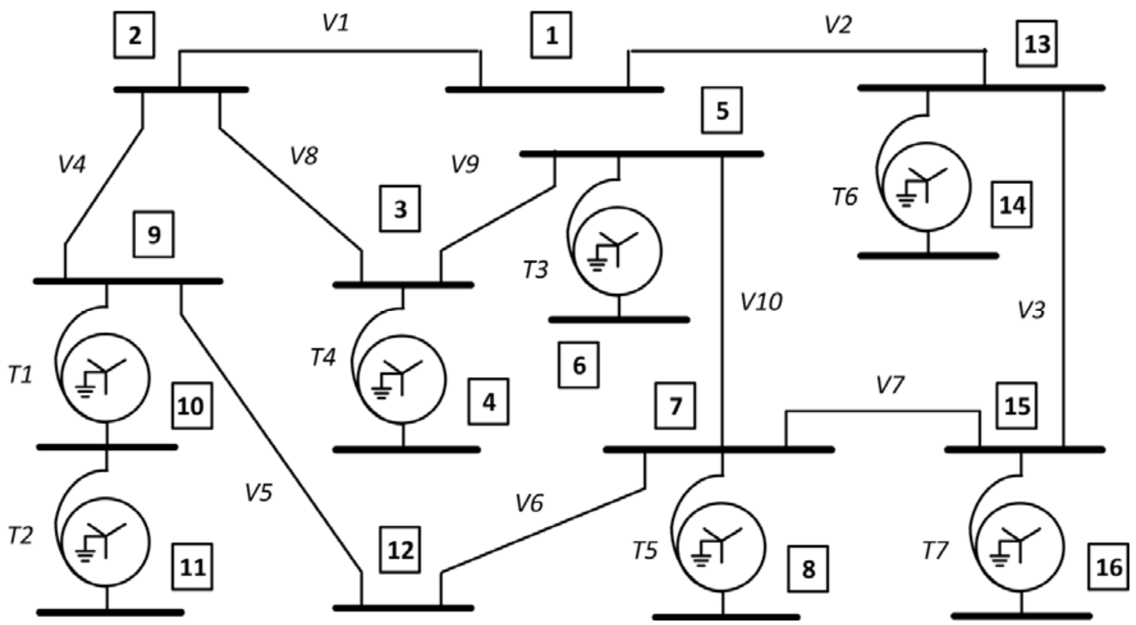
# Úloha typu Optimal Load Flow

Pro obvod na obrázku

a) Optimalizujte Load Flow prostřednictvím řízení toků jalových výkonů v uzlech *PU* (tj. v uzlech *PQ* a *PU* je třeba dodržet *P* a v uzlech *PQ* navíc ještě *Q*) za předpokladu, že napětí se v každém uzlu bude pohybovat mezi 95 – 105% $U_n$, a určete celkové ztráty v síti

b) Optimalizujte Load Flow jako v b) s tím rozdílem, že je možné provádět redispečink v uzlech typu *PU* (tj. celkový součet *P* v uzlech *PU* musí být dodržen) a určete celkové ztráty v síti




Uzlová data:

| Číslo uzlu | Jmen. napětí $U_n$ [kV] | Napětí $U_w$ [p.u.] | Typ uzlu | $P_{odb}$ [MW] | $Q_{odb}$ [MVAr] | $P_{dod}$ [MW] | $Q_{dod}$ [MVAr] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 400 | 1,05 | Uδ (slack) | - | - | - | - |
| **2** | 400 | - | PQ | 80 | 40 | 186 | 392 |
| **3** | 400 | - | PQ | 30 | 30 | 350 | 105 |
| **4** | 110 | - | PQ | 221 | 85 | 54 | 27 |
| **5** | 400 | - | PQ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **6** | 110 | - | PQ | 257 | 90 | 115 | 55 |
| **7** | 400 | - | PQ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **8** | 110 | - | PQ | 402 | 130 | 11 | 6 |
| **9** | 400 | - | PQ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **10** | 231 | - | PQ | 221 | 120 | 105 | 80 |
| **11** | 110 | - | PQ | 589 | 270 | 336 | 170 |
| **12** | 400 | 1,05 | PU | 80 | 40 | 789 | 395 |
| **13** | 400 | - | PQ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **14** | 110 | 1,03 | PU | 1087 | 440 | 760 | 340 |
| **15** | 400 | - | PQ | 440 | 0 | 0 | 0 |
| **16** | 231 | - | PQ | 270 | 0 | 0 | 0 |

Data větví:

| Číslo větve | Název | Počáteční uzel (ZU) | Konečný uzel (KU) | R [Ω] | X [Ω] | X [μS] | t [-] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | V1 | 1 | 2 | 1,53 | 15,88 | 202,5 | 1 |
| **2** | V2 | 1 | 13 | 0,63 | 6,56 | 83,6 | 1 |
| **3** | V3 | 13 | 15 | 8,26 | 85,6 | 1091,4 | 1 |
| **4** | V4 | 2 | 9 | 2,83 | 29,36 | 374,3 | 1 |
| **5** | V5 | 12 | 9 | 1,3 | 13,52 | 172,4 | 1 |
| **6** | V6 | 7 | 12 | 3,18 | 32,92 | 419,7 | 1 |
| **7** | V7 | 7 | 15 | 2,68 | 27,76 | 353,9 | 1 |
| **8** | V8 | 2 | 3 | 1,58 | 21,9 | 281,0 | 1 |
| **9** | V9 | 3 | 5 | 3,23 | 33,52 | 427,8 | 1 |
| **10** | V10 | 5 | 7 | 2,44 | 25,28 | 322,3 | 1 |
| **11** | T1 | 9 | 10 | 1 | 28,8 | 0 | 1 |
| **12** | T2 | 10 | 11 | 0 | 14,0 | 0 | 1 |
| **13** | T3 | 5 | 6 | 0 | 32,0 | 0 | 1 |
| **14** | T4 | 3 | 4 | 0 | 64,0 | 0 | 1 |
| **15** | T5 | 7 | 8 | 0 | 32,0 | 0 | 1 |
| **16** | T6 | 13 | 14 | 0 | 32,0 | 0 | 1 |
| **17** | T7 | 15 | 16 | 0 | 32,0 | 0 | 1 |

# Návod

I. FORMULACE LAGRANGEOVY FUNKCE

Cílovou funkci pro tuto úlohu představují celkové ztráty v síti, které můžeme vyjádřit jako:

$$\Delta P_z = \mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{NU}\sum_{j=i}^{NU}\left(U_i.e^{j.\delta_i} - U_j.e^{j.\delta_i}\right).\left(U_i.e^{-j.\delta_i} - U_j.e^{-j.\delta_i}\right).Y_{ij}.e^{-j.\gamma_{ij}}\right] =$$

$$= \mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{NU}\sum_{j=i}^{NU}\left(U_i^2 + U_j^2 - 2.U_i.U_j.e^{j.\left(\delta_i-\delta_j\right)}\right).Y_{ij}.e^{-j.\gamma_{ij}}\right]$$

V případě, že kromě uzlu Slack jsou všechny činné výkony zadány (PU a PQ uzly), je možné optimalizační úlohu přeformulovat z $\min\left[\Delta P_z\right]$ na $\min\left[P_{Slack}\right]$ protože platí:

$$\Delta P_z = \sum_{i=1}^{NU} P_i = P_{Slack} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\in PQPU}}^{NU} P_i$$

Cílová funkce je tedy výkon v bilančním uzlu:

$$f\left(\overline{\delta},\overline{U}\right) = P_{Slack}\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)$$

Protože napětí se mají pohybovat v rozmezí stanovených hodnot $U_L$ a $U_U$, je možné stanovit penalizační funkci, kterou sečteme s cílovou funkcí. Obdržíme tak rozšířenou cílovou funkci:

$$F\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)=P_{Slack}\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)+\sum_{i=1}^{NU}\frac{\eta_{Li}}{2}\left(U_i-U_{Li}\right)^2.l_{Li}+\sum_{i=1}^{NU}\frac{\eta_{Ui}}{2}\left(U_i-U_{Ui}\right)^2.l_{Ui}$$

kde $\eta_{Li}$ a $\eta_{Ui}$ jsou váhové konstanty penalizačních funkcí a $l_{Li}$ a $l_{Ui}$ logické funkce, které nabývají hodnoty 0, je-li splněna podmínka resp. 1 v opačném případě. Ostatní omezující podmínky jsou typu rovnosti tj. dosažení zadaných činných výkonů $P_W$ v uzlech typu PQ a PU a jalových výkonů $Q_W$ v uzlech typu PQ. Lagrangeovu funkci tak získáme ve tvaru:

$$\begin{aligned}
L\left(\overline{\delta},\overline{U},\overline{\lambda}_P,\overline{\lambda}_Q\right) &= F\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)+\overline{\lambda}_P.\left(\overline{P}-\overline{P}_W\right)+\overline{\lambda}_Q.\left(\overline{Q}-\overline{Q}_W\right)= \\
&= P_{Slack}\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)+\sum_{i=1}^{NU}\frac{\eta_{Li}}{2}\left(U_i-U_{Li}\right)^2.l_{Li}+\sum_{i=1}^{NU}\frac{\eta_{Ui}}{2}\left(U_i-U_{Ui}\right)^2.l_{Ui}+ \\
&+\sum_{\substack{i=1\\ i\in PQPU}}^{NU}\lambda_{Pi}.\left(P_i\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)-P_{Wi}\right)+\sum_{\substack{i=1\\ i\in PQ}}^{NU}\lambda_{Qi}.\left(Q_i\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)-Q_{Wi}\right)
\end{aligned}$$

## II. GRADIENT A HESIÁN

Gradient této funkce bude ve tvaru:

$$\nabla L\left(\overline{\delta},\overline{U},\overline{\lambda}_P,\overline{\lambda}_Q\right)=\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial\left[P_{Slack}+\overline{\lambda}_P.\overline{P}_{PQPU}+\overline{\lambda}_Q.\overline{Q}_{PQ}\right]}{\partial\overline{\delta}} \\
\dfrac{\partial\left[P_{Slack}+\overline{\lambda}_P.\overline{P}_{PQPU}+\overline{\lambda}_Q.\overline{Q}_{PQ}+\dfrac{\overline{\eta_L.l_L}}{2}\left(\overline{U}-\overline{U}_L\right)^2+\dfrac{\overline{\eta_U.l_U}}{2}\left(\overline{U}-\overline{U}_U\right)^2\right]}{\partial\overline{U}} \\
\dfrac{\partial\left[\overline{\lambda}_P.\left(\overline{P}_{PQPU}-\overline{P}_W\right)\right]}{\partial\overline{\lambda}_P} \\
\dfrac{\partial\left[\overline{\lambda}_Q.\left(\overline{Q}_{PQ}-\overline{Q}_W\right)\right]}{\partial\overline{\lambda}_Q}
\end{pmatrix}$$

Bude-li Jacobiho funkcionální matice (identická jako je použita k řešení BPF)

$$\left[\mathbf{J}\right]=\begin{array}{c} \\ PQPU \\ PQ \end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cc} PQPU & NU \end{array} \\ \begin{bmatrix}
\dfrac{\partial\overline{P}_{PQPU}}{\partial\overline{\delta}_{PQPU}} & \dfrac{\partial\overline{P}_{PQPU}}{\partial\overline{U}_{NU}} \\
\dfrac{\partial\overline{Q}_{PQ}}{\partial\overline{\delta}_{PQPU}} & \dfrac{\partial\overline{Q}_{PQ}}{\partial\overline{U}_{NU}}
\end{bmatrix}\end{array}=\begin{bmatrix}
\left[\mathbf{J}_{P\delta}\right] & \left[\mathbf{J}_{PU}\right] \\
\left[\mathbf{J}_{Q\delta}\right] & \left[\mathbf{J}_{QU}\right]
\end{bmatrix}$$

je možné gradient přepsat také jako

$$\nabla L=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial P_{Slack}}{\partial\overline{\delta}}+\left[\mathbf{J}_{P\delta}\right].\overline{\lambda}_P+\left[\mathbf{J}_{Q\delta}\right].\overline{\lambda}_Q\\ \dfrac{\partial P_{Slack}}{\partial\overline{U}}+\left[\mathbf{J}_{PU}\right].\overline{\lambda}_P+\left[\mathbf{J}_{QU}\right].\overline{\lambda}_Q+\overline{\eta_L.l_L}.\left(\overline{U}-\overline{U}_L\right)+\overline{\eta_U.l_U}.\left(\overline{U}-\overline{U}_U\right)\\ \overline{P}_{PQPU}-\overline{P}_W\\ \overline{Q}_{PQ}-\overline{Q}_W\end{pmatrix}$$

a obsahuje tedy celkem $NU + 2.PU + 3.PQ$ derivací.

Hessovu matici vyjádříme jako:

$$\left[\mathbf{H}\right]=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}PQPU & NU\end{array}\\ \begin{array}{c}PQPU\\ NU\end{array} & \begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 h}{\partial\overline{\delta}^2_{PQPU}} & \dfrac{\partial^2 h}{\partial\overline{\delta}_{PQPU}\partial\overline{U}_{NU}}\\ \dfrac{\partial^2 h}{\partial\overline{U}_{NU}\partial\overline{\delta}_{PQPU}} & \dfrac{\partial^2 h}{\partial\overline{U}^2_{NU}}\end{bmatrix}\end{array}+\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}PQPU & NU\end{array}\\ \begin{array}{c}PQPU\\ NU\end{array} & \begin{bmatrix}\left[\mathbf{0}\right] & \left[\mathbf{0}\right]\\ \left[\mathbf{0}\right] & diag\left(\overline{\eta_L.l_L}+\overline{\eta_U.l_U}\right)\end{bmatrix}\end{array}=$$

$$=\begin{bmatrix}\left[\mathbf{H}_{\delta\delta}\right] & \left[\mathbf{H}_{U\delta}\right]^T\\ \left[\mathbf{H}_{U\delta}\right] & \left[\mathbf{H}_{UU}\right]\end{bmatrix}\qquad \text{kde}\qquad h=P_{Slack}+\overline{\lambda}_P.\overline{P}_{PQPU}+\overline{\lambda}_Q.\overline{Q}_{PQ}$$

Ovroubený hessián bude:

$$\left[\mathbf{W}\right]=\nabla^2 L=\begin{bmatrix}\left[\mathbf{H}\right] & \left[\mathbf{J}\right]\\ \left[\mathbf{J}\right]^T & \left[\mathbf{0}\right]\end{bmatrix}$$

## III. FORMULACE PROBLÉMU PRO REDISPEČINK

Protože pro všechny uzly PU bude platit jediná omezující podmínka

$$\lambda_{PU}\cdot\left(\sum_{\substack{i=1\\ i\in PU}}^{NU}P_i\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)+\sum_{\substack{i=1\\ i\in PU}}^{NU}P_{Wi}\right)=0$$

Lagrangeovu funkci přepíšeme na:

$$L\left(\overline{\delta},\overline{U},\overline{\lambda}_P,\overline{\lambda}_Q\right)=P_{Slack}\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)+\sum_{i=1}^{NU}\frac{\eta_{Li}}{2}\left(U_i-U_{Li}\right)^2.l_{Li}+\sum_{i=1}^{NU}\frac{\eta_{Ui}}{2}\left(U_i-U_{Ui}\right)^2.l_{Ui}+$$
$$\lambda_{PU}\cdot\left(\sum_{\substack{i=1\\ i\in PU}}^{NU}P_i\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)+\sum_{\substack{i=1\\ i\in PU}}^{NU}P_{Wi}\right)+\sum_{\substack{i=1\\ i\in PQ}}^{NU}\lambda_{Pi}\cdot\left(P_i\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)-P_{Wi}\right)+\sum_{\substack{i=1\\ i\in PQ}}^{NU}\lambda_{Qi}\cdot\left(Q_i\left(\overline{\delta},\overline{U}\right)-Q_{Wi}\right)$$

Jacobiho funkcionální matice bude:

$$\left[\mathbf{J}\right]=\begin{array}{c} \\ 1 \\ \\ PQ \\ \\ PQ \end{array}\begin{bmatrix} \dfrac{\partial\sum^{PQPU}\overline{P}_{PU}}{\partial\overline{\delta}_{PQPU}} & \dfrac{\partial\sum^{NU}\overline{P}_{PU}}{\partial\overline{U}_{NU}} \\ \dfrac{\partial\overline{P}_{PQ}}{\partial\overline{\delta}_{PQPU}} & \dfrac{\partial\overline{P}_{PQ}}{\partial\overline{U}_{NU}} \\ \dfrac{\partial\overline{Q}_{PQ}}{\partial\overline{\delta}_{PQPU}} & \dfrac{\partial\overline{Q}_{PQ}}{\partial\overline{U}_{NU}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \left[\mathbf{J}_{\Sigma P\delta}\right] & \left[\mathbf{J}_{\Sigma PU}\right] \\ \left[\mathbf{J}_{P\delta}\right] & \left[\mathbf{J}_{PU}\right] \\ \left[\mathbf{J}_{Q\delta}\right] & \left[\mathbf{J}_{QU}\right] \end{bmatrix}$$

Tím se změní část gradientu

$$\nabla_{\delta}L=\frac{\partial P_{Slack}}{\partial\overline{\delta}}+\left[\mathbf{J}_{\Sigma P\delta}\right].\lambda_{PU}+\left[\mathbf{J}_{P\delta}\right].\overline{\lambda}_{P}+\left[\mathbf{J}_{Q\delta}\right].\overline{\lambda}_{Q}$$

$$\nabla_{U}L=\frac{\partial P_{Slack}}{\partial\overline{U}}+\left[\mathbf{J}_{\Sigma PU}\right].\lambda_{PU}+\left[\mathbf{J}_{PU}\right].\overline{\lambda}_{P}+\left[\mathbf{J}_{QU}\right].\overline{\lambda}_{Q}+\overline{\eta_{L}.l_{L}}.\left(\overline{U}-\overline{U}_{L}\right)+\overline{\eta_{U}.l_{U}}.\left(\overline{U}-\overline{U}_{U}\right)$$

a u Hessiánu bude

$$h=P_{Slack}+\lambda_{PU}.\sum\overline{P}_{PU}+\overline{\lambda}_{P}.\overline{P}_{PQ}+\overline{\lambda}_{Q}.\overline{Q}_{PQ}$$

Tím jsou dány všechny vztahy nutné pro aplikaci Newtonovy metody. Pozor! Newtonova metoda nezaručuje obecně konvergenci ve všech případech. Existence konvergence může být závislá na zadání počátečního bodu (platí i pro BPF). Naopak, ukazuje se, že tato metoda konverguje velmi rychle v bodě blízkém optimu.

# Výsledky

a) Ztráty 23,08 MW
b) Ztráty 22,93 MW ($\mathbf{P}_{\mathbf{dod(14)}}$ + 78,3 MW a $\mathbf{P}_{\mathbf{dod(12)}}$ -78,3 MW)

# Tabulka derivací pro úlohu OPF

Prvek admitanční matice: $\hat{Y}_{\boldsymbol{ij}} = Y_{\boldsymbol{ij}}.e^{j.\gamma_{ij}}$

Úhel $\alpha_{ij} = \delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}$ (platí, že $\alpha_{ii} = \delta_i - \delta_i - \gamma_{ii} = -\gamma_{ii}$)

Tabulka prvních derivací:

| operace | $S_k$ | $P_k$ | $Q_k$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{\partial}{\partial U_k}$ | $\frac{S_k}{U_k} + U_k.Y_{kk}.e^{j.\alpha_{kk}}$ | $\frac{P_k}{U_k} + U_k.Y_{kk}.\cos\alpha_{kk}$ | $\frac{Q_k}{U_k} + U_k.Y_{kk}.\sin\alpha_{kk}$ |
| $\frac{\partial}{\partial U_m}$ | $U_k.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $U_k.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ | $U_k.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ |
| $\frac{\partial}{\partial \delta_k}$ | $j.\left(S_k - U_k^2.Y_{kk}.e^{j.\alpha_{kk}}\right)$ | $-Q_k + U_k^2.Y_{kk}.\sin\alpha_{kk}$ | $P_k - U_k^2.Y_{kk}.\cos\alpha_{kk}$ |
| $\frac{\partial}{\partial \delta_m}$ | $-j.U_k.U_m.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $U_k.U_m.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ | $-U_k.U_m.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ |

Tabulka druhých derivací:

| operace | $\boldsymbol{S_k}$ | $\boldsymbol{P_k}$ | $\boldsymbol{Q_k}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{\partial^2}{\partial U_k^2}$ | $2.Y_{kk}.e^{j.\alpha_{kk}}$ | $2.Y_{kk}.\cos\alpha_{kk}$ | $2.Y_{kk}.\sin\alpha_{kk}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial U_k \partial U_m}$ | $Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ | $Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial U_k \partial \delta_k}$ | $j.\left(\frac{S_k}{U_k} - U_k.Y_{kk}.e^{j.\alpha_{kk}}\right)$ | $-\frac{Q_k}{U_k} + U_k.Y_{kk}.\sin\alpha_{kk}$ | $\frac{P_k}{U_k} - U_k.Y_{kk}.\cos\alpha_{kk}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial U_k \partial \delta_m}$ | $-j.U_m.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $U_m.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ | $-U_m.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial U_m^2}$ | 0 | 0 | 0 |
| $\frac{\partial^2}{\partial U_m \partial \delta_k}$ | $j.U_k.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $-U_k.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ | $U_k.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial U_m \partial \delta_m}$ | $-j.U_k.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $U_k.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ | $-U_k.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial \delta_k^2}$ | $-S_k + U_k^2.Y_{kk}.e^{j.\alpha_{kk}}$ | $-P_k + U_k^2.Y_{kk}.\cos\alpha_{kk}$ | $-Q_k + U_k^2.Y_{kk}.\sin\alpha_{kk}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial \delta_k \partial \delta_m}$ | $U_k.U_m.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $U_k.U_m.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ | $U_k.U_m.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ |
| $\frac{\partial^2}{\partial \delta_m^2}$ | $-U_k.U_m.Y_{km}.e^{j.\alpha_{km}}$ | $-U_k.U_m.Y_{km}.\cos\alpha_{km}$ | $-U_k.U_m.Y_{km}.\sin\alpha_{km}$ |

# Tabulka derivací s převody transformátorů pro úlohu OPF

Vzorce pro derivace podle napětí a úhlů jsou stejné s tím, že prvky admitanční matice $Y_{ij}$ jsou obecně funkcemi převodů $Y_{ij} = Y_{ij}(t_{KM1}, t_{KM2}, t_{KM3,} \dots)$. Větev transformátoru (z uzlu $K$ do uzlu $M$) je chápána jako admitance $Y_{KM,}$ sériově spojená s ideálním transformátorem s převodem $t_{KM,}$.

Tabulka prvních derivací:

| operace | $S_k$ | $P_k$ | $Q_k$ |
|---|---|---|---|
| $\dfrac{\partial}{\partial t_{KM}}$ | $k = K$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2}$ | $k = K$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ | $k = K$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ |
| | $k = M$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2} - \dfrac{2.U_M^2.Y_{KM}.e^{-j.\gamma_{KM}}}{t_{KM}^3}$ | $k = M$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2} - \dfrac{2.U_M^2.Y_{KM}.\cos\gamma_{KM}}{t_{KM}^3}$ | $k = M$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2} + \dfrac{2.U_M^2.Y_{KM}.\sin\gamma_{KM}}{t_{KM}^3}$ |
| | $k \neq K, M$: 0 | $k \neq K, M$: 0 | $k \neq K, M$: 0 |

Tabulka druhých derivací:

| operace | $\boldsymbol{S_k}$ | $\boldsymbol{P_k}$ | $\boldsymbol{Q_k}$ |
|---|---|---|---|
| $\dfrac{\partial^2}{\partial U_k \partial t_{KM}}$ | $k = K$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2}$ | $k = K$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ | $k = K$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ |
| | $k = M$: $\dfrac{U_K.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2} - \dfrac{4.U_M.Y_{KM}.e^{-j.\gamma_{KM}}}{t_{KM}^3}$ | $k = M$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2} - \dfrac{4.U_M.Y_{KM}.\cos\gamma_{KM}}{t_{KM}^3}$ | $k = M$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2} + \dfrac{4.U_M.Y_{KM}.\sin\gamma_{KM}}{t_{KM}^3}$ |
| | $k \neq K, M$: 0 | $k \neq K, M$: 0 | $k \neq K, M$: 0 |
| $\dfrac{\partial^2}{\partial U_m \partial t_{KM}}$ | $k = K, m = M$: $\dfrac{U_K.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2}$ | $k = K, m = M$: $\dfrac{U_K.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ | $k = K, m = M$: $\dfrac{U_K.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ |
| | $k = M, m = K$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2}$ | $k = M, m = K$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ | $k = M, m = K$: $\dfrac{U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ |
| | $k, m \neq K, M$: 0 | $k, m \neq K, M$: 0 | $k, m \neq K, M$: 0 |
| $\dfrac{\partial^2}{\partial \delta_k \partial t_{KM}}$ | $k = K, M$: $j.\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2}$ | $k = K, M$: $-\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ | $k = K, M$: $\dfrac{U_K.U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ |
| | $k \neq K, M$: 0 | $k \neq K, M$: 0 | $k \neq K, M$: 0 |

| operace | $\boldsymbol{S_k}$ | $\boldsymbol{P_k}$ | $\boldsymbol{Q_k}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{\partial^2}{\partial\delta_m \partial t_{KM}}$ | $k=K,M,m=M,K$:<br>$-j.\frac{U_K.U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^2}$ | $k=K,M,m=M,K$:<br>$\frac{U_K.U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ | $k=K,M,m=M,K$:<br>$-\frac{U_K.U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^2}$ |
| | $k,m\neq K,M$:<br>0 | $k,m\neq K,M$:<br>0 | $k,m\neq K,M$:<br>0 |
| $\frac{\partial^2}{\partial t_{KM}^2}$ | $k=K$:<br>$\frac{-2.U_K.U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^3}$ | $k=K$:<br>$\frac{-2.U_K.U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^3}$ | $k=K$:<br>$\frac{-2.U_K.U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^3}$ |
| | $k=M$:<br>$\frac{-2.U_K.U_M.Y_{KM}.e^{j.\alpha_{KM}}}{t_{KM}^3}$<br>$+\frac{6.U_M^2.Y_{M0}.e^{-j.\gamma_{KM}}}{t_{KM}^4}$ | $k=M$:<br>$\frac{-2.U_K.U_M.Y_{KM}.\cos\alpha_{KM}}{t_{KM}^3}$<br>$+\frac{6.U_M^2.Y_{M0}.\cos\gamma_{KM}}{t_{KM}^4}$ | $k=M$:<br>$\frac{-2.U_K.U_M.Y_{KM}.\sin\alpha_{KM}}{t_{KM}^3}$<br>$-\frac{6.U_M^2.Y_{M0}.\sin\gamma_{KM}}{t_{KM}^4}$ |
| | $k\neq K,M$<br>a smíšené derivace:<br>0 | $k\neq K,M$<br>a smíšené derivace:<br>0 | $k\neq K,M$<br>a smíšené derivace:<br>0 |