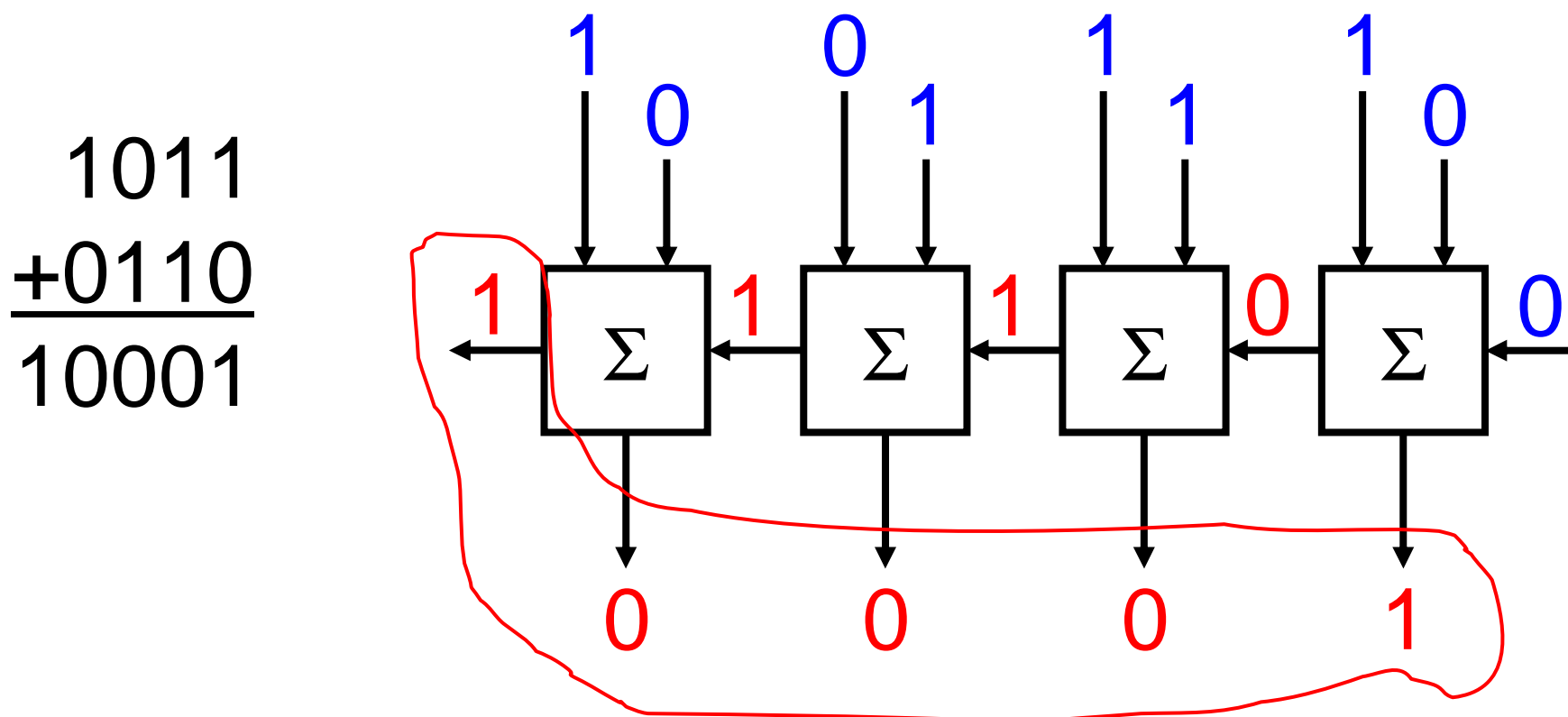
- **systematicky** \Rightarrow
✓ aplikovat zákony
Booleovy algebry



Implementace číslicových systémů

- pomocí Booleovy algebry
- lze tak realizovat jakýkoliv číslicový systém
- používáme jednotky implementující Booleovské funkce, tzv. *logická hradla*
- | | | | |
|-----|-------|---|---|
| ANO | TRUE | T | 1 |
| NE | FALSE | F | 0 |

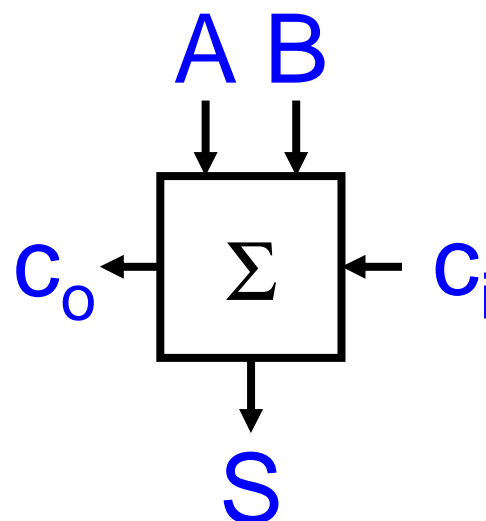
Příklad: Sčítačka v 2-kové soustavě



4ciferná sčítačka, sestavena ze čtyř 1ciferných sčítaček

Jednociferná binární sčítačka (úplná sčítačka)

A	B	c_i	c_o	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



c – carry
S – sum

Jak tedy aplikovat zákony Booleovy algebry?

A	B	c_i	c_o	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- Tabulku pro sčítání chápeme jako pravdivostní tabulku dvou Booleovských funkcí c_o a S
- vstupními proměnnými jsou A , B a c_i

Pravdivostní tabulku můžeme rozdělit na dvě pravdivostní tabulky (pro každou funkci zvlášť)

A	B	c_i	c_o	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

A	B	c_i	c_o
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	c_i	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Úplná disjunktivní normální forma (ÚDNF) pro c_0

A	B	c_i	c_o
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

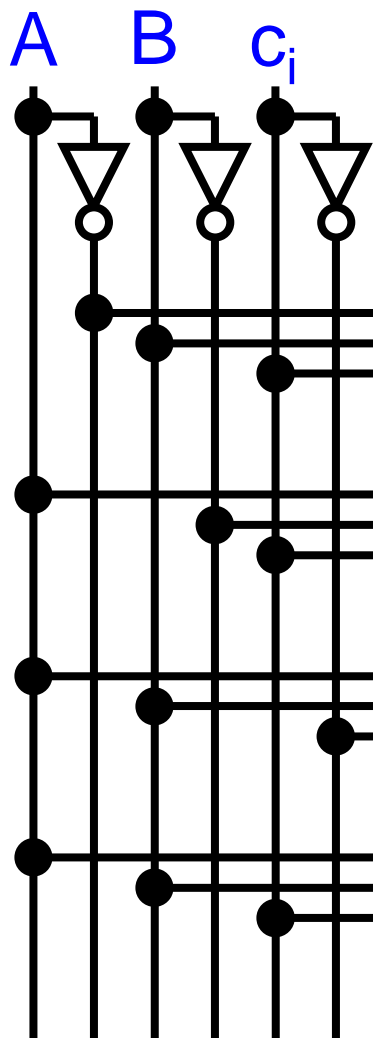
■ matematicky:

$$c_o = (\neg A \wedge B \wedge c_i) \vee (A \wedge \neg B \wedge c_i) \vee (A \wedge B \wedge c_i) \vee (A \wedge B \wedge \neg c_i)$$

■ inženýrsky:

$$c_o = \overline{A}Bc_i + A\overline{B}c_i + A\overline{B}\overline{c_i} + ABc_i$$

Implementace c_0 pomocí jeho ÚDNF



$$c_o = \overline{A}Bc_i + A\overline{B}c_i + A\overline{B}\overline{c_i} + ABc_i$$

Spotřeba materiálu:

3× invertor

4× třívstupový AND

1× čtyřvstupový OR

(celkem 48 tranzistorů)

Abychom ušetřili hardware, funkci c_0 zminimalizujeme

Algebraická minimalizace:

$$c_o = \overline{A}Bc_i + A\overline{B}c_i + AB\overline{c_i} + ABc_i$$

$$x = x + x + x$$

$$c_o = \overline{A}Bc_i + A\overline{B}c_i + AB\overline{c_i} + ABc_i + ABc_i + ABc_i$$

$$c_o = \overline{A}Bc_i + ABc_i + A\overline{B}c_i + ABc_i + AB\overline{c_i} + ABc_i$$

komutativní
zákon

$$c_o = (\overline{A} + A)Bc_i + (\overline{B} + B)Ac_i + (\overline{c_i} + c_i)AB$$

distributivní
zákon

$$c_o = 1Bc_i + 1Ac_i + 1AB$$

$$x + \overline{x} = 1$$

$$c_o = Bc_i + Ac_i + AB$$

$$1x = x$$

Abychom ušetřili hardware, funkci c_0 zminimalizujeme

A	B	c_i	c_o
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Minimalizace pomocí mapy:

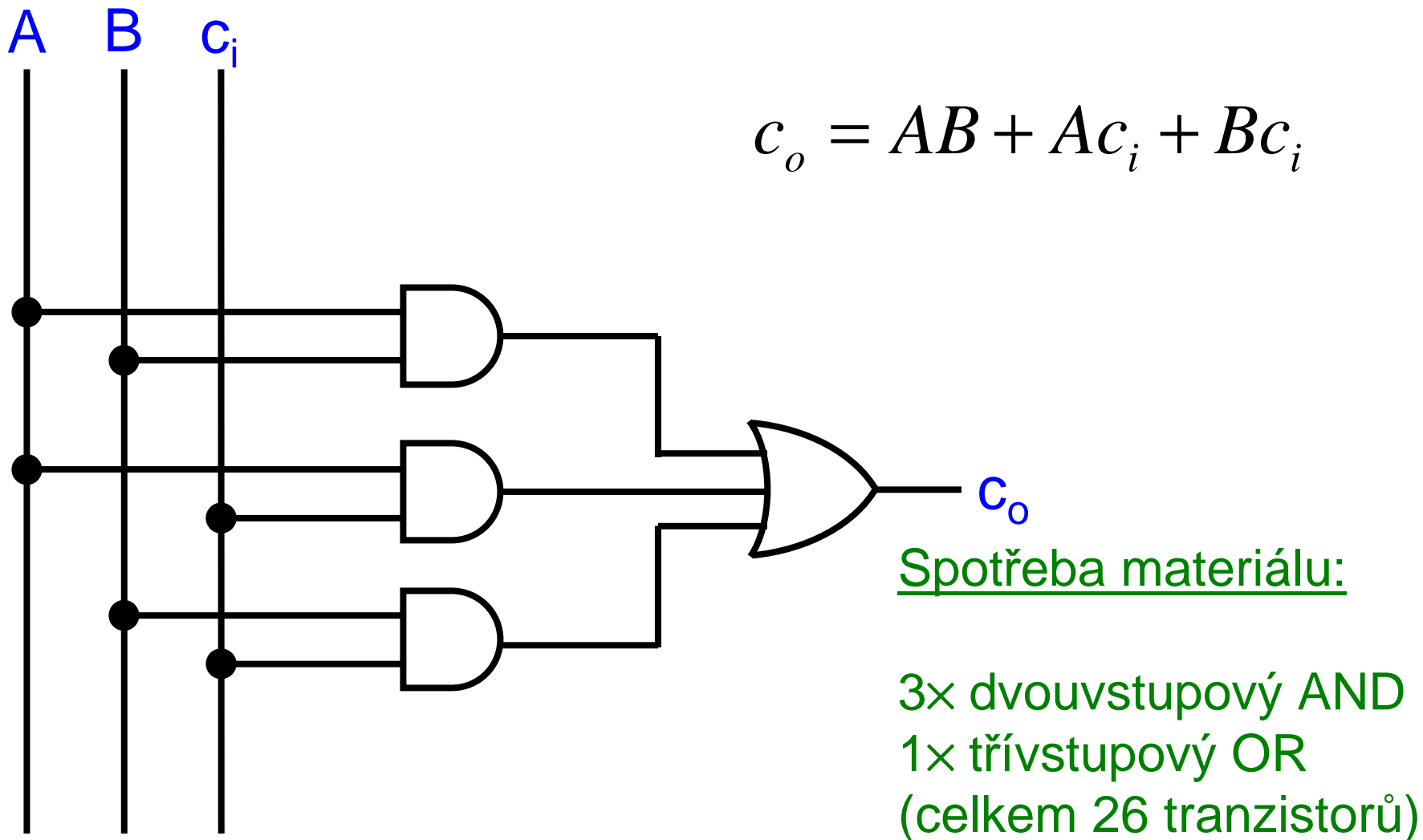
c_o :


	\overline{A}		A	
	\overline{B}		B	
c_i	0	1	0	1
	0	1	1	1

$$c_o = AB + Ac_i + Bc_i$$

Minimální disjunktivní normální forma (MDNF)

Implementace c_0 pomocí jeho MDNF






A ještě můžeme využít
de Morganovy zákony

$$c_o = AB + Ac_i + Bc_i$$

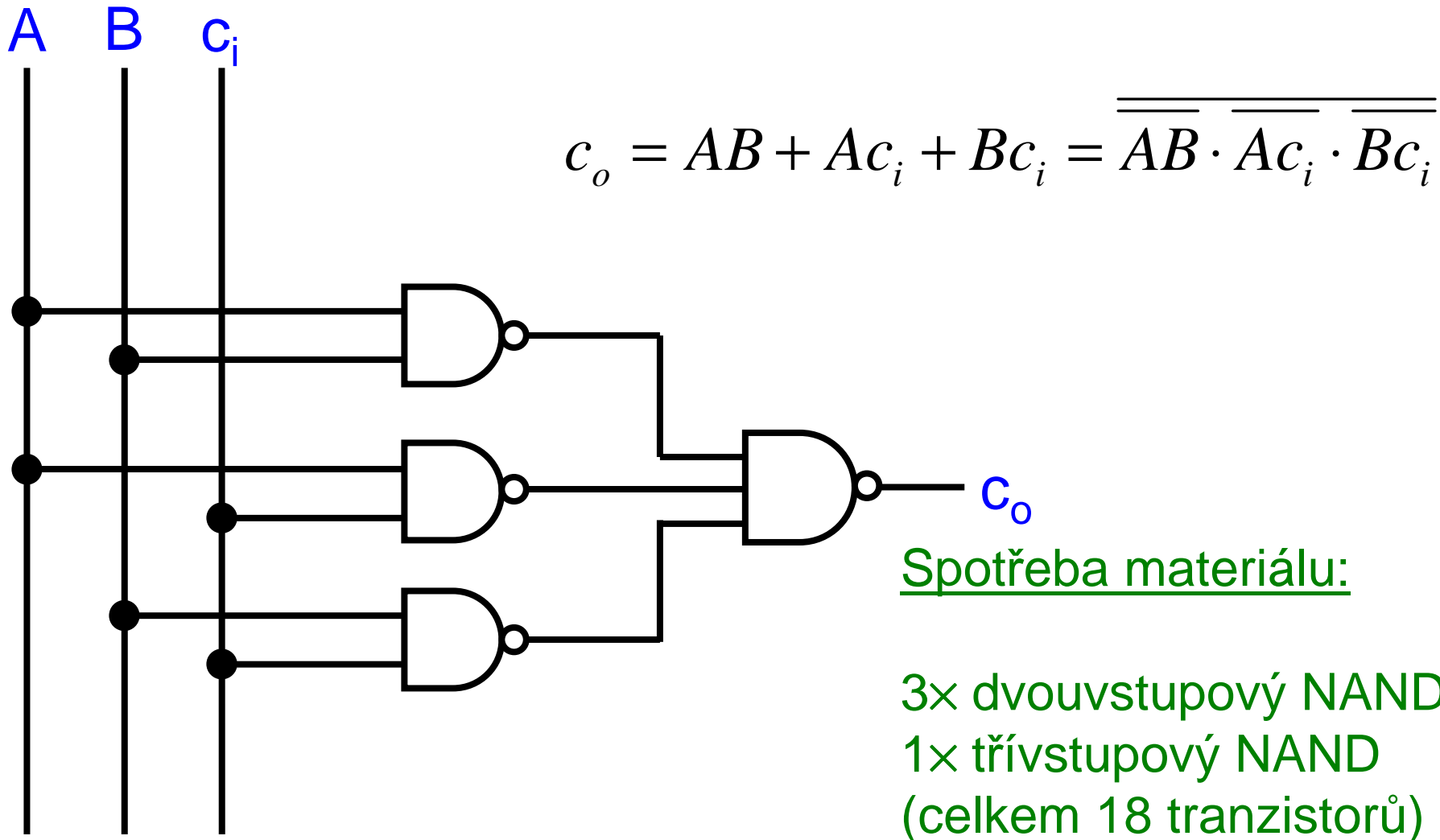
$$\overline{\overline{c_o}} = \overline{AB + Ac_i + Bc_i}$$

$$c_o = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{Ac_i} \cdot \overline{Bc_i}}$$



$\overline{x + y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$
$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$

Implementace c_0 pomocí jeho MDNF





Disjunktivní normální forma (DNF) = Sum of Products (SOP)

$$c_o = AB + Ac_i + Bc_i$$

Součet součinů
Sum of Products
(součet = sum, součin = product)