

# Mathematica 5.0 - školení - zápisky

Link: <http://heat.feld.cvut.cz/> - tutoriál (CZ úvod)

Kyncl – [kyncl@fel.cvut.cz](mailto:kyncl@fel.cvut.cz)

- zápis limity, vše **CASE SENSITIVE!**
- proměnné – nesmí začínat číslicí, protože **2a** znamená  $2 \cdot a$ , kdežto **a2** je proměnná s tímto názvem
  - nejlépe nepoužívat podtržítka, má zřejmě jiný význam (stejně tak čárky a tečky)
  - nepoužívat češtinu
  - pojmenovávat smysluplně
  - **ZAČÍT** malým písmenem
- **CTRL + K** – nabídne vnitřní i uživatelské proměnné – pokud jednoznačné, tak automaticky doplní rozepsanou
- závorky - používat kulaté ve smyslu priority operací
  - hranaté ve smyslu volání funkce, argumentu
  - složené, pokud voláme sdružené argumenty
- Mathematica nepočítá, pokud ji k tomu výslovně nevybídíme, provádí přednostně úpravy bez změny přesnosti, proto nevyčísľuje, ale upravuje (například vyjádření odmocnin)
- pro výpočet ve smyslu vyčíslení (i za cenu ztráty přesnosti): **N[]** do závorek hodnotu, kterou chceme vyčísřit, případně **N[Sqrt[2], 5]** udá výsledek na 5 desetinných míst
- zkrácené pro vyčíslení: mám již zapsán údaj a za to napíšu dvě lomítka a N (postfixový zápis): **3\*3 // N**, případně: **3\*3 #[#, 100] &**
- tečka za číslem značí, že vstup (číslo) je nepřesné, Mathematica to řeší také zaokrouhleně (aproximace):
  - Sin[5]** - Sin[5]
  - Sin[5.]** - -0.958924 (defaultně v radiánech)
  - 1000!** – výpis je dlouhý
  - 1. \* 1000!** – výpis dá v rozumném tvaru
- mocnina – buď přes menu nebo stříškou (tu napíše), ale ještě lépe **CTRL + stříška** (bez SHIFT)
- pouze ENTER nevyhodnocuje, jen formátuje ve formuláři, SHIFT+ENTER posílá na Kernel a vyhodnotí
- všechna otevřená okna sdílejí jeden společný Kernel!!! – stejné proměnné se mohou předefinovat i v různých oknech
- otázka na vše, co je již zadefinováno: **? Global \***
- otázka na hodnotu proměnné kuk: **? kuk**
- otázka na všechny hodnoty proměnné: **? \***
- další možnost – proměnné, které začínají na gr... : **? gr\***
- v případě, že chceme smazat všechny hodnoty Kernelu, tedy všechny proměnné: nabídka **Kernel, Quit Kernel, Local** (zavře starý Kernel, při dalším výpisu Global bude pomalejší, neboť nenašel žádný Kernel, proto jej nejprve musí otevřít – nenajde žádnou proměnnou)
- pokud bychom se ale spletli a chtěli znovu všechny hodnoty, zvolíme nabídku **Kernel, Evaluation, Evaluate Cells**
- nejlépe nepoužívat pro násobení mezeru, protože ji lze snadno zapomenout či přehlédnout: vhodnější \*
- = = má význam obyčejného rovná se (Pascal), kdežto = má význam definičního rovná se := (Pascal)

$$\text{Limit} \left[ \left( \frac{2n+1}{2n-8} \right)^n, n \rightarrow \infty \right]$$

$$e^{9/2}$$

$$\text{qrovnice} = a * x^2 + b * x + c == 0$$

$$c + b x + a x^2 == 0$$

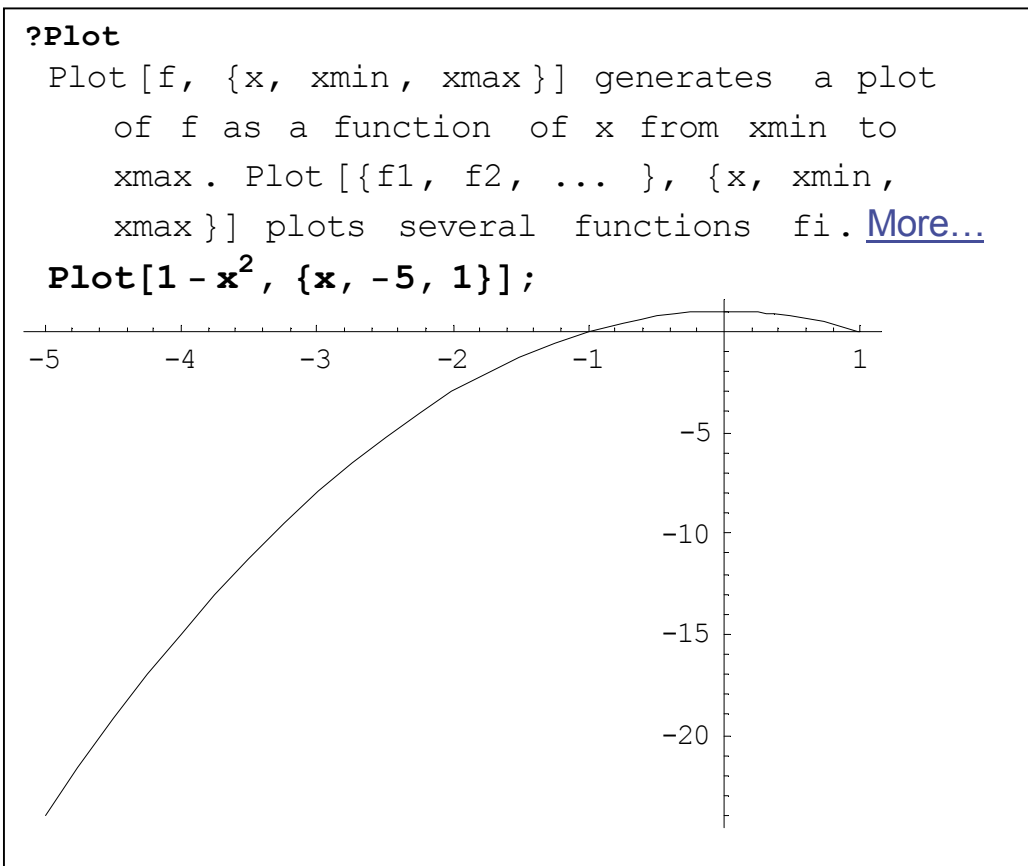
**Solve[qrovnice, x]**

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a} \right\} \right\}$$

- zobrazení ve standardní formě známé z matematických textů:

```
Solve[qrovnice, x]
{{x -> (-b - Sqrt[b^2 - 4 a c]) / (2 a)}, {x -> (-b + Sqrt[b^2 - 4 a c]) / (2 a)}}
Out[17] //TraditionalForm
{{x -> (-b - Sqrt[b^2 - 4 a c]) / (2 a)}, {x -> (-b + Sqrt[b^2 - 4 a c]) / (2 a)}}
```

- pokud pak zadefinuju číselné hodnoty a znovu zavolám příslušný **Out[]** s kořeny, vypíše mi je s konkrétními čísly v přesném tvaru (hezkém:-)
- pokud dám //N, vypíše číselnou hodnotu
- vyvolání Helpu pro konkrétní funkci, např. Solve: **?Solve** a SHIFT+ENTER nebo **Solve** a stisk klávesy F1
- lze dokonce přímo do helpu, vkládat číselné hodnoty nebo provádět změny a odezírat výsledné hodnoty, nemusíme opisovat celou kvadratickou rovnici, v helpu již je napsána v ukázce, tu můžu editovat a přímo i vypočítat
- pokud v helpu něco změním, po uzavření a otevření helpu opět původní stav
- pokud v helpu něco definuji či přiřadím hodnotu, potom to zároveň uloží do Kernelu, proto tyto nově vytvořené funkce a hodnoty se změni i našem listu (pozor!!!)
- dokonce i help ve svých názorných ukázkách bere hodnoty z Kernelu, takže může dávat „špatné“ výsledky, v tu chvíli je nejvhodnější smazat Kernel!



- výsledkem například kvadratické rovnice nebude zápis  $x_1$  a  $x_2$ , ale dostaneme List, ve kterém budou dva prvky, které jsou vlastně předpisem pro to, co bude řešením rovnice

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a} \right\} \right\}$$

- složené závorky – něco, co spolu (logicky) souvisí, složené závorky označují List
- na list se odkazujeme s dalším indexem, případně jako matice dvojicí indexů, pokud jsou uvnitř další listy (matice)

- dvě možnosti, jak se odkazovat na pole matice

```
lst = {1, 2, π, auto, meloun,
      {vnoreny, listik}, c + b x + a x2 == 0}
{1, 2, π, auto, meloun,
 {vnoreny, listik}, c + b x + a x2 == 0}
lst[[5]]
meloun
lst[[-1]]
c + b x + a x2 == 0
lst[[6]][[1]]
vnoreny
lst[[6,1]]
vnoreny
```

- voláním `lst[[5]]` se ptáme na 5. prvek v listu `lst`
- voláním `lst[[-1]]` se ptáme na předposlední prvek v listu `lst`
- ekvivalentní zápisy: `lst[[6]][[1]]` a `lst[[6,1]]`
- umožňuje tvorbu matice:

```
matice={{1,2,3,4},{5,6,7,8},{9,10,11,12},{13,14,15,16}}
{{1,2,3,4},{5,6,7,8},{9,10,11,12},{13,14,15,16}}
matice//TraditionalForm

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$$

```

- `//TraditionalForm` může nahradit i `//MatrixForm`
- vytvoření náhodné matice:
- definice funkce: `inverzni[m_]:=Inverse[m]`

```
n=5;
m=Table[Random[],{n},{n}]

{{0.634273,0.666243,0.993534,0.632337,0.755026},{0.190176,0.184289,0.12
3023,0.243622,0.273756},{0.646751,0.455135,0.798376,0.306098,0.885065},
{0.420352,0.571669,0.808131,0.692939,0.655257},{0.125181,0.820402,0.240
21,0.44042,0.490909}}
```

- procento vyjadřuje předchozí výsledek, `%%` vyjadřuje předpředchozí výsledek
- provádění substituce: lomeno a tečka: `/.`
- `(a+b-2c)/.a → A` provede záměnu, dosazení - SUBSTITUCI
- po těchto přiřazení jsme nezměnili skutečnou hodnotu proměnné `a` !!!, jen jsme v tom daném řádku provedli přiřazení pro konkrétní výpočet, dali jsme na `a` nálepku

- tedy i Solve vrací jako výsledek substituční hodnoty, co bychom měli dosadit za x, aby rovnost byla splněna

`r = a*x^2 + b*x + c // TraditionalForm`

`r /. x -> 5 // TraditionalForm`

$$ax^2 + bx + c$$

$$25a + 5b + c$$

- chtěli bychom vykreslit graf funkce (**Plot**) součtu reálných částí kořenů vstupní rovnice (**požadavek**) s parametrem t, když bude t z nějakého intervalu (**parametr**)

- řešení má v sobě jen předpis pro kořeny, ne přímo samotné výrazy
- pokud chceme přímo předpis pro 2. kořen přiřadit do proměnné x: `x/.reseni[[2]]`
- teď jsme do x vložili přímo výraz, ale jen pro jeden okamžik, globalně je v x stále jen písmenko x (to je právě ta substituce pro jeden okamžik)
- viz další obrázek

`rovnice = t^2 * x^2 + (1 - t) * x + (t - 1) == 0`

$$-1 + t + (1 - t) x + t^2 x^2 == 0$$

`reseni=Solve[rovnice,x]`

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-1 + t - \sqrt{1 - 2t + 5t^2 - 4t^3}}{2t^2} \right\}, \right.$$

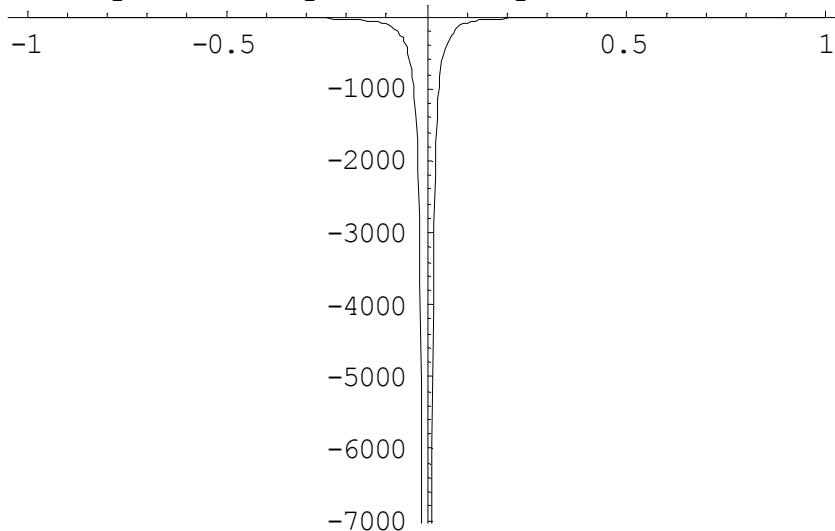
$$\left. \left\{ x \rightarrow \frac{-1 + t + \sqrt{1 - 2t + 5t^2 - 4t^3}}{2t^2} \right\} \right\}$$

`požadavek[t_]=Re[x/.reseni[[1]]]+Re[x/.reseni[[2]]]`

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{-1 + t - \sqrt{1 - 2t + 5t^2 - 4t^3}}{t^2} \right] +$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{-1 + t + \sqrt{1 - 2t + 5t^2 - 4t^3}}{t^2} \right]$$

`Plot[požadavek[parametr],{parametr,-1,1}]`



-Graphics-

`x/.reseni[[1]]`

$$\frac{-1 + t - \sqrt{1 - 2t + 5t^2 - 4t^3}}{2t^2}$$

`x`  
`x`

- úprava uživatelského vzhledu – lze zvolit styl zobrazení, případně tisku atd.: **Format**, **StyleSheet** a zvolit si svůj oblíbený nebo nově vytvořit

- **FullForm** ukazuje, jak si naše výrazy Mathematica upravuje (prefixový zápis)

```
a + b + c;  
% // FullForm  
a * b * c;  
% // FullForm  
abc;  
% // FullForm  
{a, b, c};  
% // FullForm  
Plus[a,b,c]  
Times[a,b,c]  
Power[a,Power[b,c]]  
List[a,b,c]
```

- **Range** s jedním argumentem vygeneruje čísla  
- podobně je tomu tak i s příkazem **Table**

```
Range[{12}]  
{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}  
Table[i,{i,12}]  
{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}  
FullForm[%]  
List[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12]
```

- pokud bychom příkaz **List** nahradili příkazem **Plus**, dojde k sečtení:

```
cisla=Table[i,{i,12}]  
{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}  
soucet=cisla/.List→Plus  
78
```

- aplikace například na faktoriál:

```
faktorial=cisla/.List→Times  
479001600
```

- můžeme se i odkazovat na jednotlivá pole, kdy udáme pořadí hledaného čísla v daném poli (**cisla**), nultá pozice je určena pro operaci:

```
cisla//FullForm  
List[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12]  
cisla[[8]]  
8  
cisla[[0]]  
List
```

- zadanou rovnici převedte na jednu stranu a upravte:

```
rce = 2 * x + 6 * x2 == 6 * x - 7;  
rce//FullForm  
Equal[Plus[Times[2,x],Times[6,Power[x,2]]],Plus[-7,Times[6,x]]]  
upravenarce=Simplify[rce[[1]]-rce[[2]]]==0  
7 - 4 x + 6 x2 == 0
```

- **Equal** je stejné jako ==

- jiný způsob

```
upravenarce2=Simplify[rce/.Equal[a_,b_]→Plus[a,-b]]==0  
7 - 4 x + 6 x2 == 0
```

- (\* tohle je komentář \*)

- pokud potřebujeme opakované nahrazení (dokud se něco mění), užijeme místo /. funkci //.

- aplikace tohoto např. do fyziky – máme naměřené hodnoty dráhy a času (s, t), rádi bychom rychlost

- tato data teď jen vygenerujeme:

```
namereno = Table[{s, s2}, {s, 1, 5}]  
{ {1,1}, {2,4}, {3,9}, {4,16}, {5,25} }
```

- přidejte do tabulky ještě spočítanou hodnotu rychlosti:

```
namereno /. {a_, b_} → {a, b,  $\frac{a}{b}$ }  
{ {1, 1, 1}, {2, 4,  $\frac{1}{2}$ }, {3, 9,  $\frac{1}{3}$ }, {4, 16,  $\frac{1}{4}$ }, {5, 25,  $\frac{1}{5}$ }}
```

- další hrátky s podtržítkem viz ukázka:

```
namereno /. {_, _} → {a, b,  $\frac{a}{b}$ }  
{ {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }}  
namereno /. {neco1_, neco2_} → {a, b,  $\frac{a}{b}$ }  
{ {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }, {a, b,  $\frac{a}{b}$ }}  
namereno /. {neco1_, neco2_} → {neco1, neco2,  $\frac{neco1}{neco2}$ }  
{ {1, 1, 1}, {2, 4,  $\frac{1}{2}$ }, {3, 9,  $\frac{1}{3}$ }, {4, 16,  $\frac{1}{4}$ }, {5, 25,  $\frac{1}{5}$ }}
```

- chtěli bychom vytvořit náhodně kvadratickou rovnici, vygenerujeme 3 podvýrazy, které budou obsahovat vždy ax a mocninu x

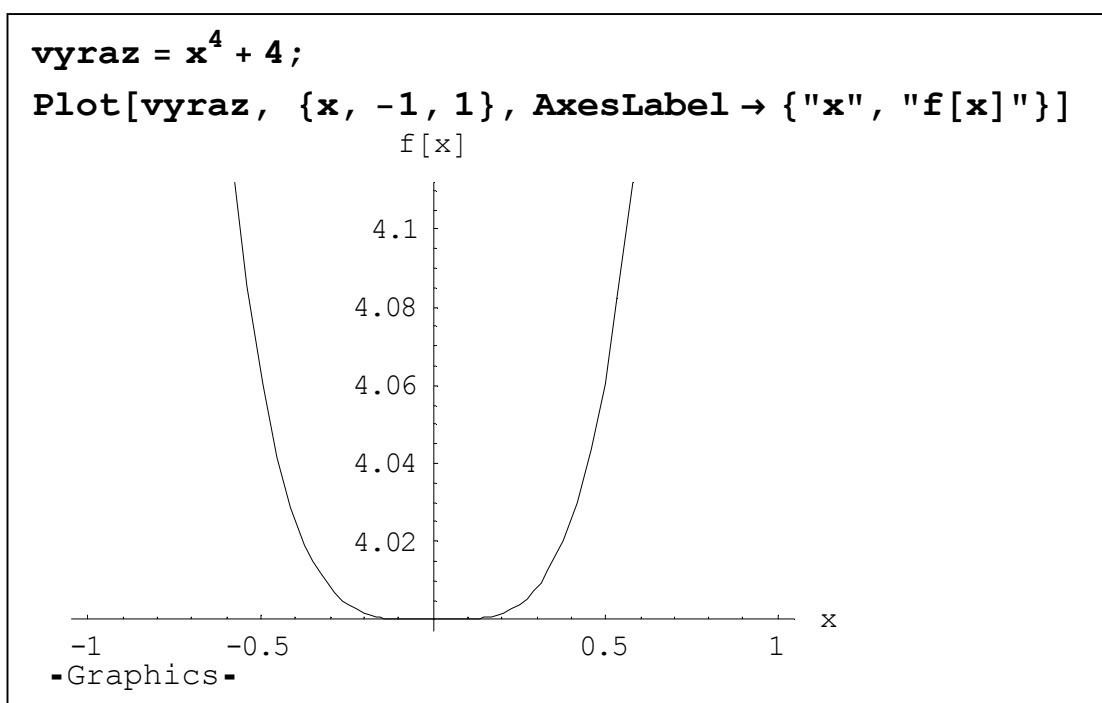
```

Table[{Random[Integer,{1,50}]*x,Random[Integer,{0,2}]}, {n,3}]
{{48 x,0},{48 x,2},{30 x,2}}

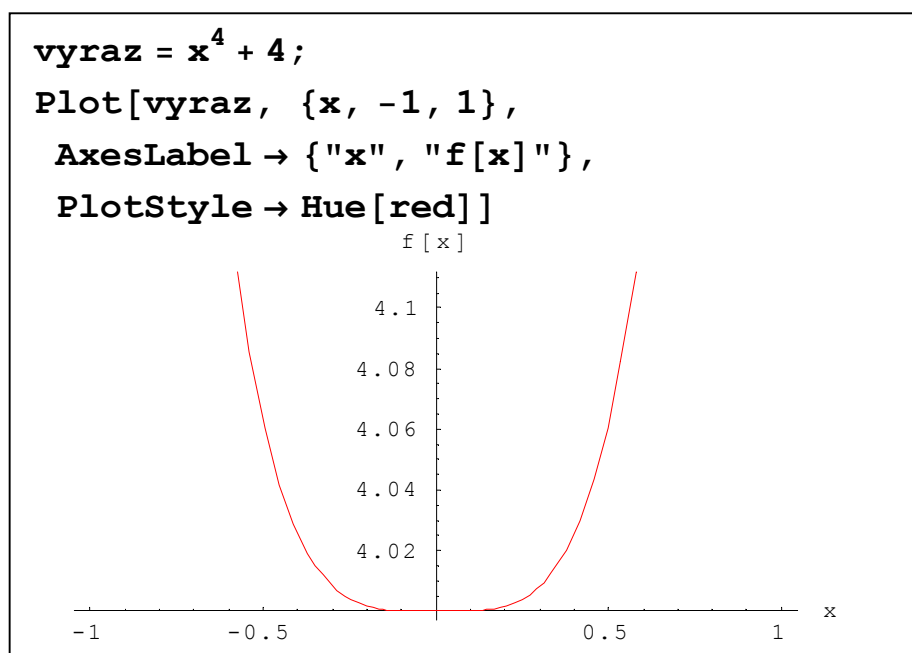
% /. {koef_*x, exponent_} -> koef*xexponent
{48, 48 x2, 30 x2}
%/.List->Plus
48 + 78 x2
zadani=%==0
48 + 78 x2 == 0

```

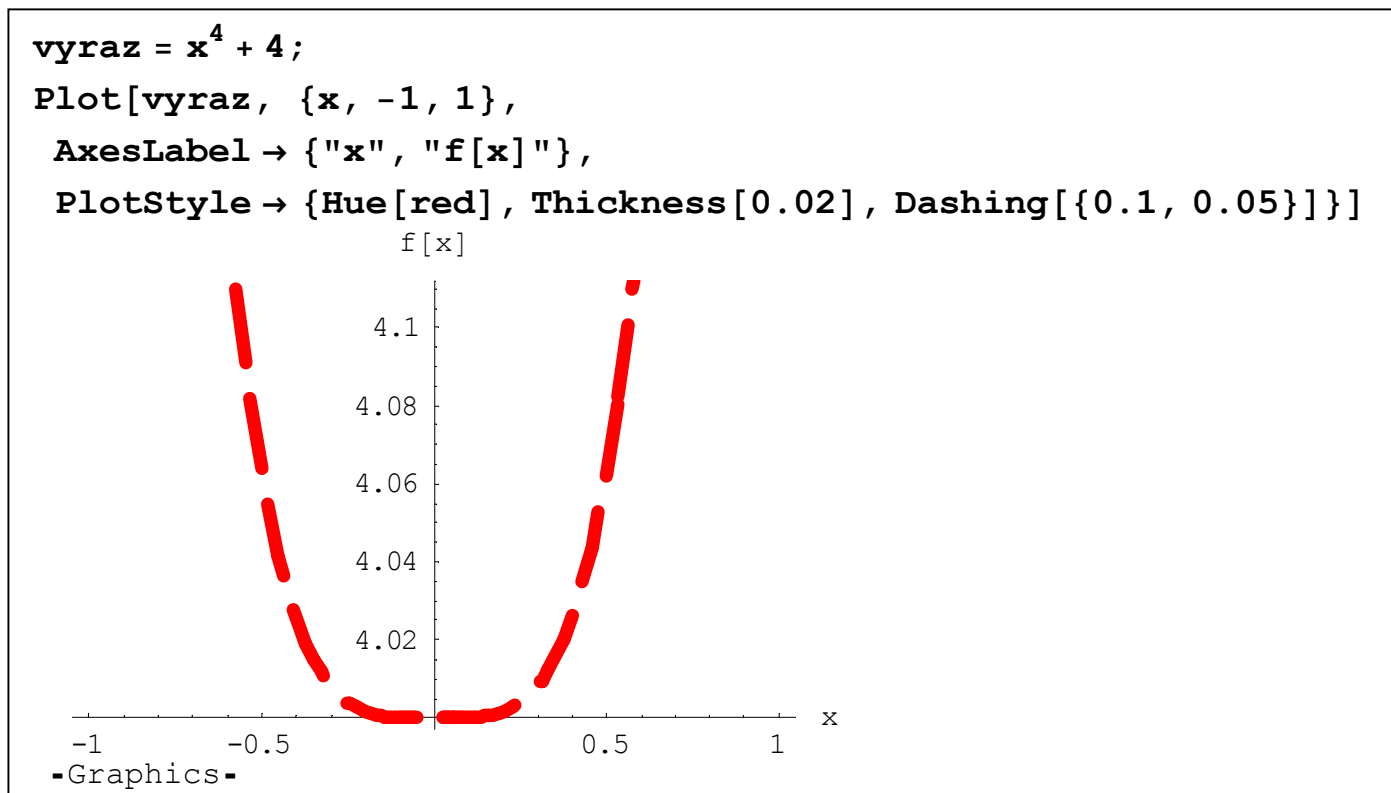
- **Dsolve** – řešení diferenciálních funkcí
- popis os při použití Plot:



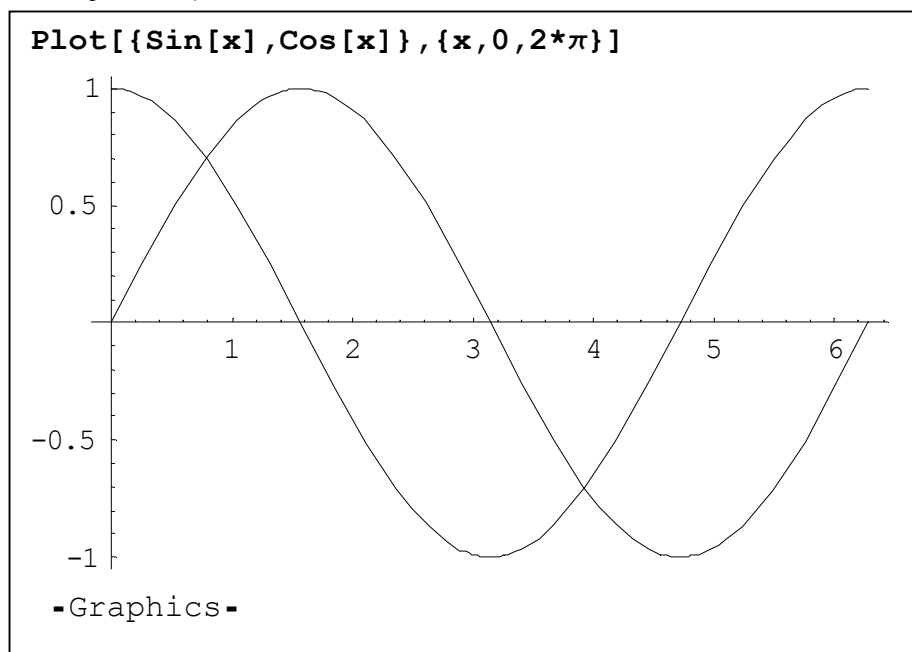
- změna barvy:



- řada dalších vlastností... (vhodné užit Help):

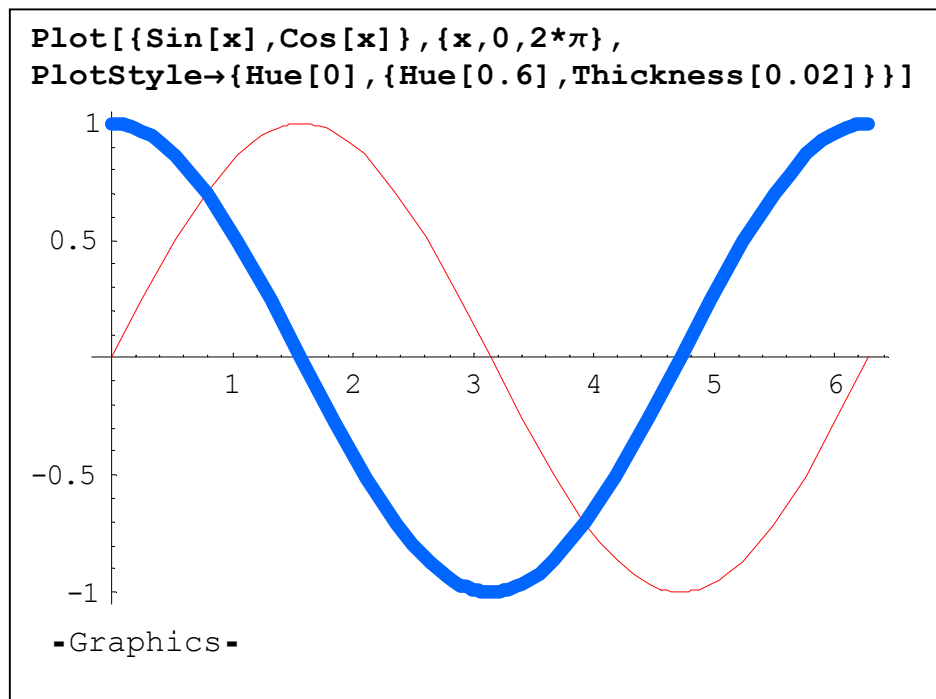


- více funkcí v jednom grafu (opět zadávat fce jako list):





- více funkcí s různými vlastnostmi:



- definice vlastních funkcí: užívá se := ve smyslu odloženého přiřazení

```
f[arg_] :=  $\frac{2 * \pi}{360} * \text{arg};$   
f[30]  
90 // f  
 $\frac{\pi}{6}$   
 $\frac{\pi}{2}$ 
```

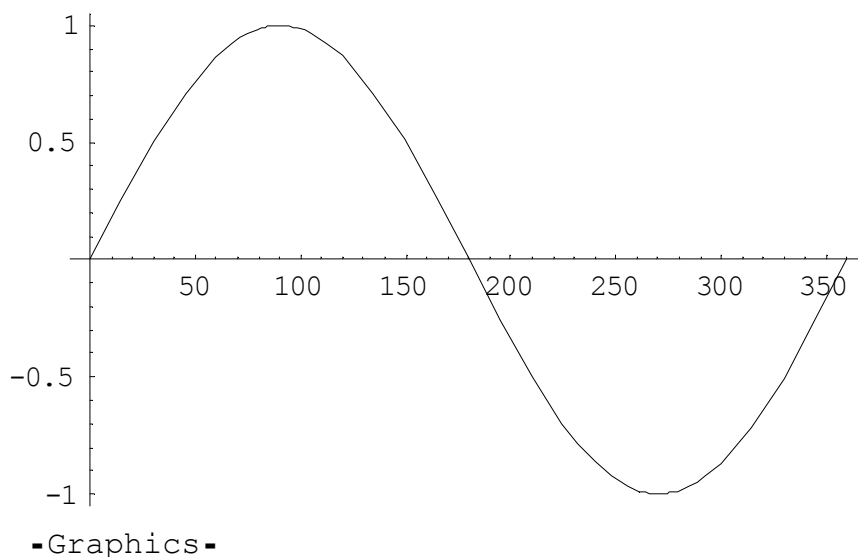
- platí různé priority – pokud něco definováno předem a pak se stejným názvem nadefinujeme funkci, nebude to fungovat:

```
f = 40;  
f[arg_] :=  $\frac{2 * \pi}{360} * \text{arg};$   
f[30]  
90 // f  
SetDelayed ::write : Tag Integer in 40[arg_] is Protected . More...  
40[30]  
40[90]
```

- proto doporučeno před nadefinováním funkce vymazat její obsah, ať už existuje nebo ne... **ClearAll[f]** nebo **Remove[f]**

- převod ze stupňů na radiány (goniometrické funkce implicitně argumenty v radiánech):

```
ClearAll[f, sin];  
f[arg_] :=  $\frac{2 * \pi}{360} * arg$ ;  
sin[uhelvestupnich_] := Sin[f[uhelvestupnich]]  
Plot[sin[fi], {fi, 0, 360}]
```



- užití helpu pro zjištění možných vlastností: ??Plot

- generování listů jinak, než že je píšeme: Table

- ukázky:

```
Table[ciselko, {6}]  
{ciselko, ciselko, ciselko, ciselko, ciselko, ciselko}  
Table[i*ciselko, {i, 6}]  
{ciselko, 2 ciselko, 3 ciselko, 4 ciselko, 5 ciselko, 6 ciselko}  
Table[i*ciselko, {i, 3, 14, 2}]  
{3 ciselko, 5 ciselko, 7 ciselko, 9 ciselko, 11 ciselko, 13 ciselko}  
Table[i*ciselko, {i, 5, 8, .5}]  
{5 ciselko, 5.5 ciselko, 6. ciselko, 6.5 ciselko, 7. ciselko, 7.5 ciselko, 8.  
ciselko}
```

```
Table[(i * Pi)k+ε, {i, -1, 2}, {k, 2, 4}]  
{ {(-π)2+ε, (-π)3+ε, (-π)4+ε}, {02+ε, 03+ε, 04+ε},  
{π2+ε, π3+ε, π4+ε}, {(2π)2+ε, (2π)3+ε, (2π)4+ε}}
```

- tvoříme kvadratické rovnice:

```
rovnice[param_] :=  
(1 + 0.1 * param3) * x2 + (2 - 0.3 * param2) * x1 +  
Round[10 * Sin[param]] == 0;  
rovnice[5]  
-10 - 5.5 x + 13.5 x2 == 0
```

- generujeme řešení rovnice:

```
ClearAll[reseni];
reseni[parametrik_]:=Solve[rovnice[parametrik]];
reseni[5]
{{x→-0.680737},{x→1.08814}}
```

- vytváříme rovnice:

```
zadejrovnici//ClearAll;
zadejrovnici[p_]:=Print["Zadane cislo: ",p," :
",TraditionalForm[rovnice[p]]]

Do[zadejrovnici[k],{k,4}]
Zadane cislo : 1 :  $8 + 1.7 x + 1.1 x^2 == 0$ 
Zadane cislo : 2 :  $9 + 0.8 x + 1.8 x^2 == 0$ 
Zadane cislo : 3 :  $1 - 0.7 x + 3.7 x^2 == 0$ 
Zadane cislo : 4 :  $-8 - 2.8 x + 7.4 x^2 == 0$ 
```

- zobrazení řešení dvojím způsobem:

```
Table[{param,reseni[param]},{param,2}]
{{1,{{x→-0.772727-2.58372 i},{x→-0.772727+2.58372 i}}},{2,{{x→-
0.222222-2.225 i},{x→-0.222222+2.225 i}}}}
Table[{param,x/.reseni[param]},{param,2}]
{{1,{-0.772727-2.58372 i,-0.772727+2.58372 i}},{2,{-0.222222-2.225 i,-
0.222222+2.225 i}}}
```

- vytvoření kvadratických rovnic s celočíselnými kořeny a celočíselnými koeficienty:

```
n=10;
struct=Table[{Random[Integer,{-5,2}],Random[Integer,{-5,10}]},{n}]/.
{{a_,b_}→{Expand[(x-a)*(x-b)]==0,{a,b}}};
rovnice[k_Integer]:=struct[[k,1]];
koreny[k_Integer]:=struct[[k,2]];
rovnice[5]
reseni[5]
rovnice[6]
reseni[6]
 $-5 x + x^2 == 0$ 
{{x→-5},{x→0}}
 $-5 x + x^2 == 0$ 
{{x→-5},{x→0}}
```

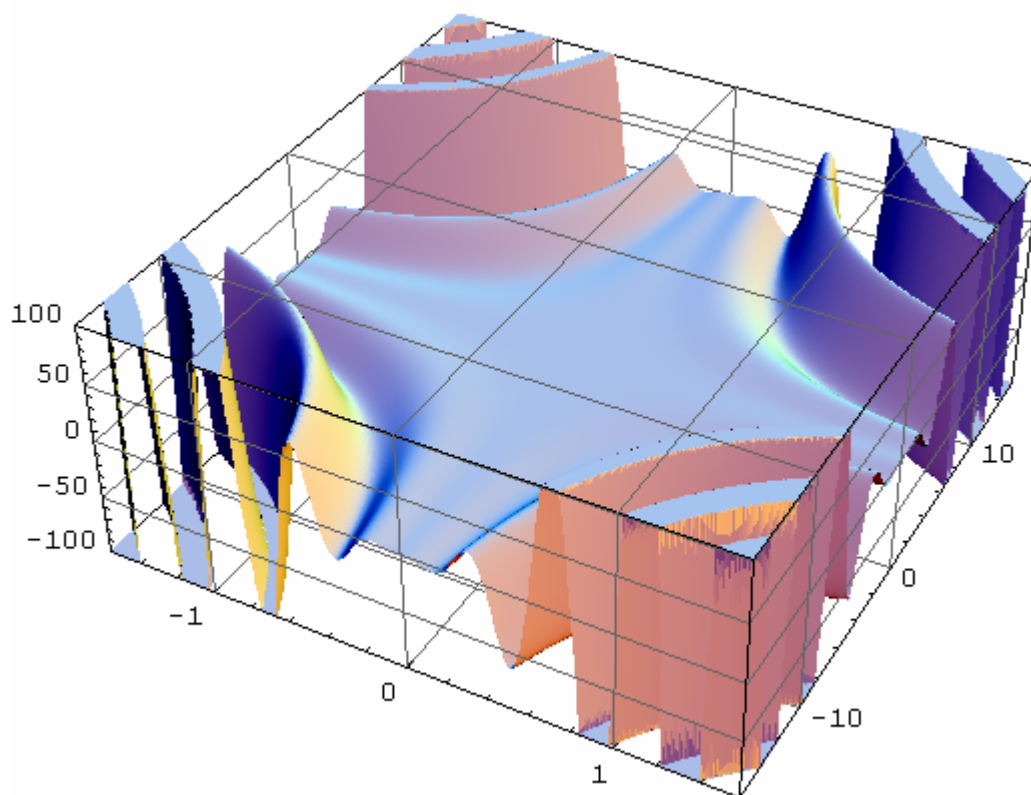
- následujících pár řádků generuje úplně „hezké“ kvadratické rovnice i s řešením:

```
ClearAll[struct,vypis];
pocet=5;
struct=Table[{Random[Integer,{-4,4}],Random[Integer,{-5,2}],Random[Integer,{-5,10}]},{pocet}]/.
  {{a_,b_,c_}→{If[a==0,Expand[1*(x-b)*(x-c)]==0,Expand[a*(x-b)*(x-c)]==0},{b,c}}};
vypis[k_]:=Print["Rovnice: ",TraditionalForm[struct[[k,1]]]," koreny: ",struct[[k,2]]];
Do[vypis[k],{k,pocet}]
```

Rovnice :  $3x^2 - 18x + 24 = 0$  koreny : {2, 4}  
Rovnice :  $-4x^2 + 24x + 28 = 0$  koreny : {-1, 7}  
Rovnice :  $2x^2 - 12x + 10 = 0$  koreny : {1, 5}  
Rovnice :  $x^2 + 5x = 0$  koreny : {-5, 0}  
Rovnice :  $2x^2 - 10x + 8 = 0$  koreny : {1, 4}

A ještě poslední perlička jako chuťovka na samostudium:-)

```
Plot3D[x2*y2*Sin[xy], {x, -0.5*π, 0.5*π}, {y, -5*π, 5*π}, PlotPoints→800,
  Mesh→False, FaceGrids→All];
```



Přeju všem hodně štěstí, bylo to náročné, tak mi promiňte za chyby:-). Kdyby něco:

[vladislav.valek@seznam.cz](mailto:vladislav.valek@seznam.cz)