Transformace do složkových soustav

= náhrada fázorů fyzikálních veličin složkami

V trojfázové soustavě platí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \left[\hat{U}_{abc}\right] \qquad \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix} = \left[\hat{I}_{abc}\right]$$

V transformované soustavě platí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_o \\ \hat{U}_m \\ \hat{U}_n \end{bmatrix} = \left[\hat{U}_{omn}\right] \qquad \begin{bmatrix} \hat{I}_o \\ \hat{I}_m \\ \hat{I}_n \end{bmatrix} = \left[\hat{I}_{omn}\right]$$

Definičně určíme pro napětí

$$\left[\hat{U}_{abc}\right] = \left[\hat{T}_u\right]\left[\hat{U}_{omn}\right] \qquad \left[\hat{U}_{omn}\right] = \left[\hat{T}_u^{-1}\right]\left[\hat{U}_{abc}\right]$$

Definičně určíme pro proud

$$\left[\hat{I}_{abc}\right] = \left[\hat{T}_i\right]\left[\hat{I}_{omn}\right] \qquad \left[\hat{I}_{omn}\right] = \left[\hat{T}_i^{-1}\right]\left[\hat{I}_{abc}\right]$$

Obvykle se používá stejná transformační matice pro napětí a proud.

Vztah mezi napětím a proudem v trojfázové soustavě popíšeme následující rovnicí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{13} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} & \hat{Z}_{23} \\ \hat{Z}_{31} & \hat{Z}_{32} & \hat{Z}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}$$

Vztah mezi napětím a proudem ve složkové soustavě popíšeme následující rovnicí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_o \\ \hat{U}_m \\ \hat{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{oo} & \hat{Z}_{om} & \hat{Z}_{on} \\ \hat{Z}_{mo} & \hat{Z}_{mm} & \hat{Z}_{mn} \\ \hat{Z}_{no} & \hat{Z}_{nm} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_o \\ \hat{I}_m \\ \hat{I}_n \end{bmatrix}$$

Je-li matice $\left[\hat{Z}_{abc}\right]$ impedance trojfázové soustavy, potom pro složkovou impedanci lze psát

$$\left[\hat{Z}_{omn}\right] = \left[\hat{T}_u^{-1}\right]\left[\hat{Z}_{abc}\right]\left[\hat{T}_i\right]$$

analogicky

$$\left[\hat{\mathrm{Y}}_{\mathrm{omn}}\right] = \left[\hat{\mathrm{T}}_{\mathrm{i}}^{-1}\right] \cdot \left[\hat{\mathrm{Y}}_{\mathrm{abc}}\right] \cdot \left[\hat{\mathrm{T}}_{\mathrm{u}}\right]$$

Většinou platí

$$\left[\hat{\mathrm{T}}_{\mathrm{i}}^{-1}\right] = \left[\hat{\mathrm{T}}_{\mathrm{u}}\right] = \left[\hat{\mathrm{T}}\right]$$

Obecně použití složek nepřináší žádné výhody, ani zjednodušení výpočtů.
Přínos přenosu do složek je jen tehdy, je-li možná diagonalizace impedanční matice.

Diagonalizace (transformací nezávislou na prvcích převáděné matice) je možná jen pro cyklicky souměrnou matici $\left[\hat{z}_{cs}\right]$ a její speciální typ fázovou souměrnou matici $\left[\hat{z}_{fs}\right]$.

$$\left[\hat{Z}_{cs}\right]=\begin{bmatrix}\hat{Z} & \hat{Z}' & \hat{Z}'' \\ \hat{Z}'' & \hat{Z} & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z}'' & \hat{Z}\end{bmatrix}$$

$$\left[\hat{Z}_{fs}\right]=\begin{bmatrix}\hat{Z} & \hat{Z}' & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z} & \hat{Z}' \\ \hat{Z}' & \hat{Z}' & \hat{Z}\end{bmatrix}$$

Matice $\left[\hat{z}_{fs}\right]$ představuje symetrickou soustavu, kde jsou prvky v hlavní diagonále stejné pro všechny fáze (vlastní impedance) a mimo ni stejné vzájemné impedance.

Podmínky pro prvky transformační matice určíme pomocí charakteristických čísel λ a charakteristických vektorů příslušných matici $\left[\hat{T}\right]$.

Charakteristické vektory jsou nenulová řešení rovnice

$$\left(\left[\hat{Z}_{abc}\right]-\lambda\left[E\right]\right)\left[t\right]=\left[0\right]$$

Nenulová řešení předchozí rovnice jsou jen tehdy, je-li

$$\det\left(\left[\hat{Z}_{abc}\right]-\lambda\left[E\right]\right)=0$$

Řešení rovnice dává následující vlastní čísla

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \hat{Z}+2\hat{Z}'\\ \lambda_2 &= \hat{Z}-\hat{Z}'\\ \lambda_3 &= \hat{Z}-\hat{Z}'=\lambda_2\end{aligned}$$

Dále získáme systém podmínek pro charakteristické vektory

$$\begin{bmatrix}-2\hat{Z}' & \hat{Z}' & \hat{Z}'\\ \hat{Z}' & -2\hat{Z}' & \hat{Z}'\\ \hat{Z}' & \hat{Z}' & -2\hat{Z}'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t_{11}\\ t_{21}\\ t_{31}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$t_{11} = t_{21} = t_{31}$$
$$t_{12} + t_{22} + t_{32} = 0$$
$$t_{13} + t_{23} + t_{33} = 0$$

Pro transformaci trojfázové soustavy pro základní harmonickou doplníme další podmínky:

Soustavu trojfázových napětí uvažujeme symetrickou

$$\hat{U}_a$$
$$\hat{U}_b = \hat{a}^2 \hat{U}_a$$
$$\hat{U}_c = \hat{a}\,\hat{U}_a$$
$$\hat{a} = e^{j\frac{2}{3}\pi} \quad \hat{a}^2 = e^{j\frac{4}{3}\pi} \qquad 1 + \hat{a} + \hat{a}^2 = 0$$

Uvažujeme <u>složkovou soustavu souměrnou</u>

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_o \\ \hat{U}_m \\ \hat{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix}$$

kde $\hat{U}_0$ je soustava netočivá,
$\hat{U}_1$ je soustava sousledná,
$\hat{U}_2$ je soustava zpětná.

Tyto soustavy mají fyzikální význam.

Potom platí pro souslednou složku (souměrné soustavě po převodu přísluší nenulová hodnota jen sousledné složky)

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{a}^2\hat{U}_a \\ \hat{a}\hat{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{U}_a \\ 0 \end{bmatrix}$$

Z toho plyne

$$t_{12} = 1$$
$$t_{22} = \hat{a}^2$$
$$t_{32} = \hat{a}$$

Pro zpětnou složku

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{a}\hat{U}_a \\ \hat{a}^2\hat{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{U}_a \end{bmatrix}$$

Z toho plyne

$$t_{13} = 1$$
$$t_{23} = \hat{a}$$
$$t_{33} = \hat{a}^2$$

Pro netočivou složku

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_a \\ \hat{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Z toho plyne

$$t_{11} = 1$$
$$t_{21} = 1$$
$$t_{31} = 1$$

Potom platí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix}$$

$$\left[\hat{T}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}$$

$$\left[\hat{T}^{-1}\right] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix}$$

Uvažujeme <u>složkovou soustavu diagonální</u>

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_o \\ \hat{U}_m \\ \hat{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_\alpha \\ \hat{U}_\beta \end{bmatrix}$$

kde $\hat{U}_0$ je soustava netočivá,
$\hat{U}_\alpha$ je soustava α,
$\hat{U}_\beta$ je soustava β.

Tyto soustavy nemají jednoznačný fyzikální význam, ale jsou vhodné pro řešení dvoufázových poruch.

Potom platí pro netočivou složku

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_a \\ \hat{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Z toho plyne

$$t_{11} = 1$$
$$t_{21} = 1$$
$$t_{31} = 1$$

Pro α, β složku

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{a}\hat{U}_a \\ \hat{a}^2\hat{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{U}_a \\ -j\hat{U}_a \end{bmatrix}$$

Z toho plyne

$$1 = t_{12} - jt_{13} \Rightarrow t_{12} = 1, \quad t_{13} = 0$$
$$\hat{a}^2 = t_{22} - jt_{23} \Rightarrow t_{22} = -\frac{1}{2}, \quad t_{23} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\hat{a} = t_{32} - jt_{33} \Rightarrow t_{32} = -\frac{1}{2}, \quad t_{33} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Potom platí

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_\alpha \\ \hat{U}_\beta \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_\alpha \\ \hat{U}_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}$$

$$\left[D^{-1}\right] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Převody mezi složkami

$$\left[\hat{Z}_{012}\right]=\left[T^{-1}\right]\left[D\right]\left[\hat{Z}_{0\alpha\beta}\right]\left[D^{-1}\right]\left[T\right]$$

Aby platila invariantnost výkonů ve složkových soustavách zavádí se normované složky

$$\left[\hat{T}_n\right]=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a}\\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2\end{bmatrix}$$

$$\left[\hat{T}_n^{-1}\right]=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2\\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a}\end{bmatrix}$$

$$\left[D_n\right]=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$$

$$\left[D_n^{-1}\right]=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & -1\\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3}\end{bmatrix}$$

Složky vyšších harmonických

Matice fázorů příslušná k-té harmonické v symetrické soustavě

$$\begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{bks} \\ \hat{N}_{cks} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{a}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{a} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{aks} \\ \hat{a}^{2k} N_{aks} \\ a^k N_{aks} \end{bmatrix}$$

Hlavní složkové soustavy jsou

při	3k	netočivá soustava
	3k+1	sousledná soustava
	3k-1	zpětná soustava

Při nesymetriích platí

$$\left[\hat{B}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{b} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{c} \end{bmatrix}$$

$$\hat{b} = \frac{\hat{N}_{bk}}{\hat{N}_{bks}}$$

$$\hat{c} = \frac{\hat{N}_{ck}}{\hat{N}_{cks}}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{N}_{0k} \\ \hat{N}_{1k} \\ \hat{N}_{2k} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{b} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{c} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{a}^{2k} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{a}^{k} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \\ \hat{N}_{aks} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{aks} \\ N_{aks} \\ N_{aks} \end{bmatrix}$$