České vysoké učení technické v Praze, Fakulta elektrotechnická

Katedra Elektroenergetiky

Diplomová práce

Zdroje pro vysokofrekvenční ohřevy

Vypracoval: **Bc. Zdeněk Novák**

Vedoucí práce: doc. Dr. Ing. Jan Kyncl

Praha 2012

(oficiální zadání)

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem zadanou diplomovou práci vypracoval samostatně s přispěním vedoucího práce a použil jsem podklad a odbornou literaturu, kterou uvádím v seznamu na konci této práce.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne:…… podpis:…….

Poděkování:

Na úvod bych chtěl na tomto místě vyjádřit poděkování vedoucímu své diplomové práce Doc. Dr. Ing. Janu Kynclovi za jeho cenné rady, připomínky, ochotu a vstřícnost při vedení během její tvorby.

Abstrakt

Tato diplomová práce v první části seznamuje s různými typy zdrojů vysokofrekvenčního proudu, kde ve druhé části jsou různé typy zdrojů softwarově modelovány. Pro možnost sestrojení vlastního zdroje jsou probrány teoretické předpoklady indukčního ohřevu.

Abstract

This thesis in the first part introduces the various types of high-frequency power sources, where in the second part are different types of resources are modeled in software. To be able to construct their own resources are discussed in the theoretical assumptions of induction heating.

Obsah

1. Úvod 7
2. Zdroje vysokofrekvenčního proudu 8
2.1. Transformátor se syceným jádrem 8
2.2. Rotační měniče 9
2.3. Elektronkové zdroje 9
2.4. Polovodičové měniče 11
3. Modelování obvodů 21
3.1 Základy LRC obvodů 21
3.2 Jednoduchý paralelní rezonanční obvod LRC 22
3.3 Rezonanční jednofázový sériový střídač 27
3.4 Rezonanční jednofázový paralelní střídač 33
3.5 Paralelní rezonanční střídač řízený triodou 37
4. Výpočet elektrotepelného indukčního zařízení 44
4.1 Výpočet odporu $R_{1(1)}$ 48
4.2 Výpočet indukčnosti $L_{1(1)}$ 49
4.3 Výpočet válcové cívky s válcovou vsázkou 52
4.4 Dutá válcová vsázka 55
4.5 Impedance cívky s dutou válcovou vsázkou 56
4.6 Účinnost indukčního ohřevu 59
5. Realizace elektrotepelného indukčního zdroje 60
5.1 Zhotovení induktoru na duté válcové vsázce 60
5.2 Zdroj indukčního ohřevu 61
5.3 Měření zdroje 62
6. Závěr 68
7. Seznam použité literatury 69
PŘÍLOHY 70

1. Úvod

Indukční ohřev si dnes nalezl uplatnění v mnoha oborech od strojírenství přes domácí použití až po lékařskou techniku. Jedná se totiž o moderní a přesnou technologii.

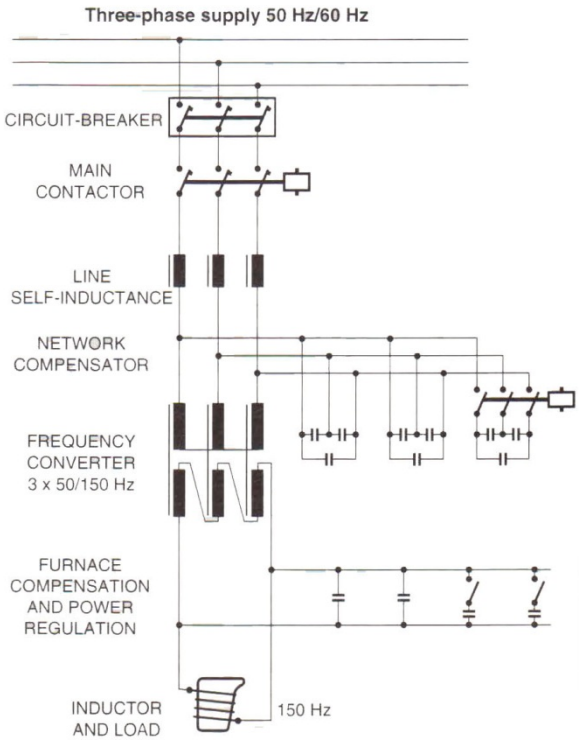
Princip spočívá v elektromagnetickém vlnění a jeho přestupu do vodivých materiálů. Uvnitř materiálu vznikají ztráty vířivými proudy, které způsobují jeho ohřev. Celý systém lze přirovnat k transformátoru nakrátko. Primární cívka je napájena ze zdroje střídavého proudu a sekundární cívku tvoří vsázka, kterou si lze představit jako jeden závit nakrátko. Protože ztráty vířivými proudy jsou značně závislé na frekvenci, používají se zařízení pracující na frekvenci až do 500 kHz. Napětí o takové frekvenci získáme z různých druhů měničů od mechanických rotačních až po moderní vysoko výkonové polovodičové měniče.

2. Zdroje vysokofrekvenčního proudu

U vysokofrekvenčního zdroje pro indukční ohřevy je nutné použít frekvenční měnič, protože dodávaná frekvence je rozdílná od průmyslové frekvence. Kromě některých speciálních se přeměna frekvence nepoužívá za jedním měničem. Provádí se zapojením dvou komponent. Usměrňovače, který převádí střídavé napětí na stejnosměrné napětí a měnič, který převede stejnosměrné napětí na střídavé napětí o požadované frekvenci.

2.1. Transformátor se syceným jádrem

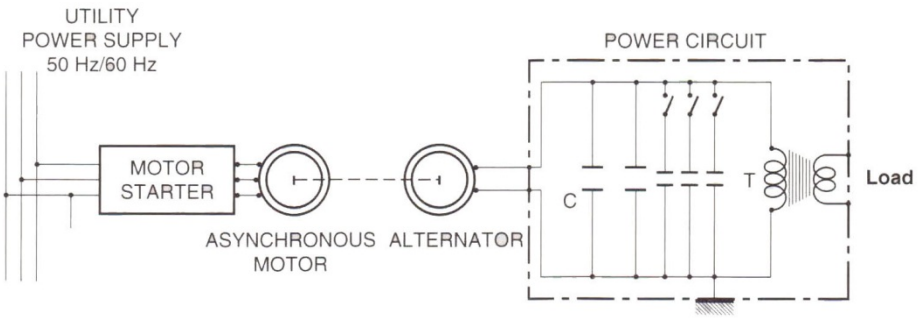
Jedná se o speciální transformátory využívající vyšších harmonických vyprodukované přesycením magnetického jádra. Ve vinutí se naindukuje frekvence tři, pět nebo devět-krát větší než je frekvence sítě. Frekvence je pevně daná a zátěž se nastavuje paralelní řadou kondenzátorů. Tento zdroj se využíval zejména ve slévárenských pecích, ale vzhledem k nízké flexibilitě a vysokým investičním nákladům se od tohoto typu upustilo.



Obr. 2.1 *Schéma instalace transformátoru se syceným jádrem* [1]

2.2. Rotační měniče

Rotační měniče byly prakticky jediným zdrojem proudu, který byl možno použít pro kmitočty od 250 Hz do 1 kHz před vývojem tyristorových měničů. Skládá se z trojfázového asynchronního motoru napájeného ze sítě, který pohání synchronní alternátor, který dodává proud o požadované frekvenci (obr. 2.2). Alternátor napájecí zátěžný obvod se skládá z cívky a kompenzačních kondenzátorů. Tento alternátor je charakterizován rotorem bez vinutí rotující vysokou rychlosti 1500 až 3000 s^{-1} a s menší vzduchovou mezerou jen pár desetin milimetru. Výkon je řízen jednoduchým a progresivním způsobem regulace výstupního napětí tím, že řídím buzením. Je to rozdílné od průmyslových alternátorů, u kterých buzením řídím jen jalový výkon. Současné měniče mají výkon 1250 kW pro svislé osy a 1700 kW pro horizontální osy. Účinnost rotačního měniče je 85% v kmitočtovém rozsahu od 1 do 3 kHz a 75 až 80% v rozsahu od 3 až 10 kHz, avšak tato efektivita klesá rychleji, když je zdroj používán pro nízké napětí.

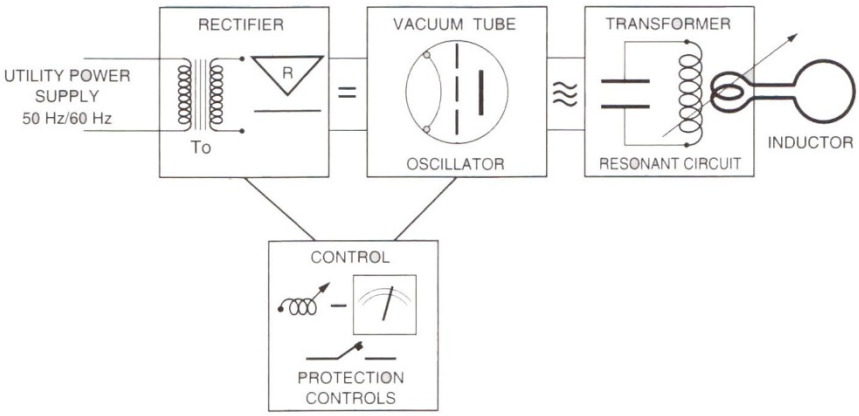


Obr. 2.2 *Zjednodušené schéma rotačního měniče* [1]

2.3. Elektronkové zdroje

Tento typ zdroje využívá elektronky jako zdroj vysokého střídavého napětí, které rychle kmitá připojeným oscilačním obvodem, pro napájení potřebnou energií na zátěži přes připojené kondenzátory. Tento zdroj systematicky dokáže upravovat napětí při 5 až 10 kV. Vzhledem k tomu, že cívky často pracují s napětím, které je mnohem nižší než u elektronky, je nutné použití odpovídající transformátor, který je umístěn mezi cívkou a kondenzátory anody, nebo mezi kondenzátory a elektronku, v případě neperiodických zdrojů.

Vysokofrekvenční obvod je vlastní oscilátor a může tedy pracovat na libovolném kmitočtu. Elektronka musí zajistit průchod přirozené impulsy oscilačního obvodu. Za tímto účelem obvod mřížky musí dostat synchronizované signály z oscilačního obvodu, který lze snadno získat vlastním buzením.



Obr. 2.3 *Zjednodušené schéma elektronkových zdrojů* [1]

2.3.1 Triodové zdroje

Použití triodových zdrojů je zajímavé, protože zde není žádný frekvenční limit v oblasti indukčního ohřevu. Téměř všechny triody pracují na frekvenci vyšší 30 MHz. Další výhodou je snadné navržení a udržování zdroje. Ovšem triodové zdroje nepřekročí účinnost 78%, životnost těchto zdrojů je omezena na 10000-15000 hodin. U aplikací indukčního tavení cínu bylo dosaženo statisticky životnost 30000 hodin. Celková účinnost zdrojů je cca 65%. Velmi málo záleží na frekvenci elektronky a účinnost není závislá na frekvenci a ztráty v kondenzátorech jsou nízké. Tyto zdroje se dnes stále používají a budují.

2.3.2 Tetrodové zdroje

Použití tetrod namísto triod nám umožňuje lepší vnitřní kontrolu elektrického pole na mřížce (G2). Proto má životnost o 40% větší než zdroje stejného výkonu s triodou. Zároveň se sníží spotřeba energie ovládání na desetinu oproti triodovému zdroji. Účinnost tetrod je lepší o 10% a často dosahuje hodnot 85%. Je zde možnost regulace výkonu pomocí napětí mřížky G2 tetrody, čímž se eliminuje síťový řadič a nasycení. Vstupní účiník je pak vždy vyšší než 0,95, a problém opětovného vracení harmonických do průmyslových sítí již neexistuje. Celková účinnost tetroda generátoru je cca 72%.

Existují dvě varianty zdrojů

- Tetrodové oscilátory

Trioda je jednoduše nahrazena tetrodou a výkon řídí tranzistorem dodávky do mřížky G2. Toto řešení vede k nákladům, které jsou ekvivalentní k triodovému zdroji, a funguje dobře, například při střední výkony jsou využívané u tepelného zpracování

- Tetrodové zesilovače

vlastní buzení obvodu je nahrazeno zesílené buzení nastaven na výkon oscilačního obvodu kmitočtu řízený napětím řízený oscilátor, zkráceně VCO. Toto řešení je vhodné pro velké výkony.

2.4. Polovodičové měniče

Polovodiče používané pro zdroje pokrývají rozsah frekvencí mezi 100Hz a 400kHz bez limitu napájecí kapacity, což představuje velkou část aplikací indukčního ohřevu. Tyto frekvenční měniče obsahují usměrňovače řízené nebo neřízené. Filtr schopný filtrovat stejnosměrné napětí nebo proud. Měnič napájení oscilačního obvodu obsahující rezonanční cívky, kompenzační kondenzátor a nakonec odpovídající okruh.

2.4.1 Základy polovodičových měničů

V aplikacích indukčních ohřevů je vždy nízký účiník a je nutné pro kompenzaci jalového výkonu zapojit řadu kondenzátorů sériově nebo paralelně s cívkou. Existují dva základní druhy měniče, které využívají sériové nebo paralelní rezonanční obvody. Jedná se o frekvenční napěťový měnič, který využívá sériový rezonanční obvod, proto se mu někdy říká sériový měnič. Druhý je frekvenční proudový měnič, který využívá paralelní rezonanční obvod, proto se mu někdy říká paralelní měnič.

Napěťový měnič při rezonanční frekvenci oscilační obvod vytvoří napětí na kondenzátoru:

$$U_{cond} = E_c \ \tan\varphi, \tag{2.1}$$

kde tan φ je koeficient kvality rezonančního obvodu.
Napětí na induktoru je:

$$U_{ind} = E_c\sqrt{1 + \tan^2\varphi}. \tag{2.2}$$

Za těchto podmínek může napětí na cívce a kondenzátorech dosahovat velmi vysokých hodnot, které realizaci obvodu stěžují. Zdroj napětí je vhodný pro vysoké hodnoty impedance cívky s rozumnou hodnotou tan φ, což je méně nebo rovno 10.

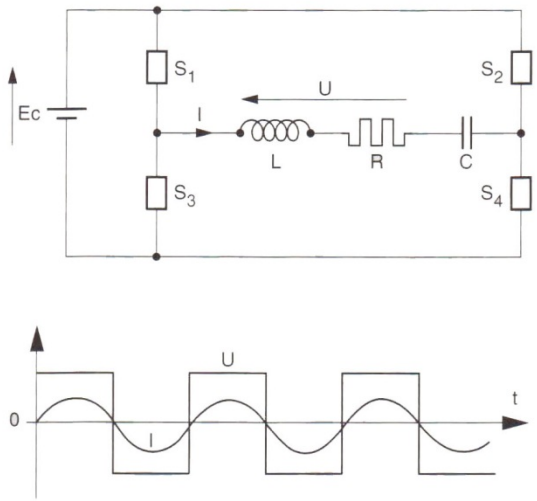
Proudový měnič při rezonanční frekvenci oscilačního obvodu má velikost proudu na kondenzátoru a cívce:

$$I_{cond} = I_c \ \tan\varphi, \tag{2.3}$$

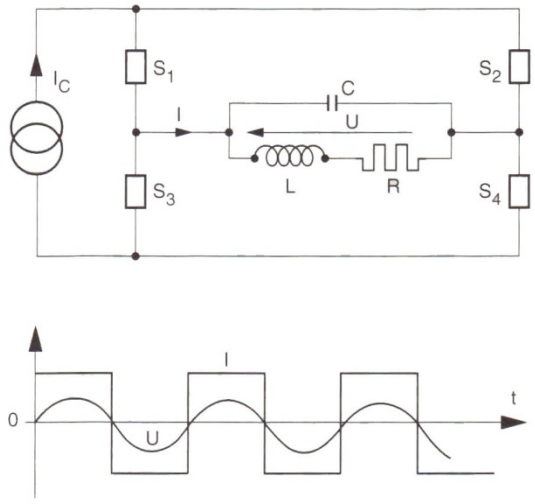
a

$$I_{ind} = I_c\sqrt{1 + \tan^2\varphi}. \tag{2.4}$$

Cívka vede velmi vysoký proud, který vytváří silné magnetické pole i přes nízké napětí (600V). Proudový měnič je tedy vhodný pro nízké impedance cívky, což je častější případ v průmyslových aplikacích indukčního ohřevu.



Obr. 2.4 *Zjednodušené schéma měniče zdroje napětí* [1]



Obr. 2.5 *Zjednodušené schéma měniče zdroje proudu* [1]

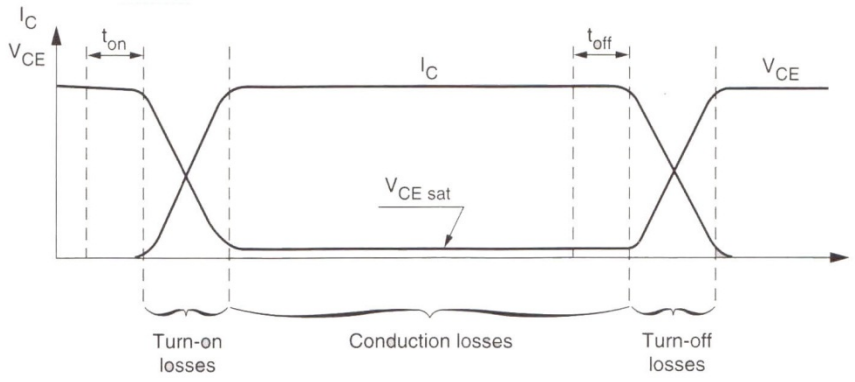
2.4.2 Polovodičové spínače

Od 70. let 20. století je použití měničů rozšířeno pro tavení, kování a u některých tepelných úprav, vyžadujících zpravidla nižší frekvence než 10 kHz a dokonce ve většině případů menší než 2 kHz. Všechny tyto aplikace používají tyristory, které jsou řízeny zapínáním. Vypínání těchto zařízení je zajištěno díky přírodnímu zániku proudů využívající rezonanční obvod. Zbytek času je třeba začlenit, aby se omezily ztráty spínání tyristoru, vhodný zbytek času zajišťuje maximální mezní frekvenci 10 kHz pro klasické tyristory.

Tyto klasické tyristory mohou být symetrická nebo asymetrické. Za účelem získání vyšších frekvencí, je nutné použít ovladatelné komponenty, které lze ovládat jak zapínáním tak vypínáním, jako jsou tyristory GTO (gate turn-off) a tranzistory. GTO tyristory jsou omezeny frekvencí kolem 20 kHz. Jejich hlavní výhodou je schopnost pracovat s jednoduššími starty a ovládacími obvody než jak je u klasických tyristorů. Tranzistory můžeme rozdělit na bipolární tranzistory, MOSFET (metal oxide semiconductor field effect transistors) a IGBT (insulated gate bipolar transistors). Díky pokroku v oblasti elektronických obvodů, a to zejména v ochranných obvodech dosáhneme frekvencí 50 kHz s IGBT, 100 kHz s bipolárních tranzistorů, a 400kHz s MOSFETy.

2.4.3 Režimy řízení polovodičů

Veškeré elektronické spínače mohou pracovat pouze ve dvou stavech: otevřený nebo zavřený. Přechod z jednoho stádia do druhého způsobuje ztráty, tzv. spínací ztráty, které omezují frekvenci provozu přepínačů. Je proto nezbytné, aby řízení a použití přepínačů v obvodech bylo takové, aby ztráty způsobené komutací byli podstatně nižší. Řešení spočívá v řízení přepínačů buď při vypínání, nebo zapínání, zatímco ostatní přechod se přirozeně vyskytuje (obr. 2.6). To je možné, když jsou přepínače připojené k rezonančnímu obvodu, který je vždy v indukčním ohřevu.

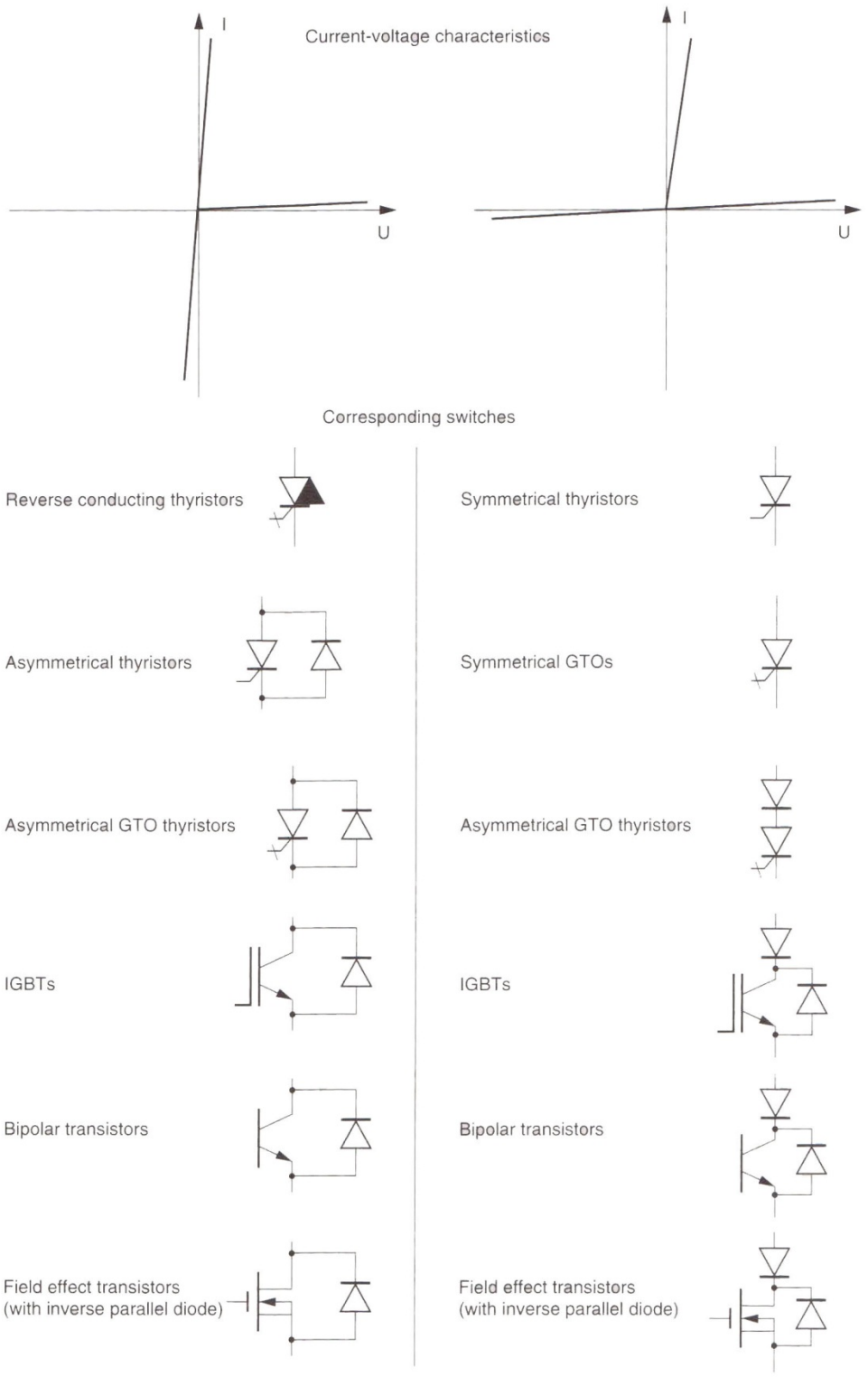


Obr. 2.6 *Příklad přechodového přepínání tranzistorů* [1]

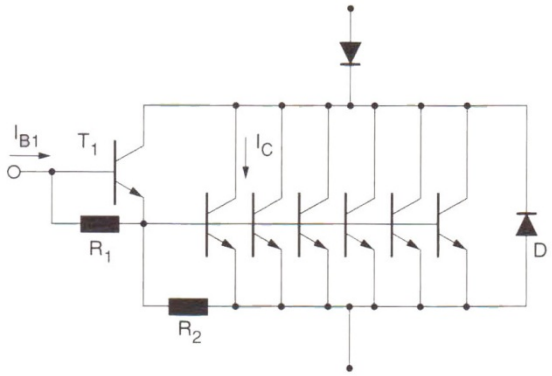
Samozřejmě, v případě, že regulovaný provoz (zapnutí nebo vypnutí) se provádí za sníženého napětí, spínací ztráty jsou velmi nízké, a četnost použití přepínačů může být vysoká. Klasické tyristory lze ovládat při zapínání. Vypnutí je spontánně vyvolané průchodem proudu nulou. GTO tyristory, bipolární tranzistory, IGBT tranzistory a MOSFET je možné ovládat jak při zapnutí tak vypnutí (obr. 2.7).

Tak, v závislosti na typu frekvenčního měniče a typy použitých přepínačů, existují různé způsoby ovládání těchto přepínačů, podle toho, zda jsou řízeny při zapínací (tyristor režimu), nebo při vypínání (Duální tyristorový režim nebo tyristor-duální diodový režim). V případě tranzistorů, jejichž jednotkový výkon je výrazně nižší než u tyristorů, každý přepínač obsahuje množství tranzistorů paralelně.

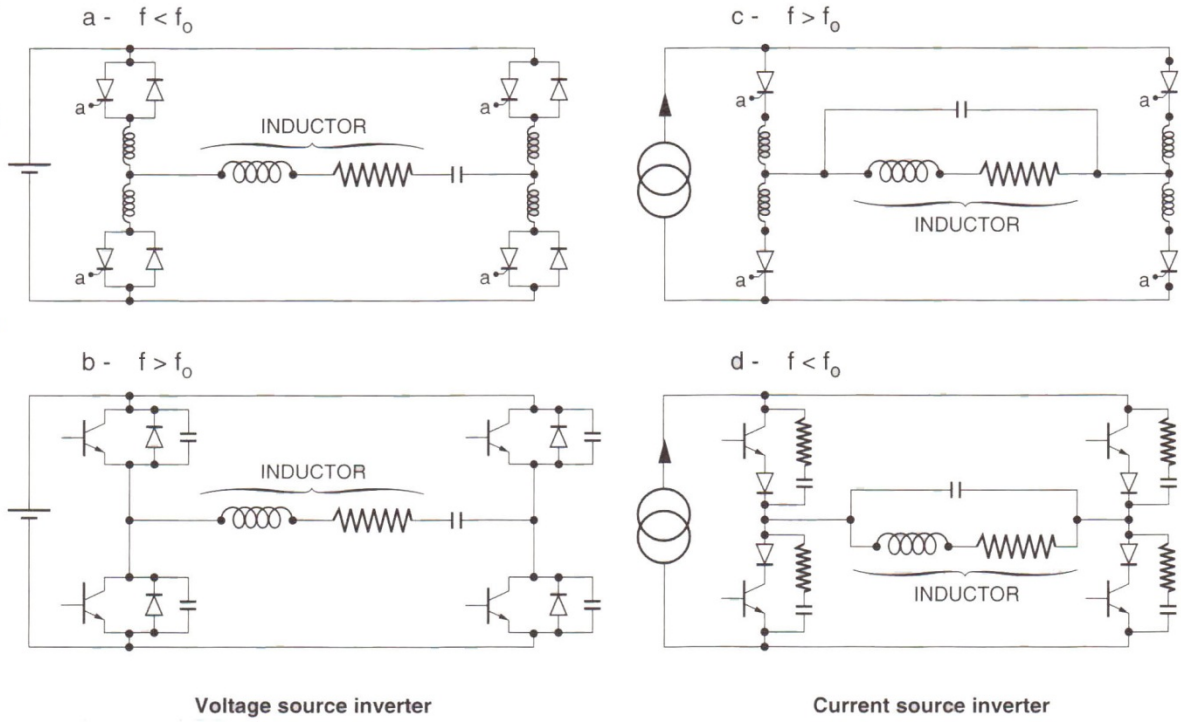
Na obr. 2.8 ukazuje okruh s několika tranzistory paralelně a řízeny v "Darlingtonově" režimu, s řadou připojených diod, aby vydržely naopak napětí tranzistorů a antiparalelní diodu připojen aby se zabránilo zpětné napětí na tranzistoru. Můžeme rozlišit čtyři typy ovládání spínačů (obr. 2.9).



Obr. 2.7 *Volt-ampérová charakteristika ovládaní vypínače jak při zapínání tak vypínání* [1]



Obr. 2.8 *Paralelní zapojení tranzistorů do Darlingtonova zapojení* [1]



Obr. 2.9 *Spínače můstkového zapojení (f_0 je rezonanční frekvence)* [1]

Tyristorový režim: Přepínače ovládány při zapínání a vypínání je při samovolným poklesem proudu součástkou na nulu. To je případ zdroje proudu měniče, který pracuje při frekvencích vyšších, než je rezonanční frekvence (obr. 2.9.c) a zdroj napětí měniče, který pracuje při frekvencích nižších, než je rezonanční frekvence (obr. 2.9.a). V případě měničů zdroje napětí, je tento režim také nazýván režim tyristor-dioda, protože dioda je připojena paralelně s tyristorem nebo v asymetrickým tyristorovým režimu.

Duální tyristorový a duální tyristor-diodový režim: Přepínače jsou ovládány při vypínání a zapínání je při samovolným průchodem napětí nulou. Tato konfigurace se vyhne použití zpětného napětí diody těsně po jeho vedení. Tyto zpětná napětí, samozřejmě můžou vyvolat rušení a krátké zotavovací proudy, které by mohly způsobit nebezpečné přepětí, které jsou nepřístupné pro přepínače a značné ztráty v diodách.

Duální tyristorový režim je napěťový měnič pro provoz při frekvencích vyšších, než je rezonanční frekvence (obr. 2.9.b). Duální tyristor-diodový režim je proudový měnič pro provoz při frekvencích nižších, než je rezonanční frekvence (obr. 2.9.d).

Riding režim: Přepínače jsou ovládány při zapnutí a vypnutí. Řídící příkazy jsou zavedeny před bodem průchodu nulou

- na rezonanční obvod proudu (obr. 2.9.d)
- na rezonanční obvod napětí (obr. 2.9.b)

Výkonové řídící příkazy, jsou dokončeny po průchodu napětí nebo proudu nulou v rezonančním obvodu.

2.4.4 Středofrekvenční měniče

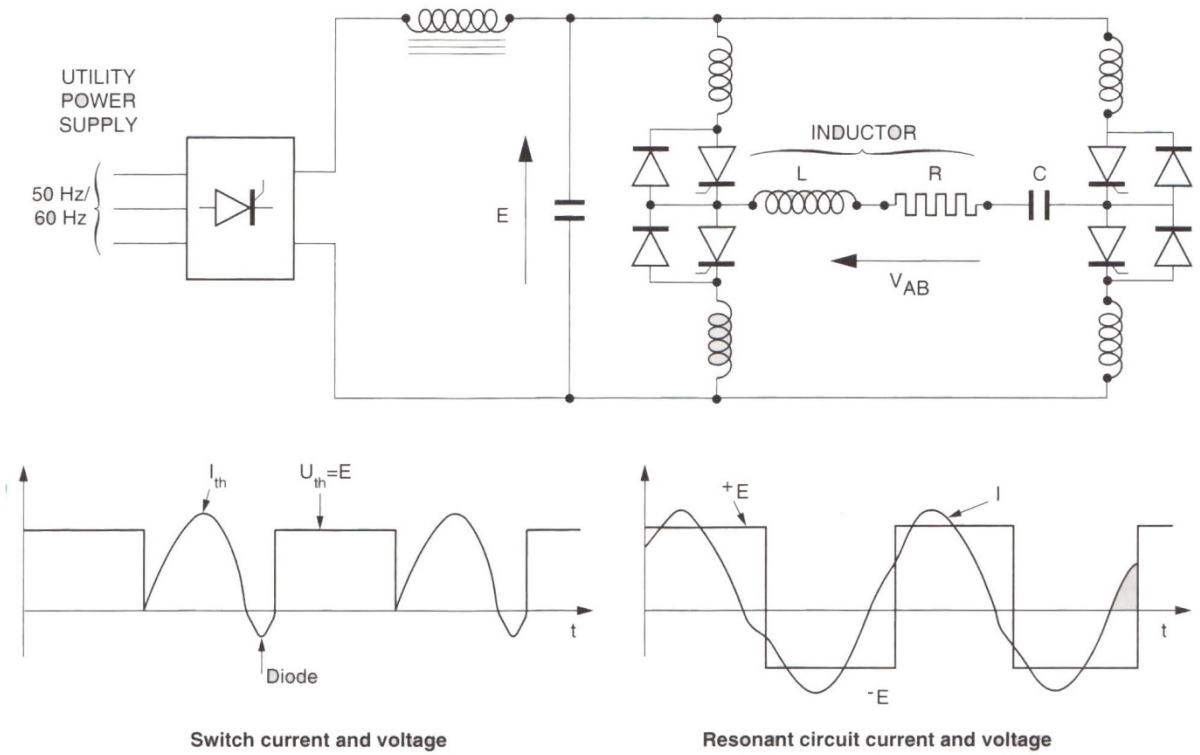
Středofrekvenční měniče používají tyristory vodou chlazené nebo vzduchem chlazené. Zátěžný obvod obsahující cívky a kapacity tvoří rezonanční obvod, který spontánně pohybuje jeho rezonanční frekvencí. Měnič pracuje automaticky na rezonanční frekvenci zátěže, v případě, že vypínání tyristorů je řízen touto frekvencí. Pracovní frekvence je tedy variabilní a nastavitelná v určitém frekvenčním rozsahu, který se pohybuje mezi 25% a 30% jmenovité frekvence. Rozsah frekvence je mezi 100 a 10.000 Hz, výkon dosahuje 10 MW mezi 100 a 1000 Hz a 1 MW na 10.000 Hz.

Účinnost tyristorového měniče je vysoká a může dosáhnout 96% až 97% na frekvencích v rozsahu mezi 100 a 3000 Hz. Pro kmitočtový rozsah 3000 až 10.000 Hz, může dosáhnout 93% až 95%. Příkon pomocných zařízení při chodu naprázdno je menší než 2% jmenovitého výkonu. Tyristorové měniče nahrazují rotační měniče. Kromě toho, že jsou levnější, mají několik dalších výhod oproti rotačním měničům. Žádné mechanické díly nejsou v pohybu, z toho důvodu není nutná pravidelná údržba. Energetická účinnost se zvyšuje, při plném zatížení i při částečném zatížení. Frekvence se nastavuje automaticky. V průběhu topení, elektrické charakteristiky zatížení se liší v závislosti na teplotě a indukčnosti změny pece. S invertorem se frekvence nastavuje v závislosti na impedanci, provozuje se trvale v rezonanci a maximální výkon je neustále dodáván, čímž se zvyšuje produktivita zařízení.

- infrastruktury jsou lehké
- tyristorový měnič je tichý
- spotřeba vody je nízká
- chování a ovládání je snadné

2.4.4.1 Napěťový měnič

Napěťový měnič využívá RLC rezonanční obvod, skládající se z cívky L (se zátěží R) a kompenzačních kondenzátorů jalového výkonu C (obr. 2.10). Při rezonanční frekvenci f_0 je induktor v místě přepětí typické pro sériový rezonanční obvod. Proto jsou napěťové měniče dobře přizpůsobené, že cívka má velký odpor a musí být napájena poměrně vysokým napětím.



Obr. 2.10 *Zjednodušené schéma středofrekvenčního měniče pro práci při frekvencích nižších než je rezonanční frekvence* [1]

Někteří výrobci nepoužívají usměrňovací řídící můstek pro regulaci výkonu, ale jako elektronický spínač. Výkon je pak ovládán změnou frekvence tyristorových můstků střídače napájecího rezonanční obvod na frekvenci lišící se od jeho vlastní frekvence f_0. Využívají se tyto střídače při tavení, kde je zapotřebí vysokého napětí někdy i při vysokých výkonech P > 1MW.

2.4.4.2 Impulsní měnič

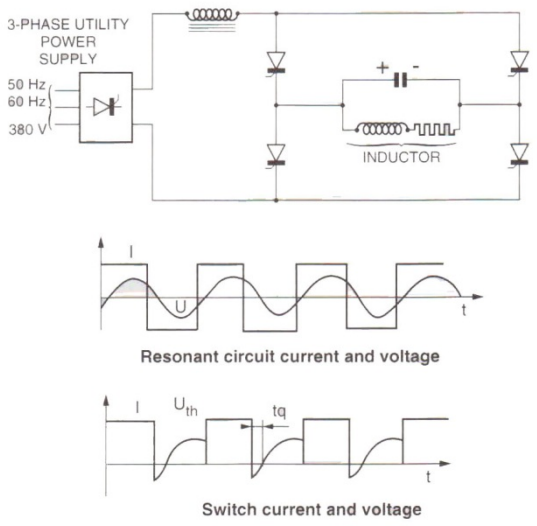
Obvod tzv. impulsního měniče, využívá impulsů můstkového tyristorového střídače, kde tyto impulsy mohou být blízko sebe či dále podle toho jaký je požadovaný výkon. Zvláštností impulsního měniče je absence zvláštní sekvence pro spouštění nebo vypínání, která umožňuje okamžitě dodávat maximální výkon. Tato vlastnost je zajímavá hlavně v případě sekvenčního ošetření. Výhodou je možnost pracovat na nepřekonatelné zátěži nebo zkratech, dále udržuje konstantní účiník.

Rozsah dostupných frekvencí je od 3 do 10 kHz, pro výkon 450 kW při 10 kHz a 1500 kW při 3 kHz. Tento typ měniče je o 10% dražší než paralelní měniče pro jmenovitý výkon nižší než 150 kW a při plném zatížení je účinnost pouze 90%. Tento měnič je zejména vhodný pro kálení, žíhání a pájení.

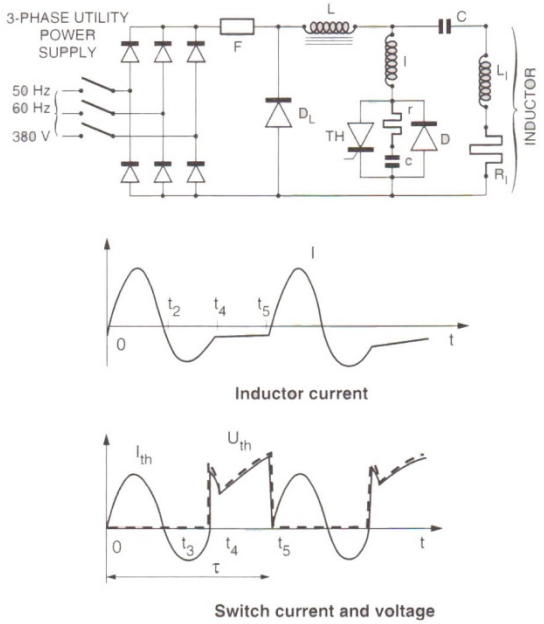
2.4.4.3 Proudový měnič

Proudový měnič (obr. 2.11) má paralelní RLC rezonanční obvod, který se skládá z cívky L (se zátěží R) a kompenzačních kondenzátorů jalového výkonu C. Při rezonanční frekvenci f_0 je induktor v místě nadproudu typický pro paralelní rezonanční obvod. Je teda vhodný pro případy, kdy cívky mají nízkou impedanci a musí být napájeny nízkým napětím, to je výhodné hlavně z bezpečnostních důvodů se srovnáním s napěťovým měničem. Dalším charakteristickým znakem pro proudové měniče je jeho vysoká spolehlivost, zvláště při zkratu na zátěži.

Tento měnič je dnes nejvyužívanější pro indukční ohřev, v aplikacích s frekvencí nižší než 10 kHz pro vysoké výkony P > 1MW. Využívá se pro tavení, kování, lisování, pájení, ohřev atd.



Obr. 2.11 *Zjednodušené schéma Středofrekvenčního proudového střídače s frekvencí nad resonancí* [1]



Obr. 2.12 *Schéma zapojení zjednodušeného impulsního střídače* [1]

2.4.4.4 Zjednodušený impulsní měnič

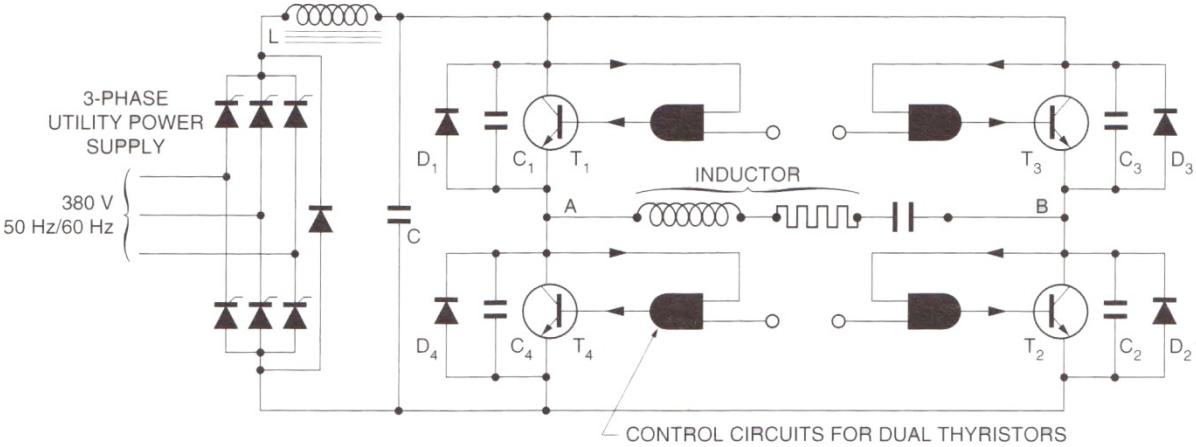
Zjednodušený impulsní měnič (obr. 2.12) má pouze jeden tyristor a tak je levnější než jiné typy měničů. Jenže výkonově jsou tyto typy měničů horší než ostatní měniče, je teda potřeba dobrého propojení cívky a zátěže. Využívá se hlavně v tavení a kování při výkonech do 500 kW a frekvenci pod 10 kHz, pro nízké výkony (20 kW) až 25 kHz. Zástupci těchto zdrojů se nachází u ohřevu kovových forem, výparníků v chemickém průmyslu nebo u indukčních varných desek ve velkých kuchyních.

2.4.5 Vysokofrekvenční měniče

Když se na trhu objevil první výkonový tranzistor, bylo možné tyto součástky instalovat do aplikací frekvenčních měničů pro indukční ohřev. Stalo se, že jmenovitý výkon mohl dosáhnout 600kW při frekvenci 400kHz. Tyto aplikace se stali stejně spolehlivé a flexibilní jako zdroje s použitím elektronek, s tím že jejich účinnost vzrostla na 85-90%.

2.4.5.1 Napěťový měnič

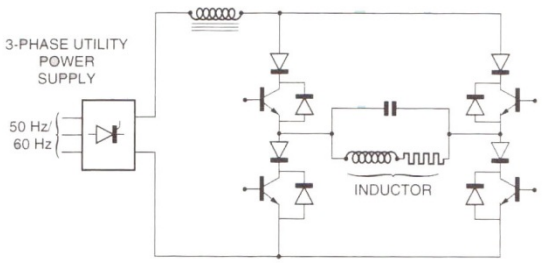
Tranzistory jsou řízené při vypnutí a jejich zapnutí je možné jen při nulovém napětí. Pracovní frekvence je větší než rezonanční frekvence rezonančního obvodu. Vyznačují se velmi nízkými ztrátami, protože vypínání dochází za sníženého napětí a proud se odchýlí přes kondenzátor. Zapínání dochází při průchodu napětí nulou. Na obr. 2.13. je aplikace vysokofrekvenčního napěťového měniče využití je velice různorodé a na různých stupních výkonu pro tepelné zpracování, vytápění pohyblivých desek, tavení drahých kovu atd.



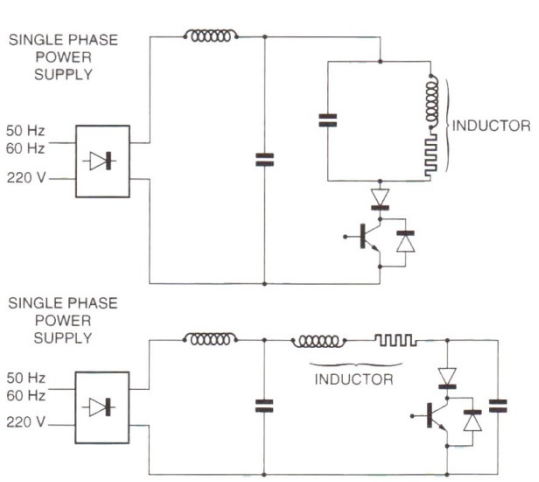
Obr. 2.13 *Schéma zdroje vysokofrekvenčního napěťového měniče* [1]

2.4.5.2 Proudový měnič

Proudový měnič (obr. 2.14) využívá paralelní rezonanční obvod a je zapotřebí obousměrných vypínačů využívají tranzistory, ale je třeba přidat výkonové diody do obvodu. Stejně jako u tyristorů tak i při použití tranzistorů v proudových měničích dělá z těchto zdrojů používanější variantu zdroje než napěťové měniče s tranzistory. Za normálních provozních stavů dochází k sepínání a vypínání za sníženého napětí s nízkými ztrátami a nikdy nejsou všechny spínače používány naráz.



Obr. 2.14 *Schéma vysokofrekvenčního proudového měniče* [1]



Obr. 2.15 *Aplikace jednoho tranzistoru ve vysokofrekvenčním zdroji* [1]

2.4.5.3 Aplikace pomocí jednoho tranzistoru

Tyto zdroje (obr. 2.15) využívají jen jeden spínač (tranzistor), obvykle se využívají v úsporných aplikacích a nejsou příliš drahé. Jejich výkon je relativně nízký s nízkou flexibilitou než jiné typy měničů. Hlavním problém je přepětí, které se objeví na svorkách spínače a je nežádoucí, když zdroj nefunguje v jeho optimálních podmínkách. Výkon je nízký (P < 15kW), frekvence vysoká v závislosti na použití spínače. Tento typ měniče se dnes nejvíce používá pro indukční vaření (kuchyně a služby) při kmitočtech 25kHz a výkonu 2–5kW.

3. Modelování obvodů

3.1 Základy LRC obvodů

Před samotným modelováním je třeba si určit to co je pro všechny zdroje stejné a tou je zátěž RLC. Pro paralelní i sériový LRC obvod platí několik základních vzorců:

Rezonanční kmitočet je:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \tag{3.1.1}$$

Časová konstanta:

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{3.1.2}$$

Podmínka, aby obvod byl kmitavý:

$$\omega_0^2 > \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 \tag{3.1.3}$$

takže:

$$R < 2\omega_0 L = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{3.1.4}$$

Obvod kmitá kmitočtem:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} \tag{3.1.5}$$

Z čehož vyplývá, že rezonanční frekvence je:

$$f_r = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \tag{3.1.6}$$

Modelování bude probíhat v naladěném oscilačním obvodu, tj. kdy napájecí frekvence $f = f_r$. V tomto stavu vynesu proudy a napětí do grafů a poté zkoumání co se děje s obvodem když budu měnit napájecí frekvenci f, ale tyto změny se budou provádět pouze v okolí rezonanční frekvence f_r.

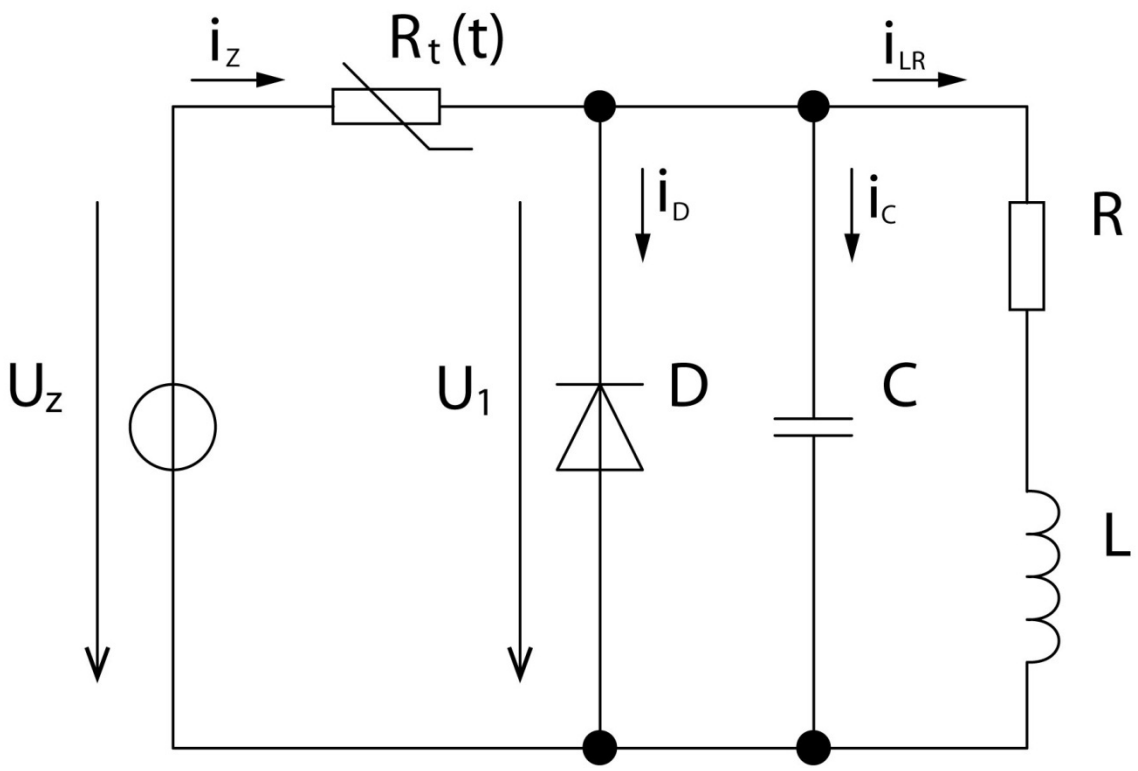
V součástkách rezonančního obvodu vznikají při průchodu proudu ztráty, tyto ztráty můžeme vzít v úvahu zařazením ztrátového odporu R do série s cívkou, kterou pak považujeme za bezeztrátovou. Činitel jakosti pak definujeme:

$$Q = 2\pi f_r \cdot \frac{L}{R} \tag{3.1.7}$$

3.2 Jednoduchý paralelní rezonanční obvod LRC

Princip zapojení paralelního LRC obvodu je na obr. 3.1.

Měničem ze stejnosměrného na střídavý proud je proměnný odpor $R_t(t)$, který je naladěn na pracovní frekvenci f. Oscilační obvod je složen z prvků cívky induktoru – L, R, kondenzátoru C a zpětné diody D. Do topného oscilačního obvodu L, C, R jsou zaváděny obdélníkové napěťové impulsy U_1. Obdélníkový průběh impulsů je dán odporem $R_t(t)$, který střídá stejnosměrné napětí U_z.



Obr. 3.1 *Princip zapojení jednoduchého rezonančního obvodu*

Průběhy proudů I_{LR}, I_C, I_D a I_Z jsou promítnuty na obr. 3.2 a byly namodelovány a spočteny ze základních obvodových rovnic:

$$i_Z(t) = \frac{U_Z - u_1(t)}{R_t(t)} \tag{3.2.1}$$

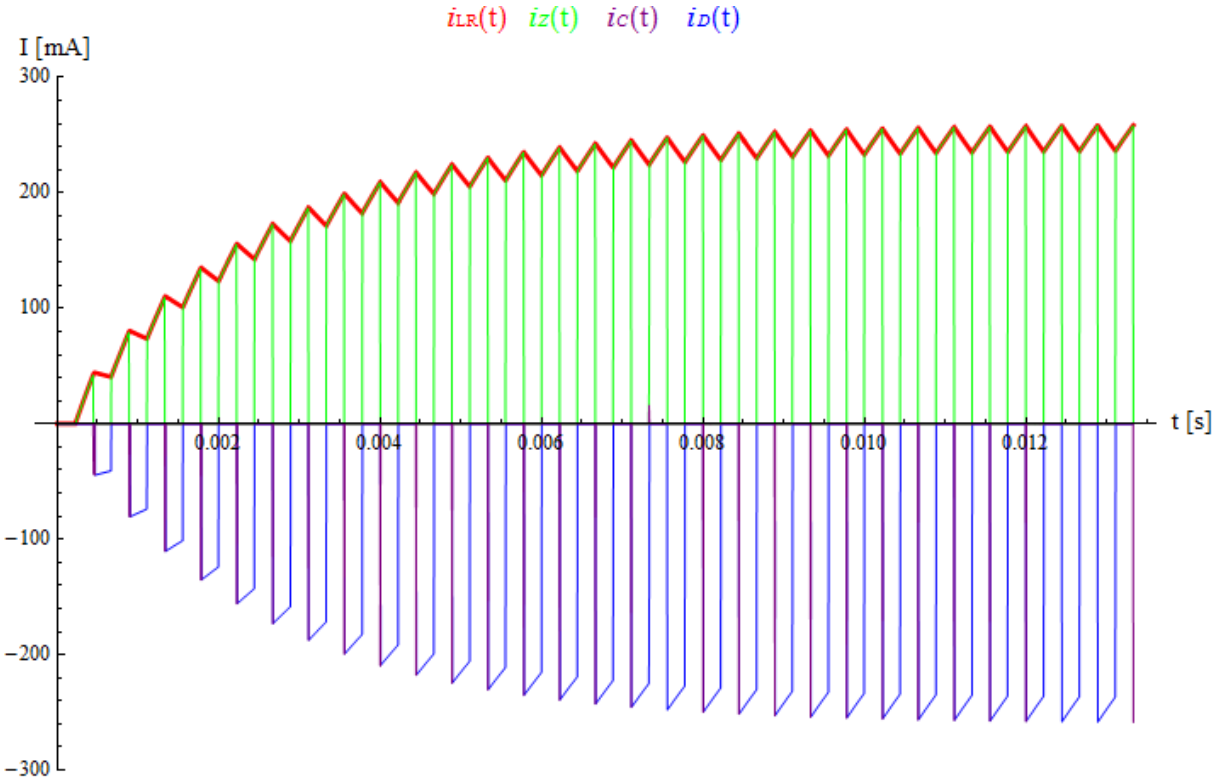
$$i_Z(t) = i_{LR}(t) + i_C(t) + i_D(t) \tag{3.2.2}$$

$$u_1(t) = R \cdot i_{LR}(t) + L \cdot \frac{di_{LR}(t)}{dt} \tag{3.2.3}$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_1(t)}{dt} \tag{3.2.4}$$

$$i_D(t) = -10^{-7} \cdot \left(e^{-19 \cdot u_1(t)} - 1\right) \tag{3.2.5}$$

Model tohoto zdroje je popsán soustavou diferenciálních rovnic (rovnice 3.2.1-3.2.5). Bylo třeba tuto soustavu vyřešit v programu Mathematica a určit neznámé proudy $i_{LR}(t)$, $i_C(t)$, $i_Z(t)$, $i_D(t)$ a napětí $u_1(t)$ v závislosti na čase do doby odeznění přechodného děje. Řešení jednoduchého paralelního RLC obvodu je v příloze **zdroj_1a.nb**.



Obr. 3.2 *Průběhy proudů I_{LR}=f(t), I_C=f(t), I_Z=f(t) a I_D=f(t)*

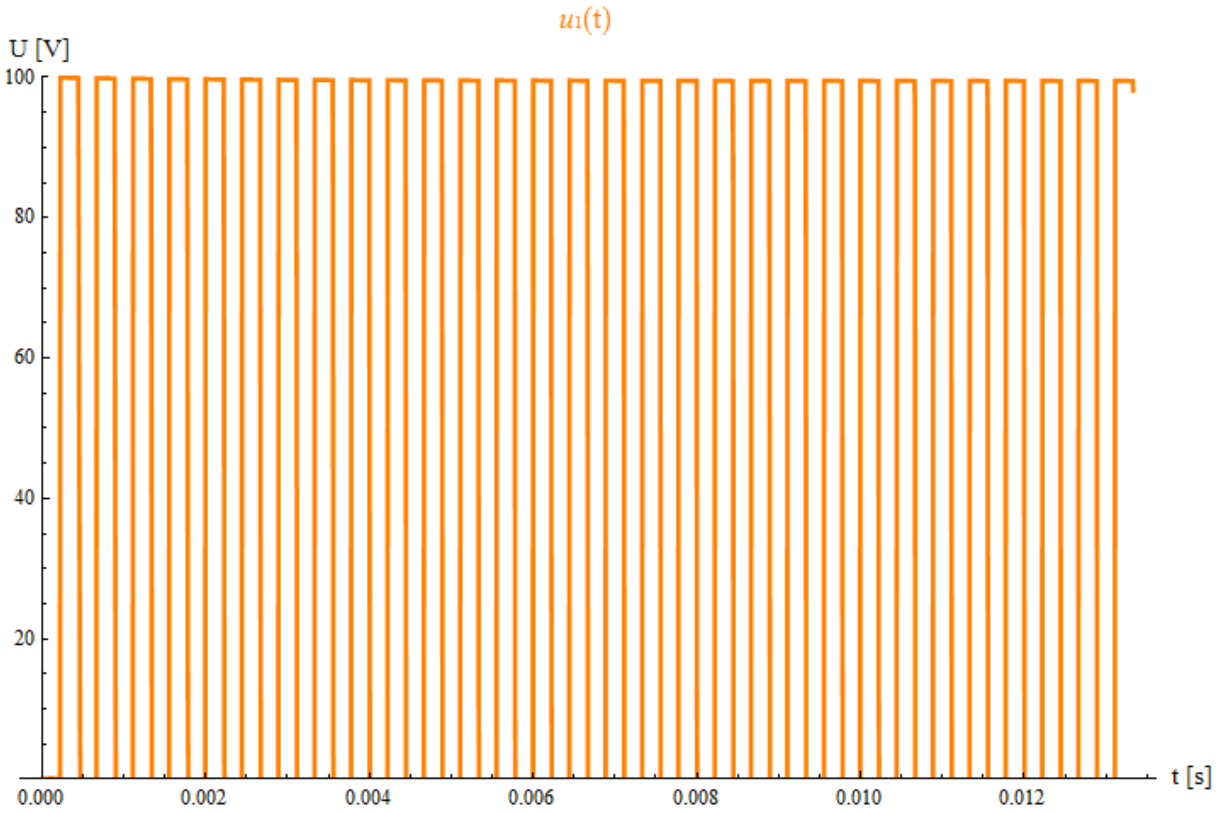
Průběhy proudů $i_{LR}(t)$, $i_C(t)$, $i_Z(t)$ a $i_D(t)$ jsou vyneseny na obr. 3.2.

Proud cívkou induktoru I_{LR} (obr. 3.2 – červená) po zapnutí RLC rezonančního obvodu kmitavě narůstá, až do doby ustáleného stavu. Proud má oscilační charakter, ale neprochází nulou proudu. Proud cívkou I_{LR} v první půlperiodě pulzu je charakterizován proudy kondenzátorem a diodou I_C a I_D (obr. 3.2 – fialová a modrá) v druhé půlperiodě.

Proud IZ ze zdroje je charakterizován velikostí odporu $R_t(t)$ který nabijí po dobu otevření cívku induktoru. Dobu otevření charakterizujeme malým odporem $R_t(t)$ v řádech ohmů, doba zavření je charakterizována velkým odporem $R_t(t)$ v řádech Megaohmů.

Průběh napětí $u_1(t)$ je vynesena na obr. 3.3

Pátou neznámou soustavy diferenciálních rovnic (rce 3.2.1-3.2.5) je napětí $u_1(t)$ které dle schématu je na součástkách cívky induktoru (R, L), kondenzátoru (C) a diodě (D). Napětí má obdélníkové pulsy které nabijí oscilační obvod RLC.



Obr. 3.3 *Průběh napětí U_1=f(t)*

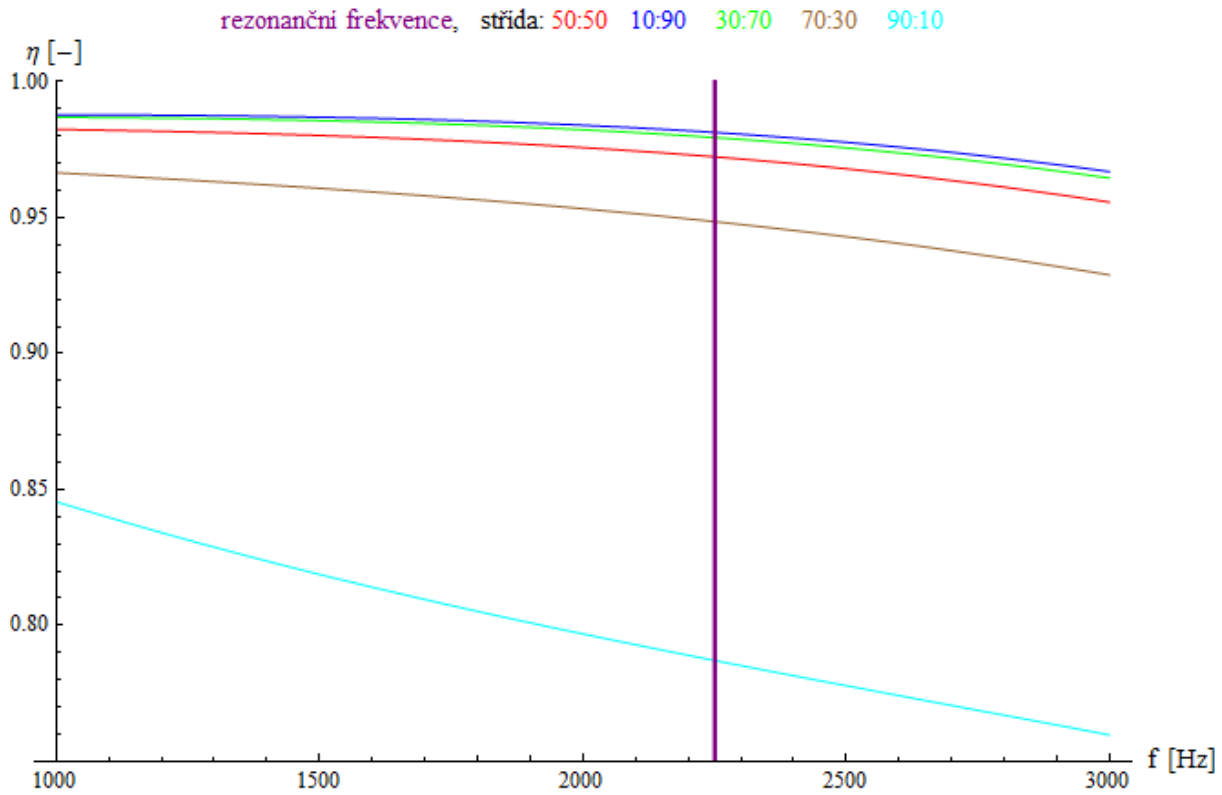
Další zkoumanou problematikou zdroje je účinnost v cívce induktoru. Mám teď fungující matematický model a mohu vyjádřit účinnost pro různou frekvenci, kterou volím, kolem rezonanční frekvence f_r. Frekvence není jediný parametr, který mi ovlivňuje účinnost zdroje. Mohu obvod napájet impulzy generované odporem R_t nejen se střídou 50:50, ale i se střídou jiného poměru. Takže se ve druhé fázi zabývám, jak se mění účinnost zdroje, když měním frekvenci a střídu. Pro každou střídu jsou spočtené charakteristiky η(f) a jsou vynesené na obr. 3.4.

Jelikož se jedná o periodický oscilační obvod, není možno použít k výpočtu účinnosti klasický výpočet poměru výkonů zátěže ku výkonu příkonu obvodu, ale použijeme poměr energií vstupující do zátěže ku vstupující do systému podle:

$$\eta = \frac{W_R}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R \cdot {i_{LR}}^2(t)\mathrm{d}t}{\int_{t1}^{t2} U_Z \cdot i_Z(t)\mathrm{d}t}, \tag{3.2.6}$$

kde t1 (resp. t2) je čas (n-1)T (resp. nT) v ustáleném stavu.

Tedy podle vzorce 3.2.6 integruji přes jednu periodu v ustáleném stavu a podělím obě energie k získání hodnoty účinnosti.



Obr. 3.4 *Průběhy účinností v závislosti na frekvenci pro různé střídy*

Z výsledků účinností nám plnou dvě zásadní skutečnosti. První a dosti zásadní skutečnost je, že se účinnost nejvíce mění změnou střídy. Když jsou pulsy ze zdroje větší než s>1, tak účinnost klesá v řádech procent, když jsou pulsy kratší než s<1, tak účinnost roste v řádech desetin procent. Druhou skutečností, ale ne tak zásadní je, že se účinnost téměř nemění pro frekvence menší než fr (pro malé a střední pulsy zdroje), když je frekvence větší než fr, tak účinnost klesá v řádech pár procent. Vyplývá nám z toho, že účinnost je více závislá na střídě než na frekvenci zdroje.

Z výše popsaného a vyhodnoceno je patrné, že účinnost nikdy není 100%, dochází vždy v obvodu ke ztrátám energie, a nás nyní bude zajímat, které části obvodu zdroje odebírají nejvíce energie. Postup je obdobný jako u výpočtu účinnosti, ovšem nepracuji zde s účinností, ale zavádím poměr. Poměr definujeme podobně jako účinnost a to energii vstupující do součástky ku energii celého systému. Pro čtyři součástky (pátá je rezistor R tedy zátěž) z obvodu je nutné stanovit poměry. Poměry pro indukčnost cívky L, kondenzátor C, diodu D a spínacího odporu R_t jsou popsány rovnicemi 3.2.7-3.2.10.

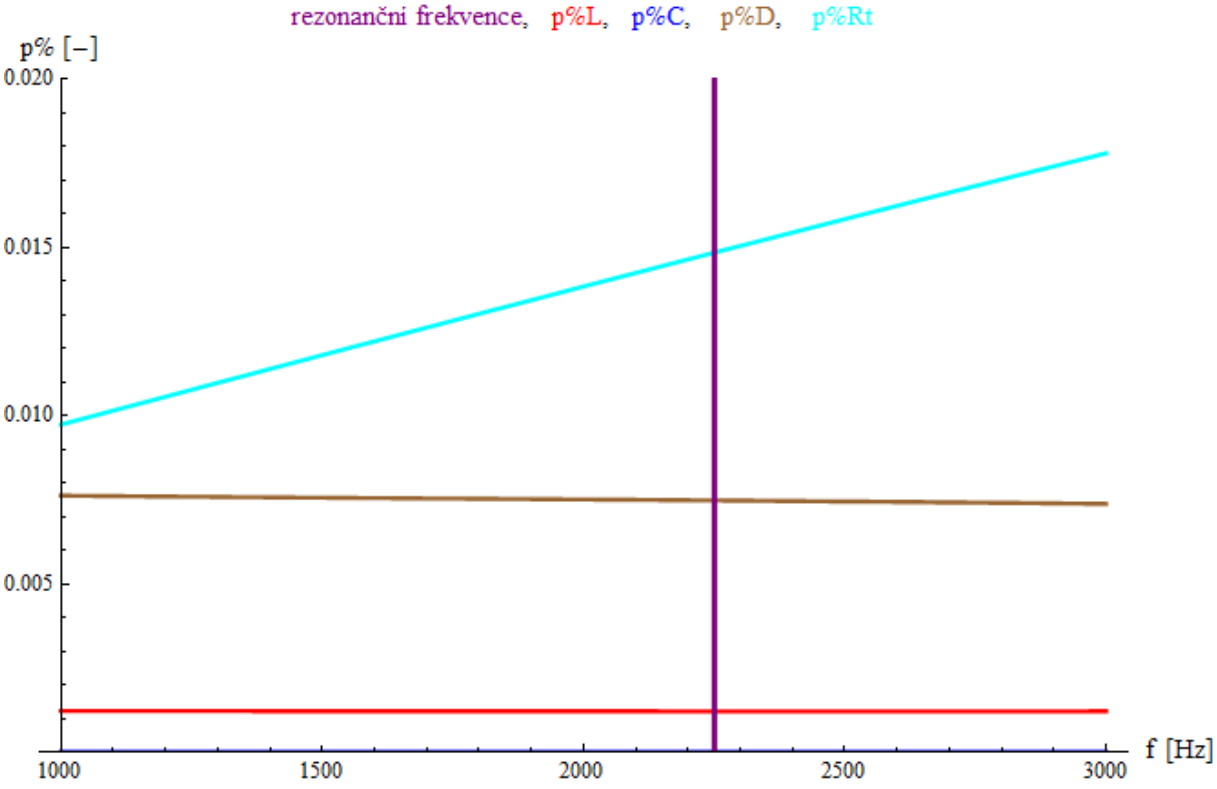
$$p\%_L = \frac{W_L}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} L \frac{d}{dt}\left({i_{LR}}^2(t)\right)dt}{\int_{t1}^{t2} U_Z \cdot i_Z(t)\mathrm{d}t} \tag{3.2.7}$$

$$p\%_C = \frac{W_C}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} C \frac{d}{dt} ({u_1}^2(t)) dt}{\int_{t1}^{t2} U_Z \cdot i_Z(t) \mathrm{d}t} \tag{3.2.8}$$

$$p\%_D = \frac{W_D}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} i_D(t) \cdot u_1(t) dt}{\int_{t1}^{t2} U_Z \cdot i_Z(t) \mathrm{d}t} \tag{3.2.9}$$

$$p\%_{Rt} = \frac{W_{Rt}}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R_t \cdot {i_Z}^2(t) dt}{\int_{t1}^{t2} U_Z \cdot i_Z(t) \mathrm{d}t} \tag{3.2.10}$$

Stejně jako u zkoumání účinnosti je i zde nejvíce vypovídající graf, který zhodnotí vývoj poměrů, v závislosti na frekvenci v okolí rezonanční frekvence fr. Pro jednoznačnost jsem spočetl funkce p%(f) pro jedinou střídu s=50:50. Závislostí $p\%_L, p\%_C, p\%_D$ a $p\%_{Rt}$ jsou vyneseny v grafu na obr. 3.5.

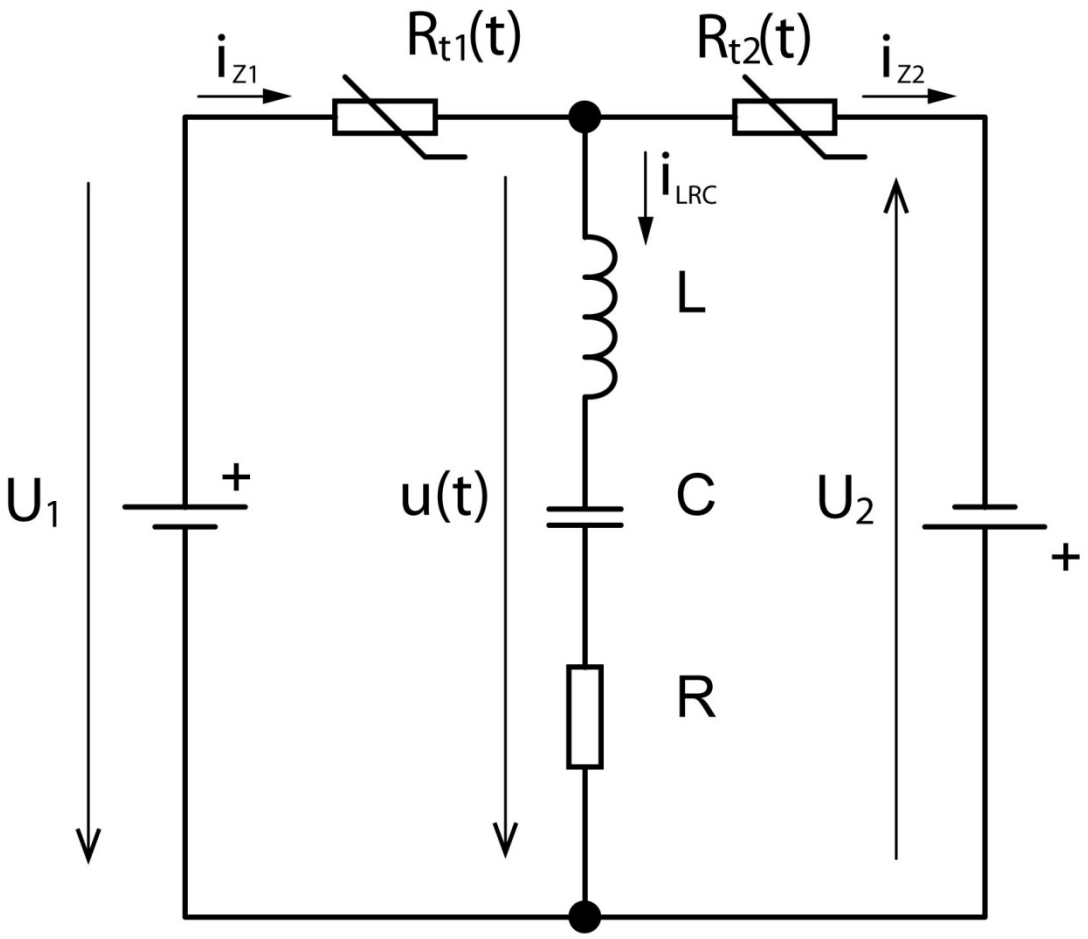


Obr. 3.5 *Průběhy poměrů ztrát energií pro L, C, D a R_t*

Z grafu p%(f) na obr. 3.5 plyne, že největší ztráta energie v obvodě je na spínacím odporu R_t a navíc tato ztráta roste se zvyšující se frekvencí. Součástka s druhou největší ztrátou je dioda, ovšem zde je ztráta energie konstantní na frekvenci. V kondenzátoru a v cívce můžeme považovat ztrátu za nulovou, dle očekávání vydají tolik energie, kolik pojmou. Byly uvažované i jiné způsoby zapojení, jejich modely lze najit v příloze **zdroj_1b.nb** a **zdroj_1c.nb**.

3.3 Rezonanční jednofázový sériový střídač

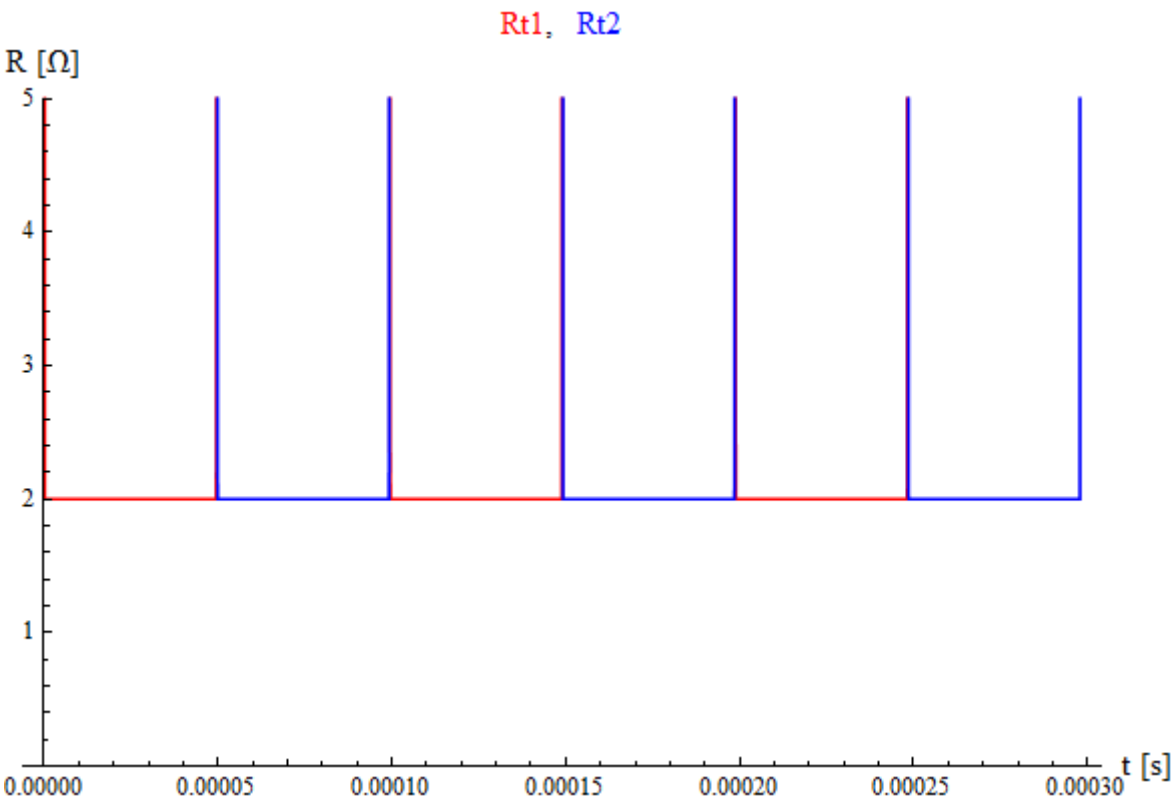
Vlastnosti sériového jednofázového rezonančního střídače s polovodičovými spínači byly popsány v kapitole 2.4. Rezonanční střídač podle obr. 2.4 je pro možnosti modelování upraven do zjednodušeného obvodu (obr. 3.6).



Obr. 3.6 *Princip zapojení rezonančního sériového střídače*

Činnost střídače spočívá ve střídavém vedení proudu spínači S1 a S4 a potom S2 a S3 podle schématu v kap. 2.4 (obr. 2.4). V tomto zjednodušeném modelu (obr. 3.6) charakterizuje sepnutí S1 a S4 spínací odpor R_{t1}, S2 a S3 spínací odpor R_{t2}. Spínací odpory jsou naprogramovány tak, aby v době, kdy jeden má minimální odpor, aby druhý spínací odpor měl maximální spínací odpor a opačně jak je patrno z grafu (obr. 3.7). Tím do topného oscilačního obvodu L, C, R zavádím obdélníkové napěťové impulsy u(t) střídavé polarity. Proud i_{LRC} na oscilačním obvodu L, C, R je čistě sinusový. Kmitočet střídače je řízen přímo zátěží-oscilačním topným obvodem.

Řešení rezonančního jednofázového sériového střídače je v příloze **zdroj_2.nb**.



Obr. 3.7 *Průběhy spínacích odporů R_{t1} a R_{t2} v závislosti na čase*

Model rezonančního střídače popíšu soustavou rovnic 3.3.1-3.3.6.

$$i_{z1}(t) = -\frac{u(t) + U1}{R_{t1}} \tag{3.3.1}$$

$$i_{z2}(t) = \frac{u(t) + U2}{R_{t2}} \tag{3.3.2}$$

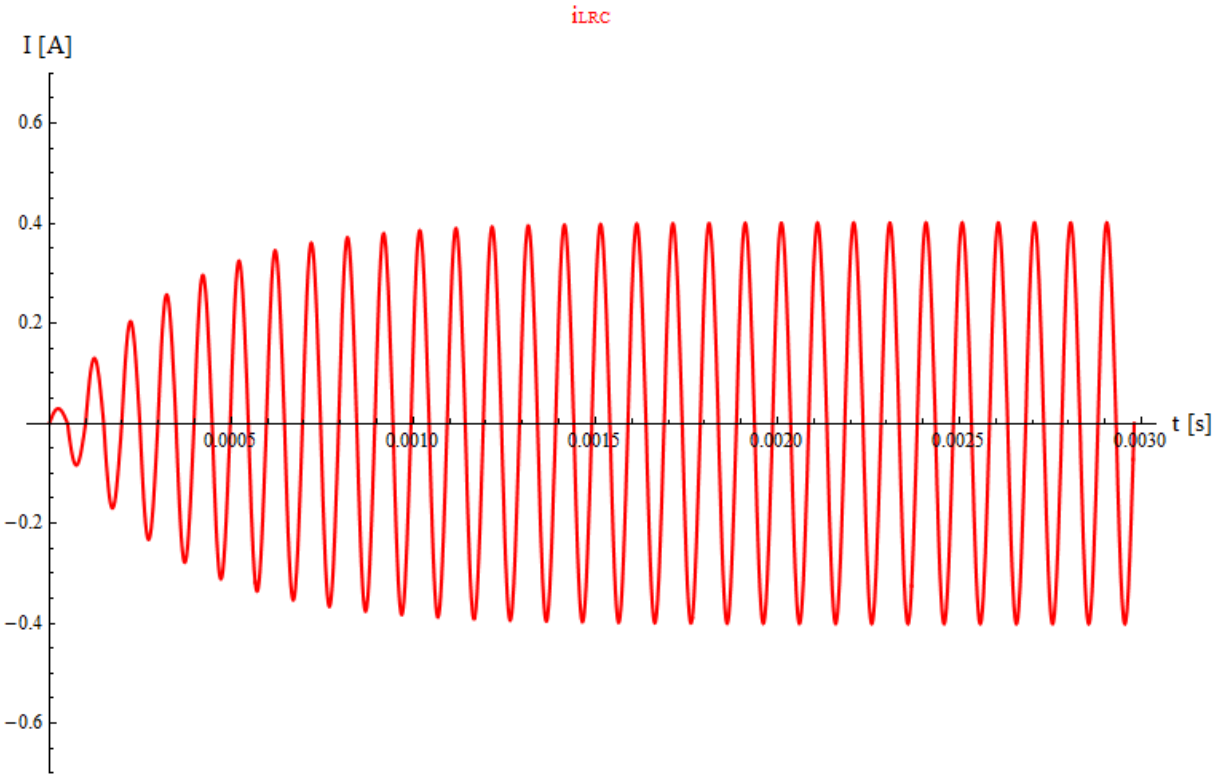
$$i_{z1}(t) = i_{LRC}(t) + i_{Z2}(t) \tag{3.3.3}$$

$$u(t) - u_{CR}(t) = L \cdot \frac{d}{dt}(i_{LRC}(t)) \tag{3.3.4}$$

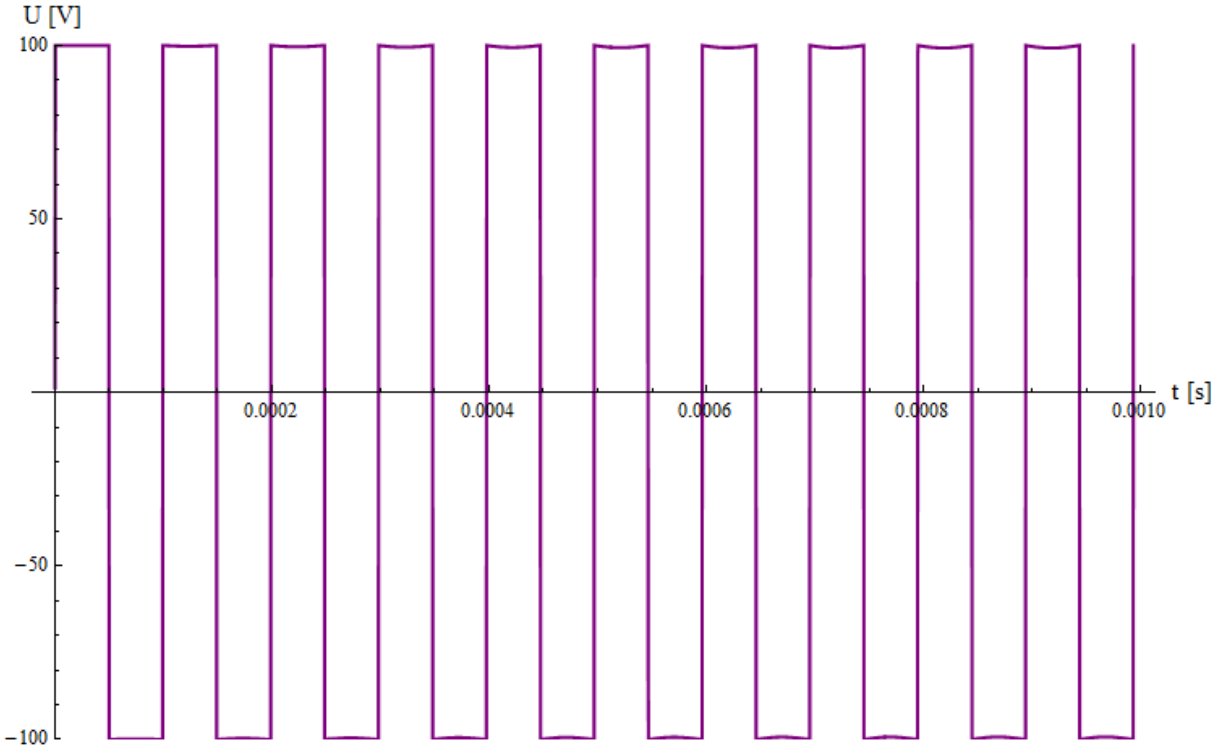
$$i_{LRC}(t) = C \cdot \frac{d}{dt}(u_{CR}(t) - u_R(t)) \tag{3.3.5}$$

$$u_R(t) = R \cdot i_{LRC}(t) \tag{3.3.6}$$

Tuto soustavu za pomocí software Mathematica vyřeším podobně jako u prvního střídače. Přednostně mě zajímá průběh proudu i_{LRC} a napětí u(t) na oscilačním obvodě, průběh proudu je vynesen v grafu (obr. 3.8) a napětí v grafu (obr 3.9).

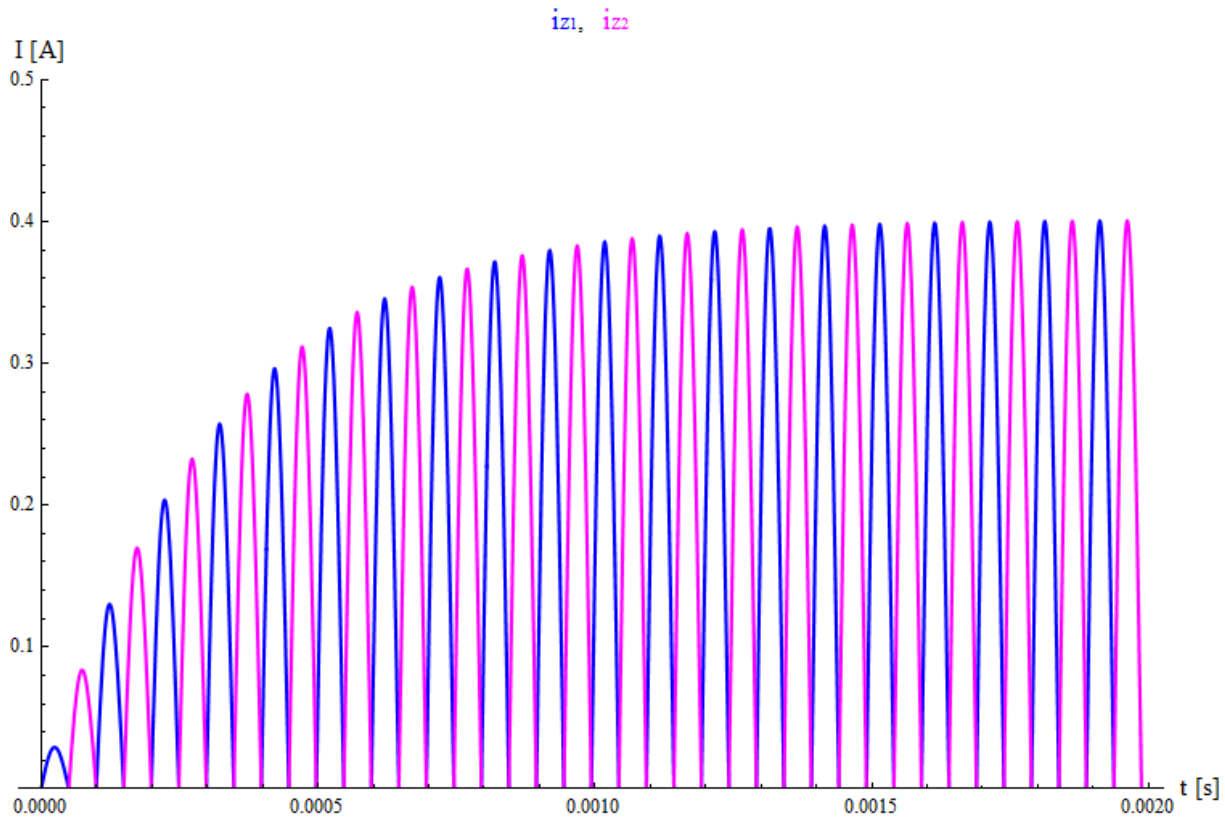


Obr. 3.8 *Průběh proudu oscilačním obvodem $i_{LRC}(t)$*



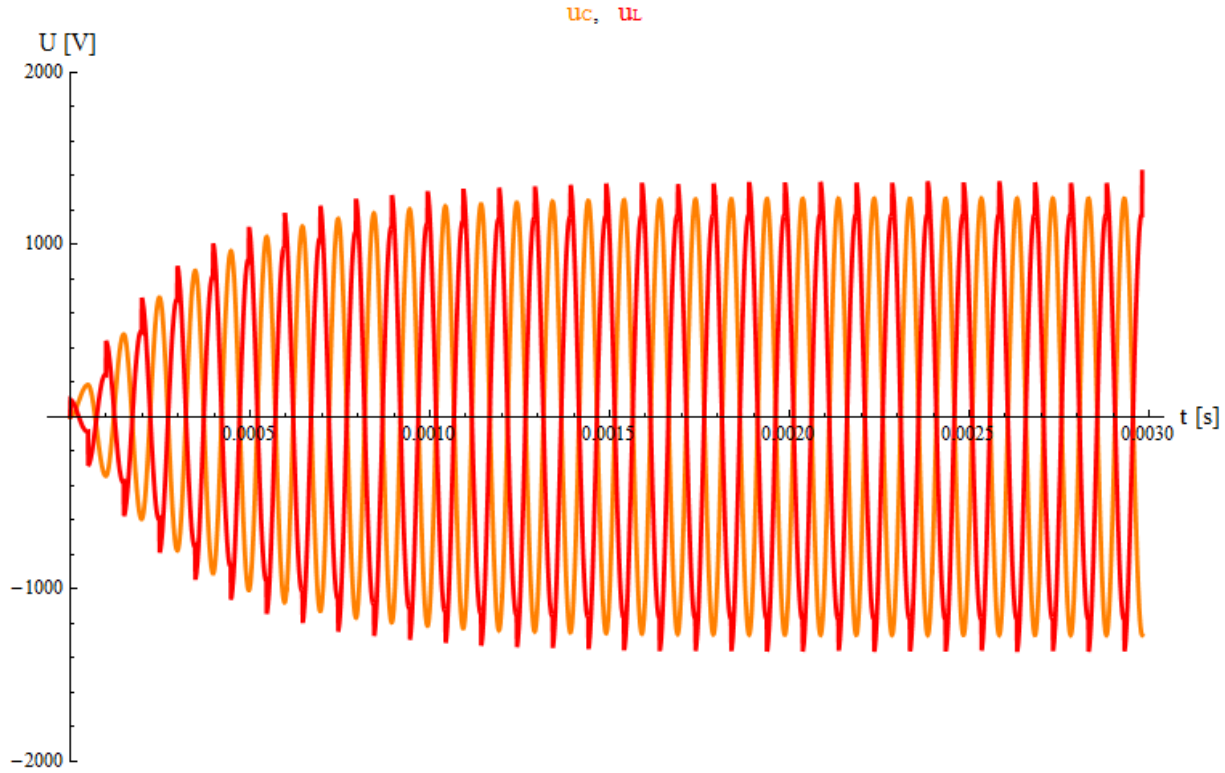
Obr. 3.9 *Průběh napětí u(t) na oscilačním obvodu*

Proud i_{LRC} je dle očekávání sinusový zato napětí u(t) má obdélníkové pulsy, přesně tak jak jsem z prvotního popisu očekával. Nyní se podíváme na proudy zdrojů i_{Z1} a i_{Z2} (obr. 3.10).



Obr. 3.10 *Průběhy proudů zdrojů $i_{Z1}(t)$ a $i_{Z2}(t)$*

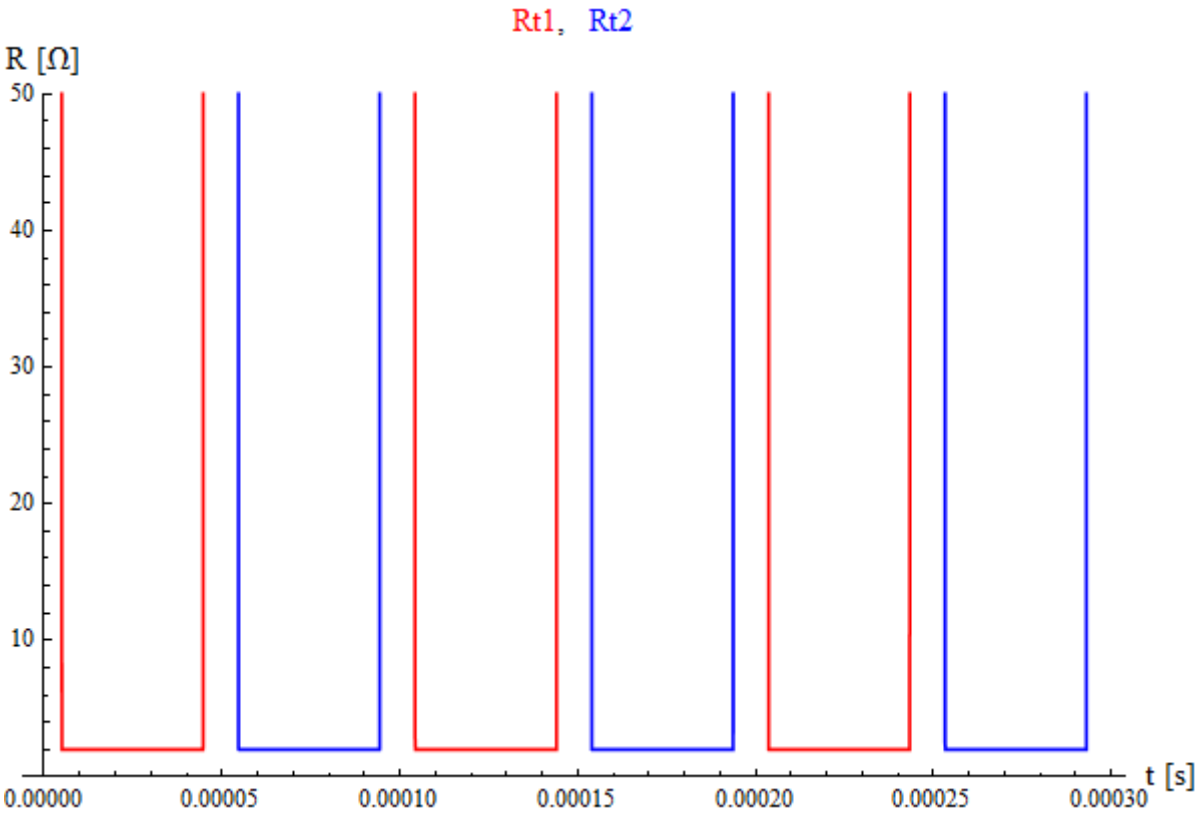
Průběh proudu zdroje i_{Z1} (resp. i_{Z2}) je sinusový pouze v jedné půlperiodě, v druhé půlperiodě vede druhý z proudů, to zajišťují spínací odpory R_{t1} a R_{t2}.



Obr. 3.11 *Průběhy napětí na cívce induktoru a na kondenzátoru $u_L(t)$ a $u_C(t)$*

Posledním vyšetřením jsou napětí na součástkách kondenzátoru C a indukčnosti cívky L. Podle základních fyzikálních vlastností se energie přelívá z jedné součástky do druhé, lehké zákmity viditelné při přechodném ději na napětí cívky je způsobeno komutací spínačů. Čím lepší budu mít komutaci (tj. rychlejší přepínání) tím hladší budu mít napětí u_L.

Nyní se budu jako u předchozího obvodu zabývat účinností zkoumanou v okolí rezonanční frekvence pouze v závislosti na frekvenci. Jelikož nemohu zapínat spínače současně, aby nedošlo ke zkratu a ani nemohu spínače vypínat dříve, než zapne spínač druhý, protože bych přerušil cestu proudu, který by se nemohl kde uzavírat, a veškerá energie indukovaná v cívce by se zmařila. Už u střídy 60:40 (dle obr. 3.12) účinnost klesne na 10%, proto závislost na střídě neuvažuji.



Obr. 3.12 *Průběhy zapínání odporů R_t při střídě 60:40*

Účinnost a poměry určím podobně jako u jednoduchého LRC obvodu (kap. 3.2), poměrem energie v součástce k energii celého systému, jak je sepsáno v následujících vzorcích:

$$\eta = \frac{W_R}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R \cdot {i_{LRC}}^2(t)\mathrm{d}t}{\int_{t1}^{t2} U_1 \cdot i_{Z1}(t)\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} U_2 \cdot i_{Z2}(t)\mathrm{d}t}, \tag{3.3.7}$$

$$p\%_L = \frac{W_L}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} L \frac{d}{dt}\left({i_{LRC}}^2(t)\right)dt}{\int_{t1}^{t2} U_1 \cdot i_{Z1}(t)\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} U_2 \cdot i_{Z2}(t)\mathrm{d}t} \tag{3.3.8}$$

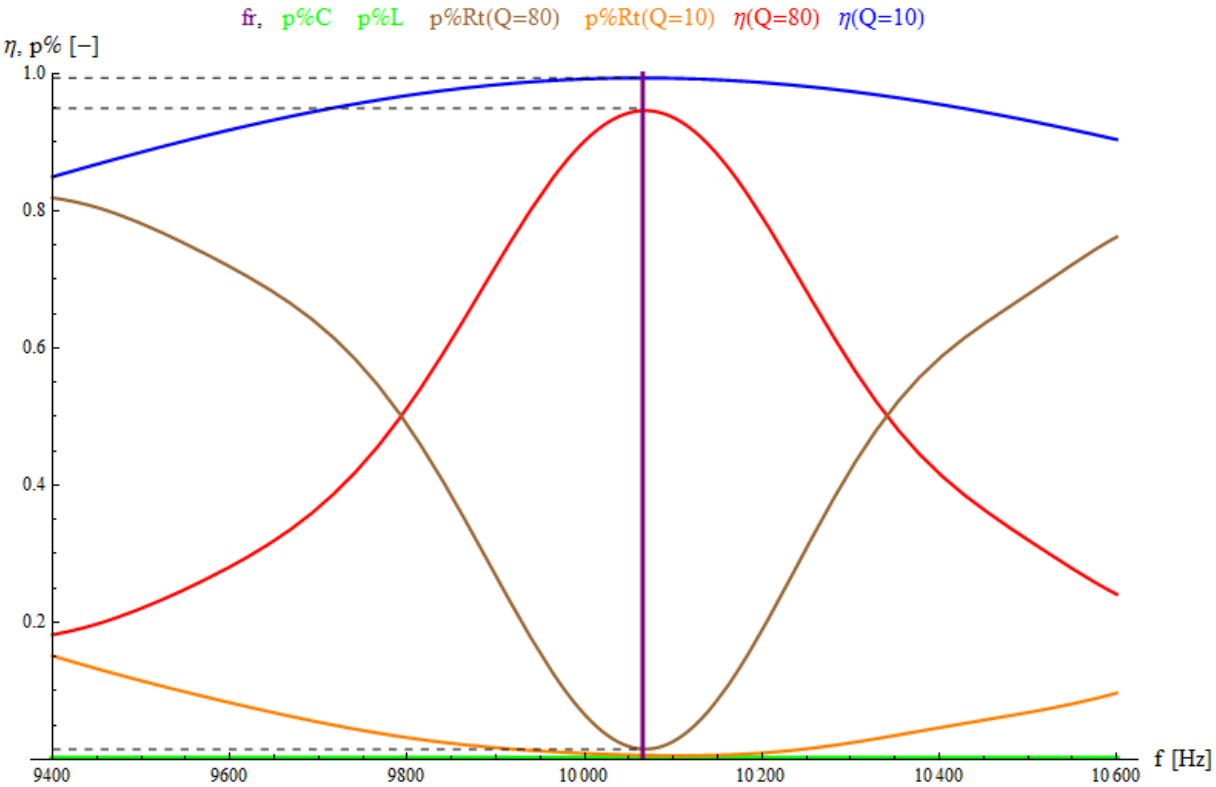
$$p\%_C = \frac{W_C}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} C \frac{d}{dt}\left(u^2(t)\right)dt}{\int_{t1}^{t2} U_1 \cdot i_{Z1}(t)\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} U_2 \cdot i_{Z2}(t)\mathrm{d}t} \tag{3.3.9}$$

$$p\%_{Rt1} = \frac{W_{Rt}}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R_{t1} \cdot {i_{Z1}}^2(t)dt}{\int_{t1}^{t2} U_1 \cdot i_{Z1}(t)\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} U_2 \cdot i_{Z2}(t)\mathrm{d}t} \tag{3.3.10}$$

$$p\%_{Rt2} = \frac{W_{Rt}}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R_{t2} \cdot {i_{Z2}}^2(t)dt}{\int_{t1}^{t2} U_1 \cdot i_{Z1}(t)\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} U_2 \cdot i_{Z2}(t)\mathrm{d}t} \tag{3.3.11}$$

$$p\%_{Rt} = p\%_{Rt1} + p\%_{Rt2} \tag{3.3.12}$$

Poměr spínacích odporů sčítám do jednoho poměru, protože všechny spínače považuji za totožné. Teď za pomocí rovnic (3.3.7 až 3.3.12) spočtu jednotlivé poměry a účinnost pro frekvence kolem rezonanční frekvence pro dva různé činitele jakosti Q=10 a Q=80, tyto průběh jsou vyneseny v obr. 3.13.

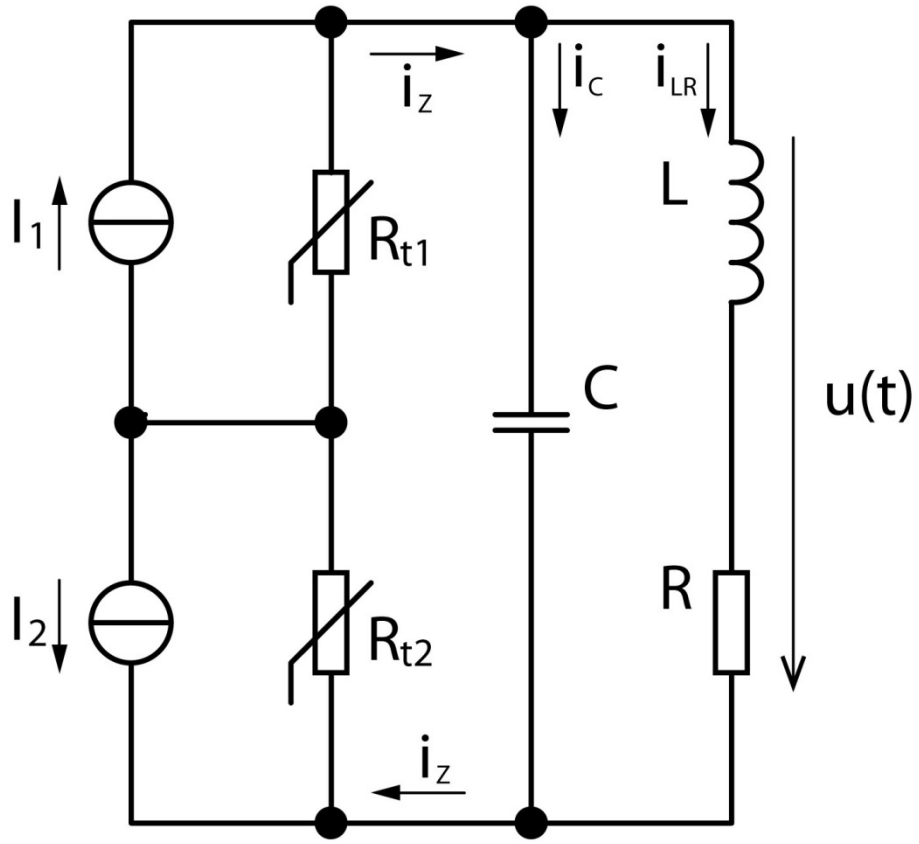


Obr. 3.13 *Účinnosti η a poměry p% v závislosti na frekvenci pro činitele jakosti Q=10 a Q=80*

Podle očekávání nejlepší účinnost je v bodě rezonanční frekvence. Můžeme si všimnout, že při vysokém Q (velká impedance cívky) je vliv frekvence značný a účinnost klesá rychleji, než je tomu u malých Q. U obou typů je nejlepší účinnost v bodě rezonanční frekvence.

3.4 Rezonanční jednofázový paralelní střídač

Vlastnosti paralelního jednofázového rezonančního střídače s polovodičovými spínači byly popsány v kapitole 2.4. Rezonanční střídač podle obr. 2.5 je pro možnosti modelování upraven do zjednodušeného obvodu (obr. 3.13).



Obr. 3.13 *Principiální schéma rezonančního paralelního střídače*

Činnost střídače spočívá ve střídavém vedení proudu spínači S1 a S4 a potom S2 a S3 podle schématu v kap. 2.4 (obr. 2.5). V tomto zjednodušeném modelu (obr. 3.13) charakterizuje sepnutí S1 a S4 spínací odpor R_{t1}, S2 a S3 spínací odpor R_{t2}. Spínací odpory jsou naprogramovány tak, aby v době, kdy jeden má minimální odpor, aby druhý měl maximální odpor. Tím do topného oscilačního obvodu L, C, R zavádím obdélníkové proudové impulsy $i_z(t)$ střídavé polarity. Napětí $u(t)$ na oscilačním obvodu L, C, R je čistě sinusové, je to tím, že kondenzátor C filtruje vyšší harmonické obdélníkového průběhu napětí. Kmitočet střídače je řízen přímo zátěží-oscilačním topným obvodem.

Model oscilačního obvodu podle obr 3.13 lze popsat soustavou rovnic 3.4.1-3.4.4

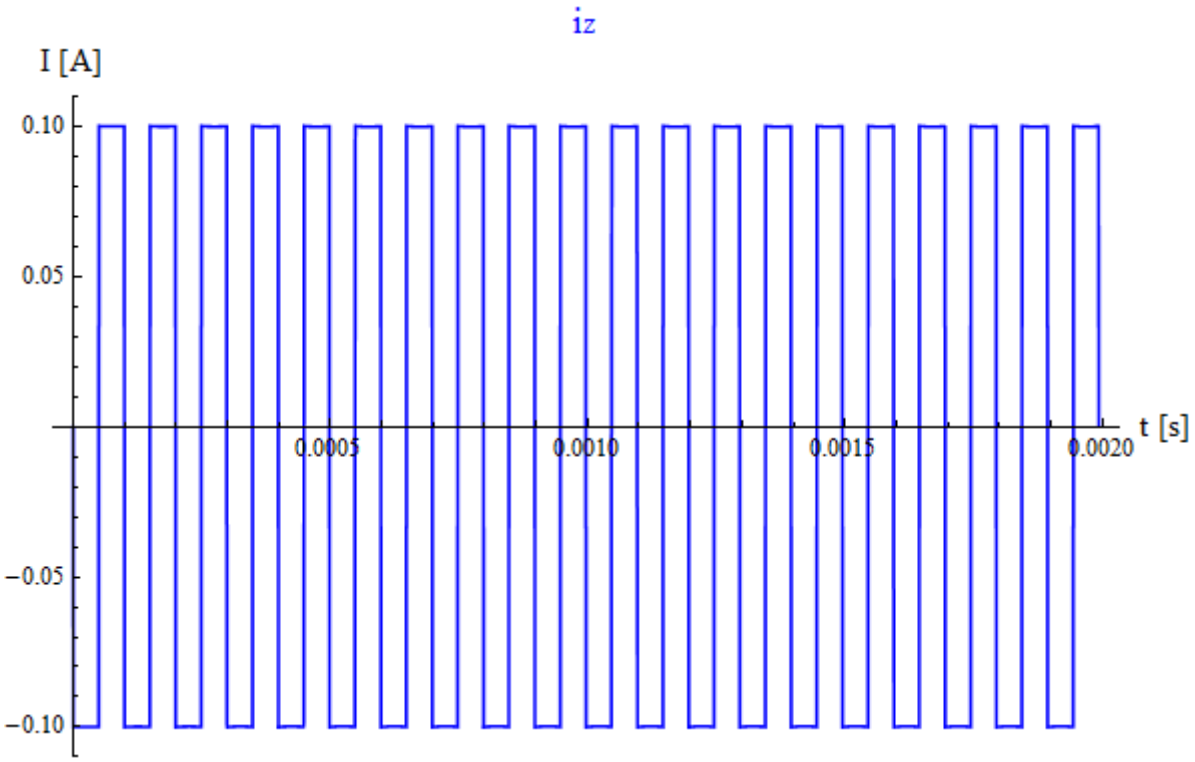
$$u(t) = R_{t1}(I_1 - i_z(t)) - R_{t2}(I_2 + i_z(t)) \tag{3.4.1}$$

$$i_z(t) = i_C(t) + i_{LR}(t) \tag{3.4.2}$$

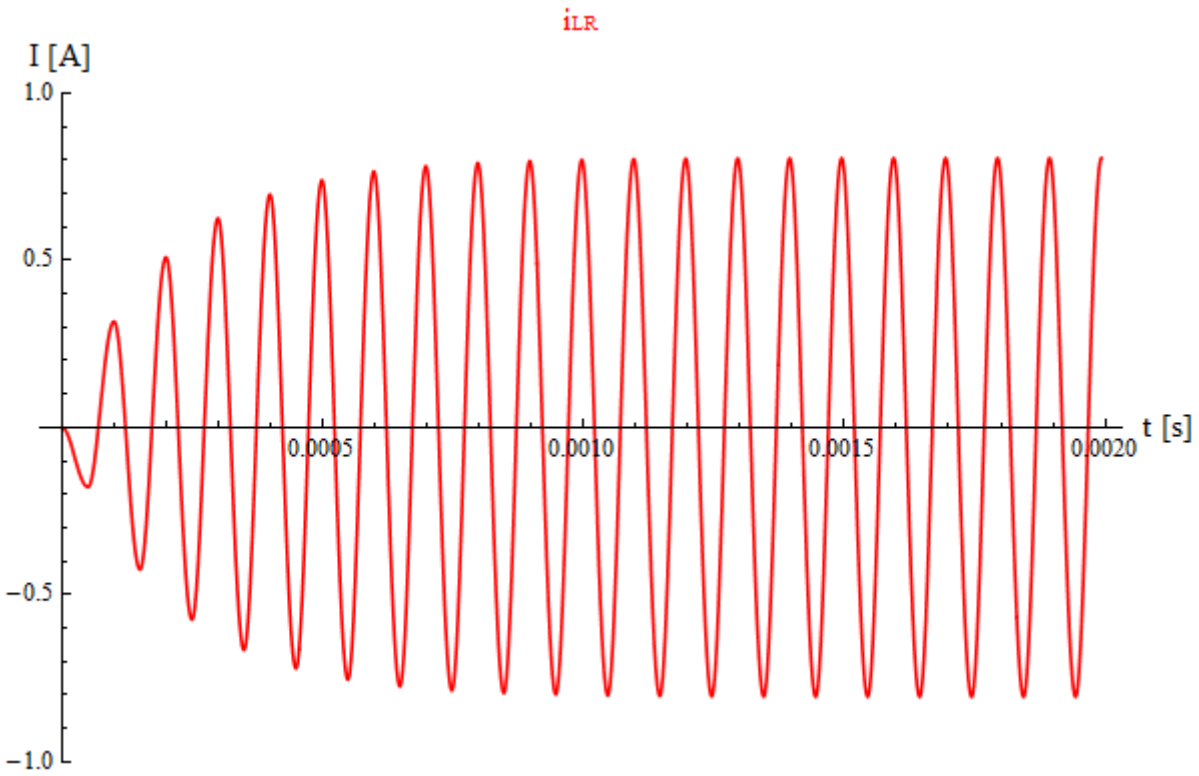
$$u(t) = R \cdot i_{LR}(t) + L \cdot \frac{di_{LR}(t)}{dt} \tag{3.4.3}$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt} \tag{3.4.4}$$

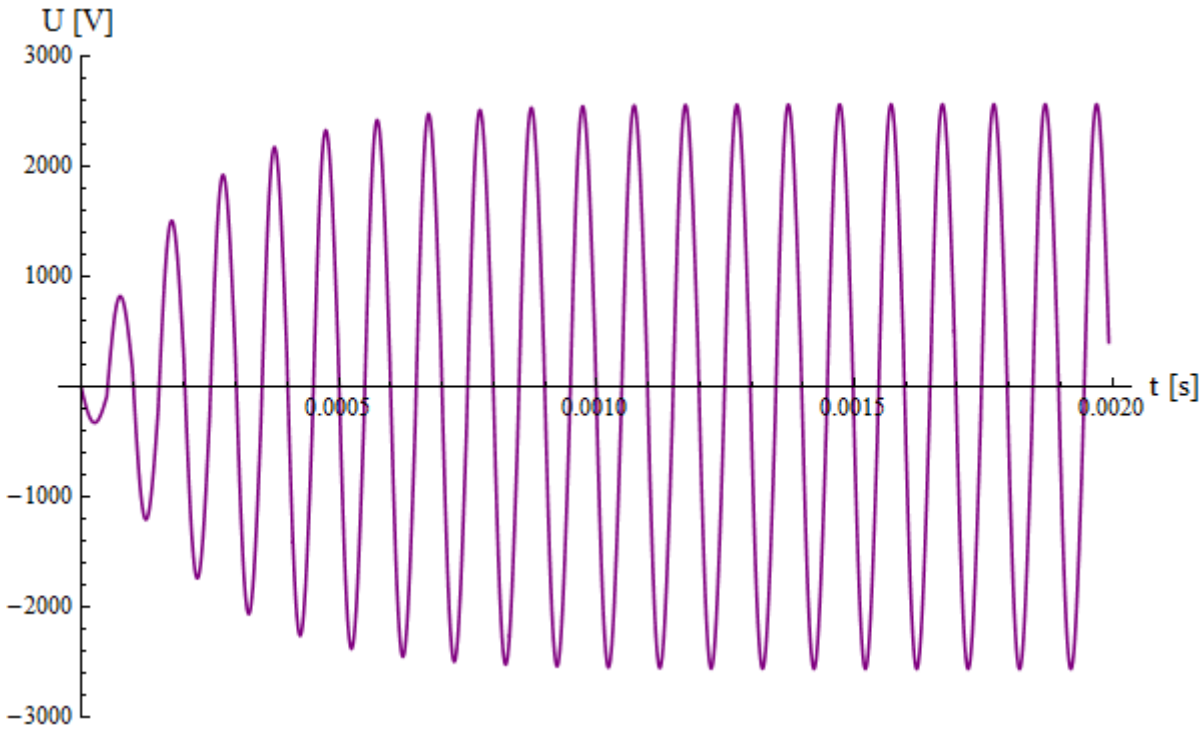
Tuto soustavu za pomocí software Mathematica vyřeším podobně jako u předchozích modelů. Zajímá nás průběh proudů $i_z(t)$, $i_{LR}(t)$ a napětí $u(t)$ na zátěži oscilačního obvodu, průběhy proudů jsou vyneseny v grafech (obr. 3.14 a 3.15) a napětí v grafu (obr. 3.16). Řešení rezonančního jednofázového paralelního střídače je v příloze **zdroj_3.nb**.



Obr. 3.14 *Průběh proudu do zátěže* $i_z(t)$



Obr. 3.15 *Průběh proudu cívkou induktoru* $i_{LR}(t)$



Obr. 3.16 *Průběh napětí na zátěži* $u(t)$

Proud i_z je dle očekávání obdélníkový, proud v cívce i_{LR} je čistě sinusové stejně tak i napětí u je sinusové.

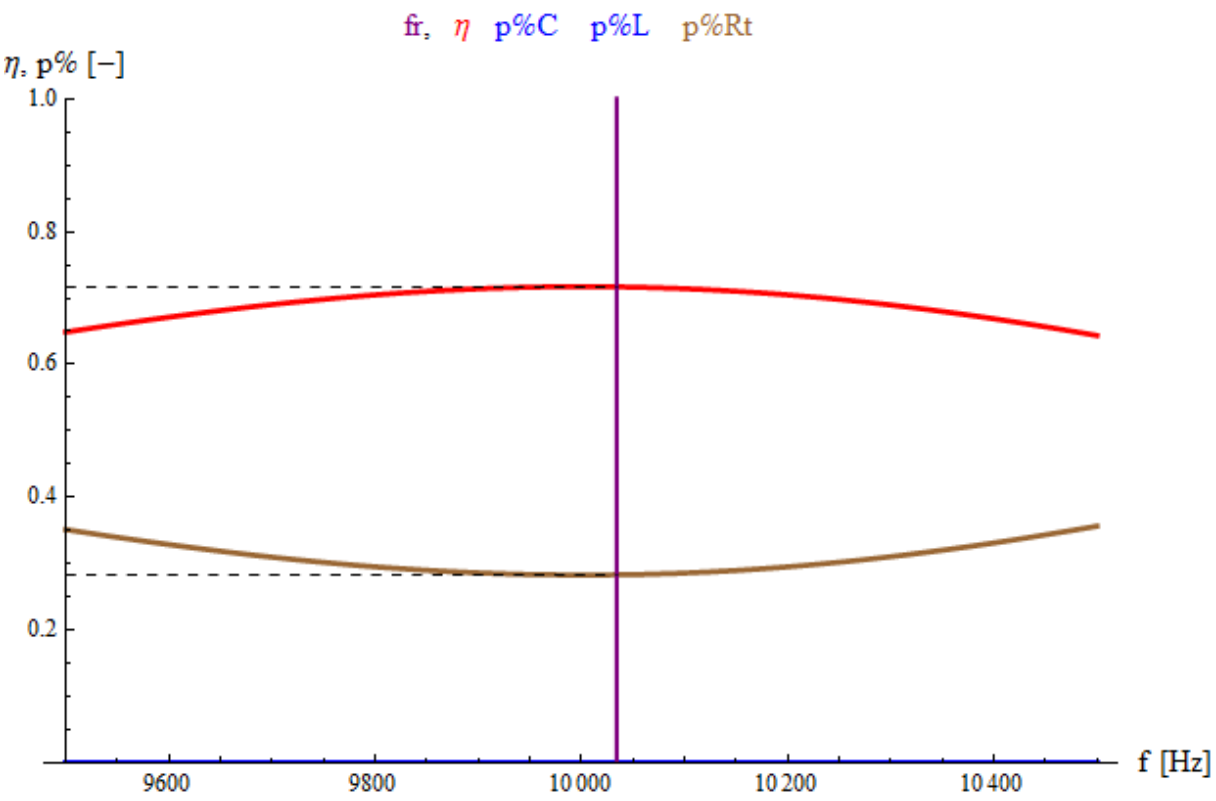
$$\eta = \frac{W_R}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R \cdot {i_{LR}}^2(t)\mathrm{d}t}{\int_{t1}^{t2} I_1 \cdot R_{t1}(I_1 - i_z(t))\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} I_2 \cdot R_{t2}(I_2 + i_z(t))\mathrm{d}t} \tag{3.4.5}$$

$$p\%_C = \frac{W_C}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} C \frac{d}{dt}(u^2(t))dt}{\int_{t1}^{t2} I_1 \cdot R_{t1}(I_1 - i_z(t))\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} I_2 \cdot R_{t2}(I_2 + i_z(t))\mathrm{d}t} \tag{3.4.6}$$

$$p\%_L = \frac{W_L}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} L \frac{d}{dt}\left({i_{LR}}^2(t)\right)dt}{\int_{t1}^{t2} I_1 \cdot R_{t1}(I_1 - i_z(t))\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} I_2 \cdot R_{t2}(I_2 + i_z(t))\mathrm{d}t} \tag{3.4.7}$$

$$p\%_{Rt} = \frac{W_{Rt}}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R_{t1} \cdot {i_z}^2(t)dt + \int_{t1}^{t2} R_{t2} \cdot {i_z}^2(t)dt}{\int_{t1}^{t2} I_1 \cdot R_{t1}(I_1 - i_z(t))\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} I_2 \cdot R_{t2}(I_2 + i_z(t))\mathrm{d}t} \tag{3.4.8}$$

Nyní se budu jako u předchozích obvodů zabývat účinností zkoumanou v okolí rezonanční frekvence v závislosti na frekvenci. Účinnost je proměřována pro činitel jakosti Q=6, protože pro činitel jakosti Q=80 je hodnota napětí u na hodnotě převyšující 100kV při stejném napájecím proudu I=0,1A a v praxi se pro tepelnou techniku nevyužívají. Výpočty pro účinnost a poměry ztrát jsou v rovnicích (3.4.5-3.4.8) a výsledné průběhy jsou v grafu (obr. 3.17).

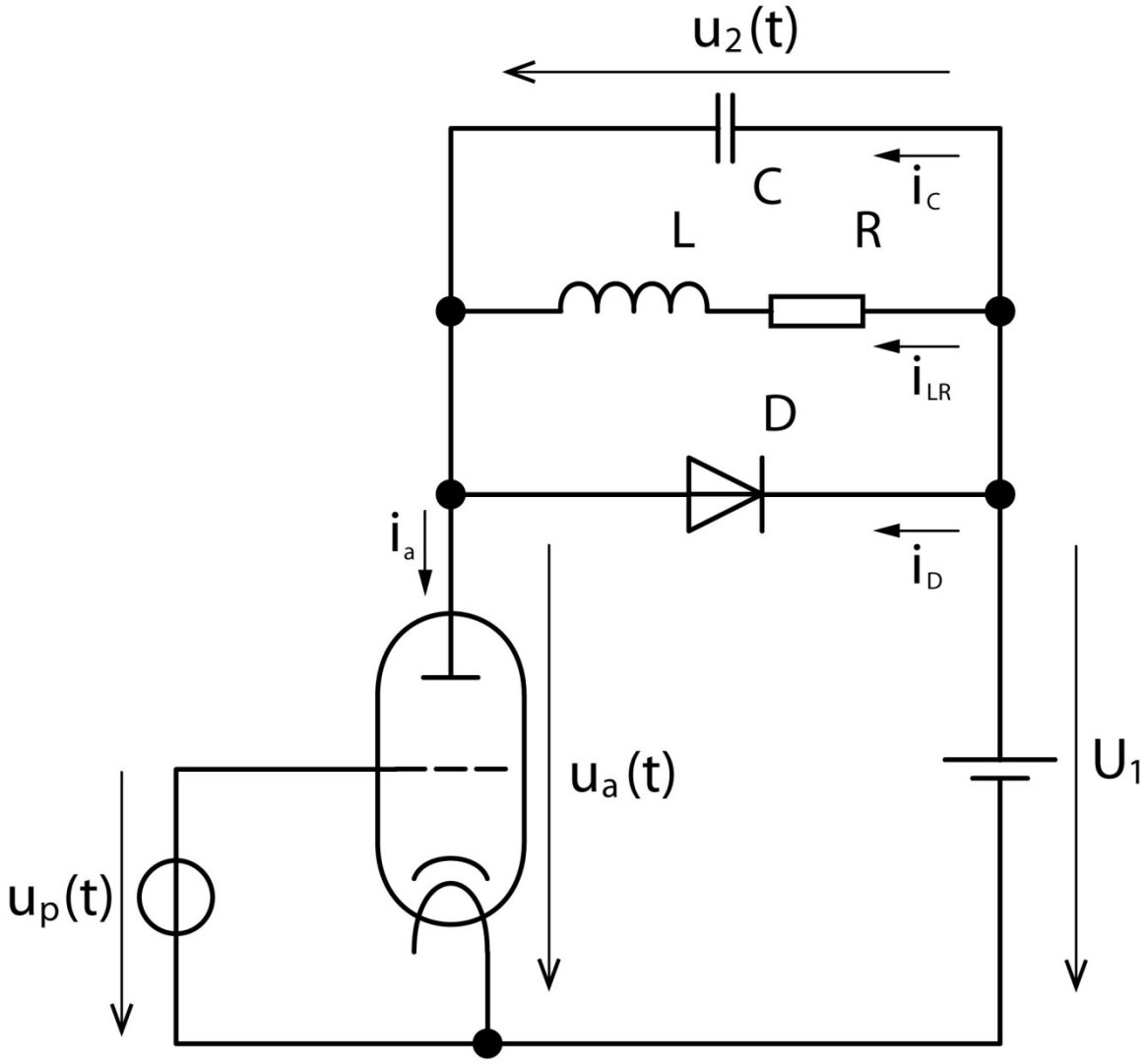


Obr. 3.17 *Průběhy účinnosti a poměrů v závislosti na frekvenci*

Z charakteristiky účinnosti je patrné, že maximum je podobně jako u předchozích střídačů v bodě rezonanční frekvence. Maximální účinnosti je v tomto případě kolem 75%, což je o více jak 20% méně než u sériového rezonančního střídače. Největší ztráty jsou ve spínacích odporech R_{t1} a R_{t2}.

3.5 Paralelní rezonanční střídač řízený triodou

Schéma zapojení elektronkového střídače je na obr. 3.18. Jedná se o jednoduché zapojení paralelního LRC obvodu s triodou. Trioda je elektronka, která má mezi elektrodami katodou a anodou další elektrodu – mřížku. Elektrony vylétající z katody mohou mezi závity mřížky volně prolétávat k anodě. Přivedeme-li nyní na mřížku záporné napětí proti katodě, odpuzuje mřížka záporně nabité elektrony, a tím jim zabraňuje v průletu k anodě. Podle velikosti napětí na mřížce zadržuje se více nebo méně elektronů, a tím se řídí anodový proud elektronky.



Obr. 3.18 *Principiální schéma zapojení elektronkového zdroje s paralelním LRC obvodem*

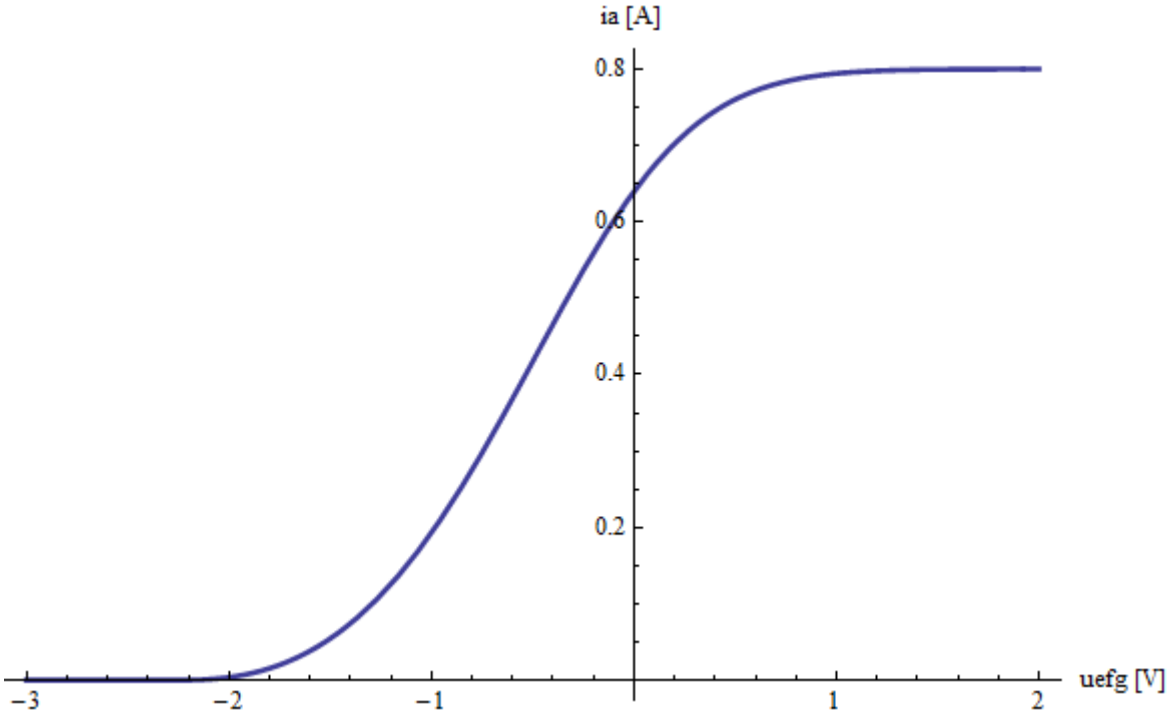
Grafické řešení jsou z minulosti známá, ale numerické řešení obvodů s elektronkami nebylo dříve možné. Ovšem v literatuře lze nalézt vztah důsledkem aplikace elektromagnetického pole, ale pro řešení obvodů s elektronkami nebyl využíván. Tento vztah lze popsat jako:

$$i_a = f\left(u_g + \frac{u_a}{\mu}\right) = f(u_{effga}), \qquad \mu = konst. \tag{3.5.1}$$

i_a je anodový proud elektronkou
u_g je mřížkové napětí
u_a je anodové napětí
μ je zesilovací činitel, který udává jaká změna anodového napětí ΔU_a vyrovná změnu mřížkového napětí ΔU_g. Tedy $\mu = \Delta U_a / \Delta U_g$ při $I_a = konst.$

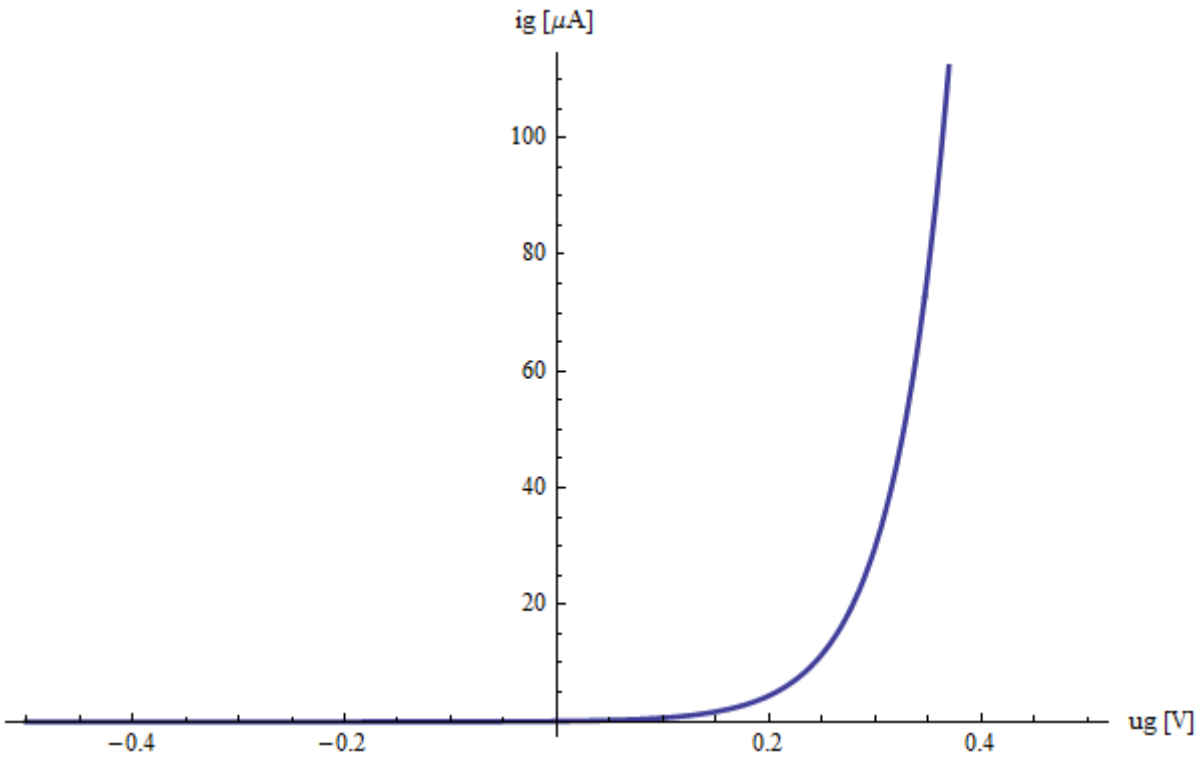
Vztah nám říká, že anodový proud lze vyjádřit jako funkci jedné proměnné, kde onou proměnnou je lineární kombinace mřížkového a anodového napětí, orientovaného proti katodě.

Tato závislost byla poskytnuta vedoucím práce a je vynesena na obr. 3.19.



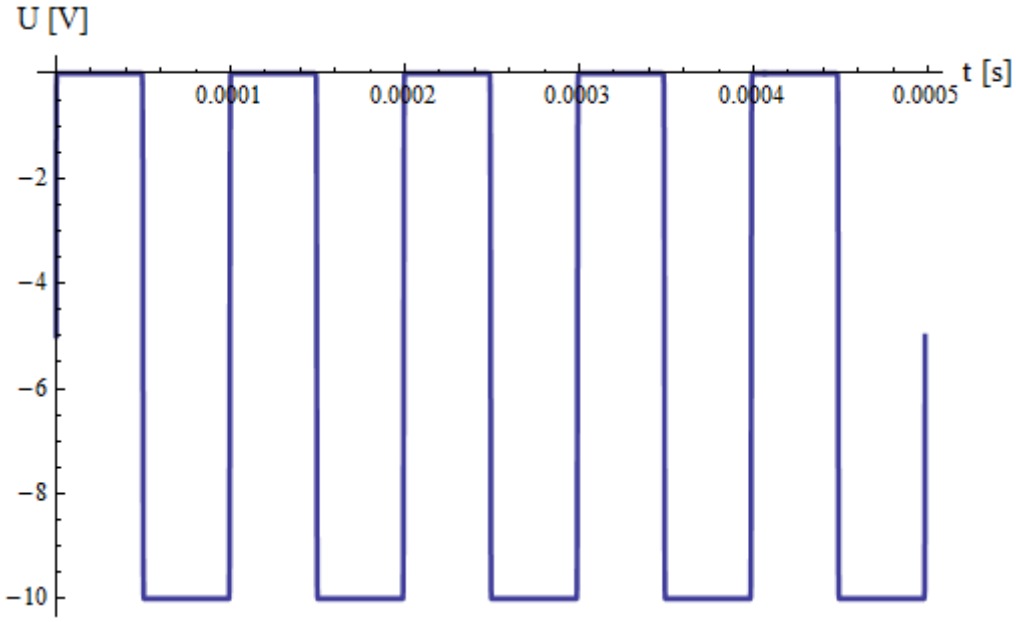
Obr. 3.19 *Závislost anodového proudu na napětí u_{effga} podle rovnice (3.5.1)*

Jelikož v oscilátorech pracují elektronky i s nenulovým mřížkovým proudem, bylo třeba modelovat i tento proud. Tato závislost $i_g = f(u_g)$ byla nahrazena upraveným analytickým vyjádřením charakteristiky polovodičové diody. Tato závislost je na obr. 3.20.



Obr. 3.20 *Charakteristika mřížkového proudu triody* $i_g = f(u_g)$

Ovšem na mřížku triody přivádíme záporné napětí u_p proti katodě podle obr. 3.21. Je vidět, že se jedná o pulzy záporné hodnoty, a když položím $u_g = u_p$, tak z charakteristiky triodového proudu dostanu zanedbatelně malý proud mřížkou. Proto v dalších výpočtech s touto hodnotou nepočítám.



Obr. 3.21 *Napětí* u_p *přiváděno na mřížku triody v závislosti na čase*

Řešení paralelního rezonančního střídače řízený triodou je v příloze **zdroj_4a.nb**.

Model oscilačního triodového zdroje podle obr. 3.18 lze popsat soustavou rovnic 3.5.2-3.5.6

$$\frac{di_{LR}(t)}{dt} + \frac{di_C(t)}{dt} + \frac{di_D(t)}{dt} = \frac{di_a(u_{effga}(t))}{dt} \tag{3.5.2}$$

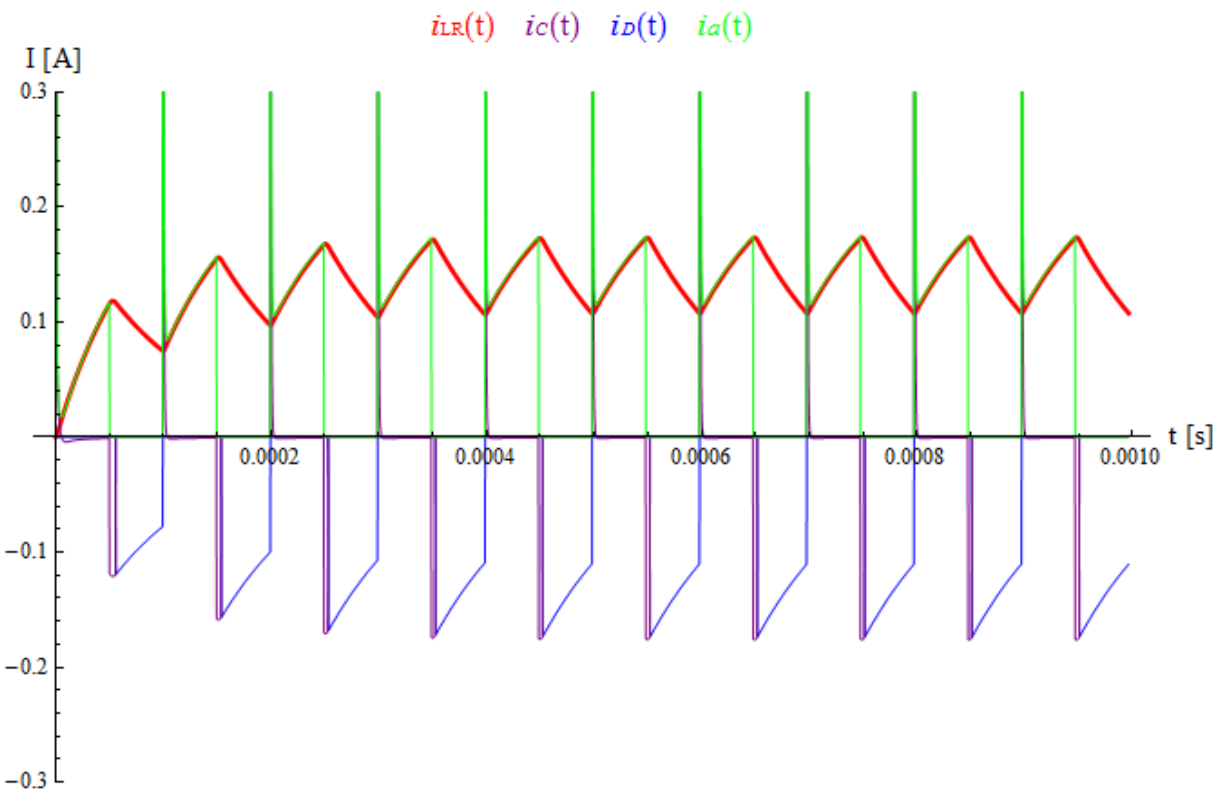
$$\frac{du_2(t)}{dt} = L \cdot \frac{d^2 i_{LR}(t)}{dt^2} + R \cdot \frac{di_{LR}(t)}{dt} \tag{3.5.3}$$

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{du_p(t)}{dt} + \frac{du_a(t)}{dt} \tag{3.5.4}$$

$$\frac{di_C}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_2(t)}{dt^2} \tag{3.5.5}$$

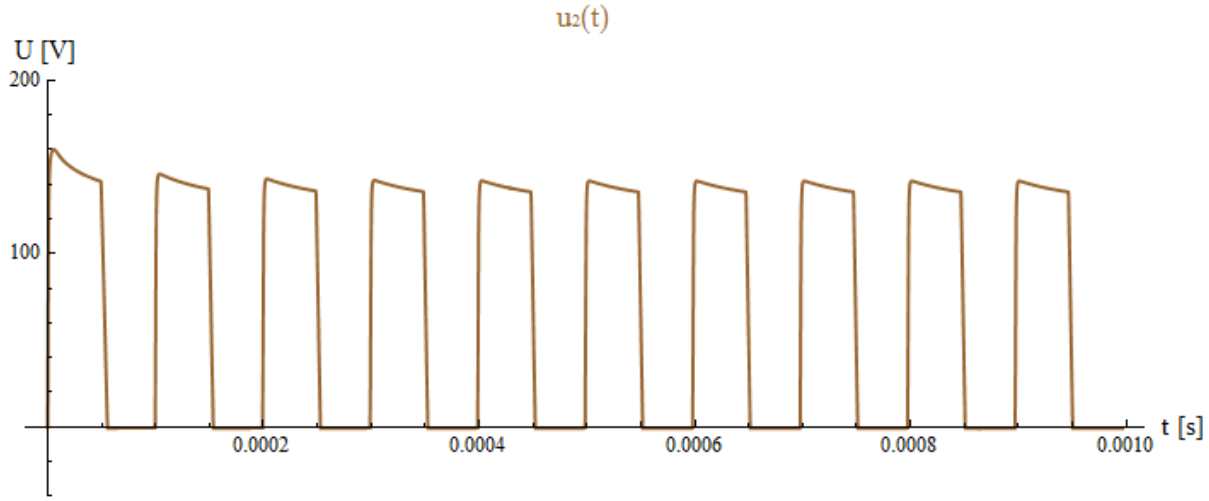
$$\frac{di_D(t)}{dt} = \frac{d(-10^{-7} e^{-19 \cdot u_2(t)} - 1)}{dt} \tag{3.5.6}$$

Tyto rovnice (3.5.2-3.5.6) vznikly derivací algebraických rovnic, protože příkaz NDSolve v programu Mathematica nedokázal tuto soustavu algebrodiferenciálních rovnic řešit v rozumném čase. Pokud počáteční podmínky splňují danou algebrodiferenciální rovnici, derivovaná rovnice zaručí, pro technicky možné funkce platnost rovnice i v celém časovém vývoji. Počáteční podmínky této soustavy rovnic jsou všechny nulové až na počáteční podmínku napětí anodou kde $u_a(t_0) = U_1$. Nyní je třeba soustavu vyřešit v programu Mathematica. Zajímají nás průběhy proudů $i_a(t)$, $i_{LR}(t)$, $i_C(t)$ a $i_D(t)$ a průběhy napětí $u_2(t)$ a $u_a(t)$.

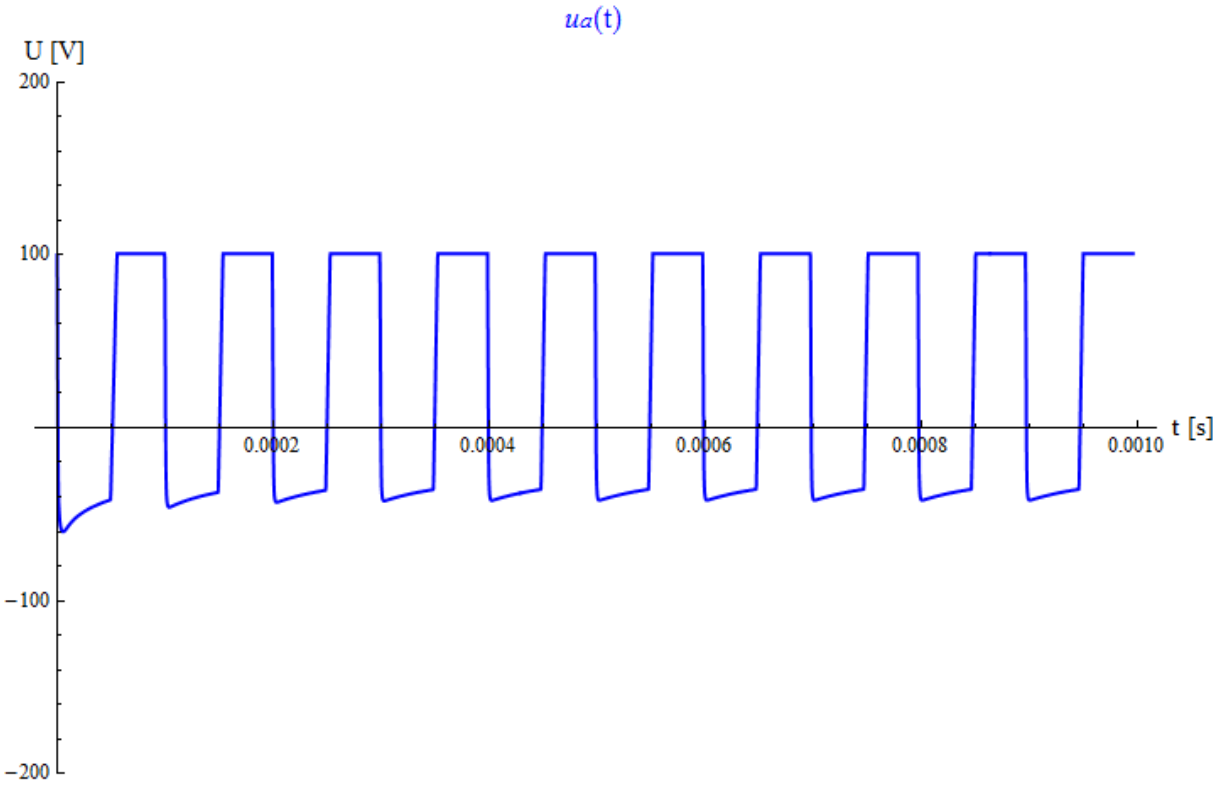


Obr. 3.22 *Průběhy proudů* $i_a(t)$, $i_{LR}(t)$, $i_C(t)$ *a* $i_D(t)$

Průběhy proudů jsou vyneseny v obr. 3.22, je zde vidět podobnost s průběhy proudů zdroje z kap. 3.2. Jelikož je trioda v oscilačních obvodech brána jako spínač tak i celý obvod je podobný obvodu v kap. 3.2. Průběhy napětí na induktoru $u_2(t)$ je na obr. 3.23 a napětí na triodě $u_a(t)$ je na obr. 3.24.



Obr. 3.23 *Napětí $u_2(t)$ na induktoru*



Obr. 3.24 *Napětí $u_a(t)$ na triodě*

Po základním popisu obvodu a vysvětlení i funkčnosti triody je třeba jako u ostatních obvodů určit účinnost a ztráty v okolí rezonanční frekvence. Účinnost a poměry ztrát spočtu podle rovnic (3.5.7-3.5.11)

$$\eta = \frac{W_R}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} R \cdot {i_{LR}}^2(t)\mathrm{d}t}{W_Z} \tag{3.5.7}$$

$$p\%_C = \frac{W_C}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} C \frac{d}{dt}({u_2}^2(t))dt}{W_Z} \tag{3.5.8}$$

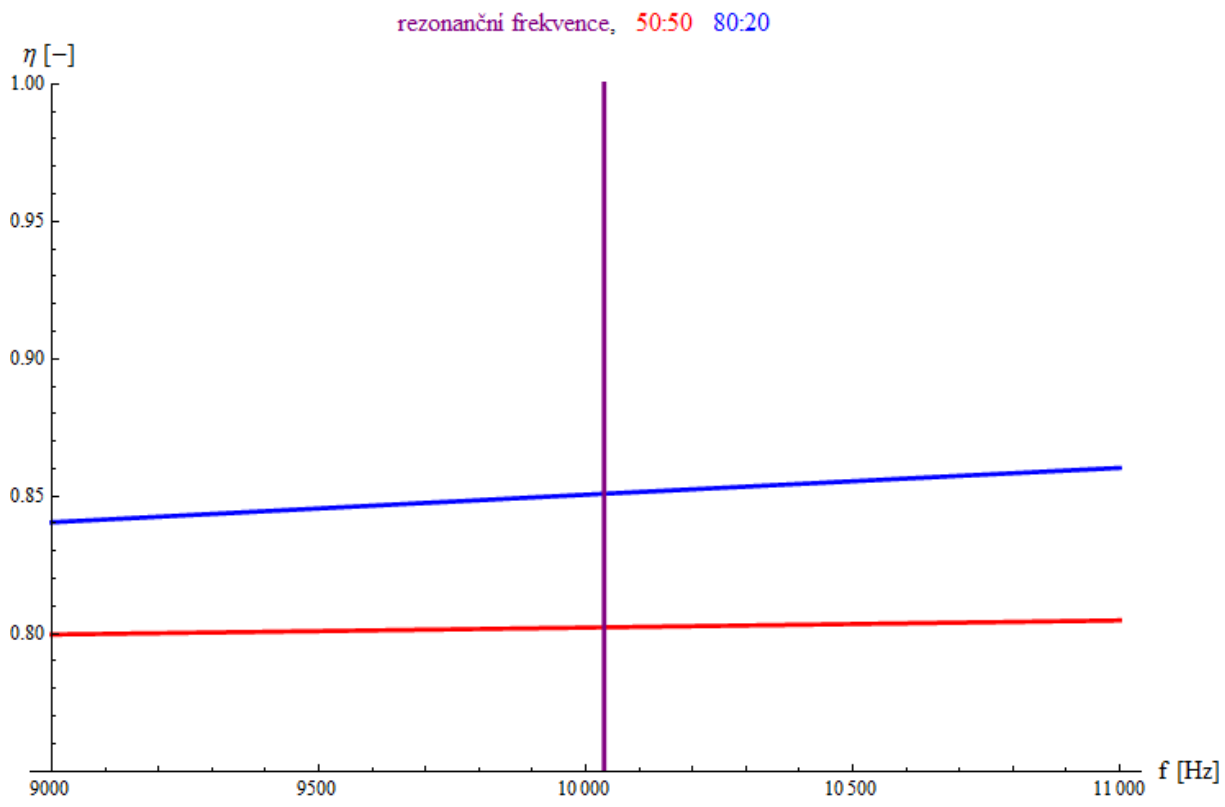
$$p\%_L = \frac{W_L}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} L \frac{d}{dt}\left({i_{LR}}^2(t)\right)dt}{W_Z} \tag{3.5.9}$$

$$p\%_{El} = \frac{W_{Rt}}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} u_a(t) \cdot i_a(u_{effga}(t))dt}{W_Z} \tag{3.5.10}$$

$$p\%_D = \frac{W_D}{W_Z} = \frac{\int_{t1}^{t2} u_2(t) \cdot i_D(t)dt}{W_Z} \tag{3.5.11}$$

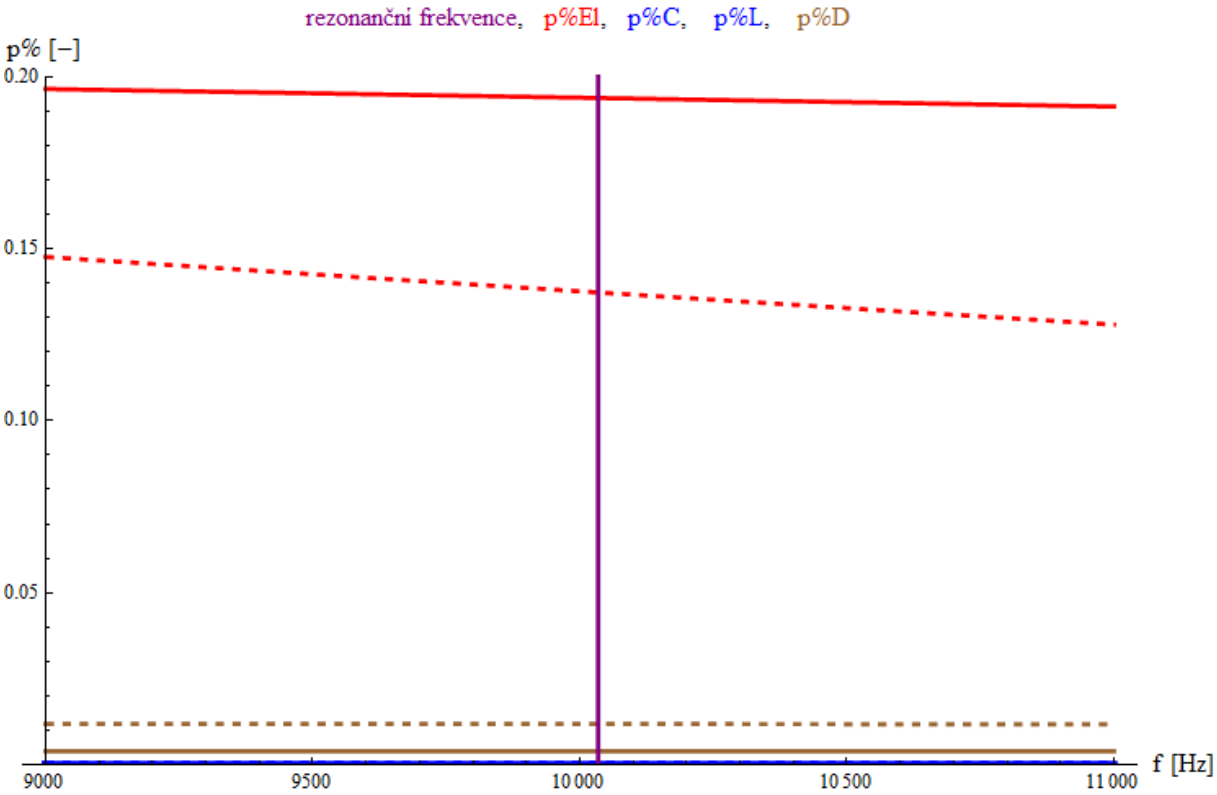
kde W_Z je

$$W_Z = \int_{t1}^{t2} R \cdot {i_{LR}}^2(t)\mathrm{d}t + \int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} C \frac{d}{dt}({u_2}^2(t))dt + \\ + \int_{t1}^{t2} \frac{1}{2} L \frac{d}{dt}\left({i_{LR}}^2(t)\right)dt + \int_{t1}^{t2} u_a(t) \cdot i_a(u_{effga}(t))dt + \int_{t1}^{t2} u_2(t) \cdot i_D(t)dt \tag{3.5.12}$$



Obr. 3.25 *Průběhy účinnosti pro střídy 50:50 a 80:20 v závislosti na frekvenci*

Účinnosti a poměry ztrát jsem propočítal pro střídy 50:50 a 80:20 (kratší okamžik elektronka nevede), při střídách nižších jak 1 (např. 20:80) účinnost klesla k nule, proto jsem takovou závislost ani neuvažoval. Jak je vidět v grafu na obr. 3.25, účinnost je vyšší pro větší střídy než 50:50, a s vyšší frekvencí roste, proto je optimální používat rezonanční zdroj pro frekvenci rovnou frekvenci rezonanční nebo nepatrně vyšší. Účinnost se pohybuje kolem hodnoty 80% pro střídu 50:50 a 85% pro střídu 80:20.



Obr. 3.26 *Poměry ztrát pro střídy 50:50 a 80:20 (čerchovaná) v závislosti na frekvenci*

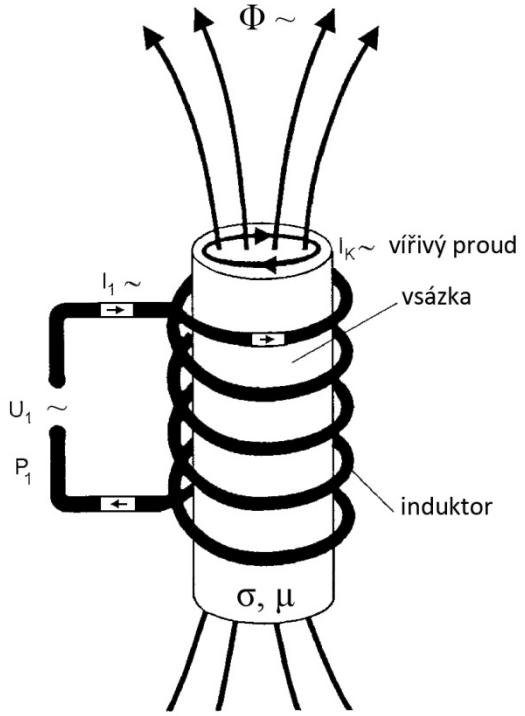
Z obr. 3.26 ve kterém jsou vyneseny poměry ztrát plyne že nejvíce energeticky ztrátová součástka je trioda která při střídě 50:50 odebírá až 20% energie oproti tomu dioda odebírá maximálně 1% energie při střídě 50:50.

Byly uvažované i jiné způsoby zapojení, jejich modely lze najit v příloze **zdroj_4b.nb** a **zdroj_4c.nb**.

4. Výpočet elektrotepelného indukčního zařízení

Každé indukční zařízení sestává vždy z cívky, kterou prochází střídavý proud, ze zdroje a ze vsázky, která přijímá elektromagnetické vlnění vyzářené cívkou. Je to v podstatě vzduchový transformátor, kde cívka je stranou primární a vsázka stranou sekundární, spojenou nakrátko.

Průchodem proudu rovinným zářičem vzniká v jeho okolí elektromagnetické vlnění rovinné. Průchodem proudu válcovým zářičem vzniká v okolí tohoto zářiče elektromagnetické vlnění válcové. Válcová cívka, kterou prochází střídavý proud, vyzařuje do své dutiny válcové elektromagnetické vlnění.



Obr. 4.1 *Princip vzniku tepla v indukčních zařízeních* [3]

Umístíme-li souose v cívce válcovou elektricky vodivou vsázku, pak dopadající elektromagnetické vlnění vstupuje do vsázky povrchem a vyvolává indukované proudy, jejichž účinkem se vsázka zahřívá. Pronikající elektromagnetické vlnění se utlumuje a jeho energie se mění na energii tepelnou. Hloubka vniku záření a se vyjádří jako

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \gamma \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} \tag{4.1}$$

ω je kmitočet $[s^{-1}]$
μ je permeabilita $[H \cdot m^{-1}]$
γ je konduktivita $[S \cdot m^{-1}]$

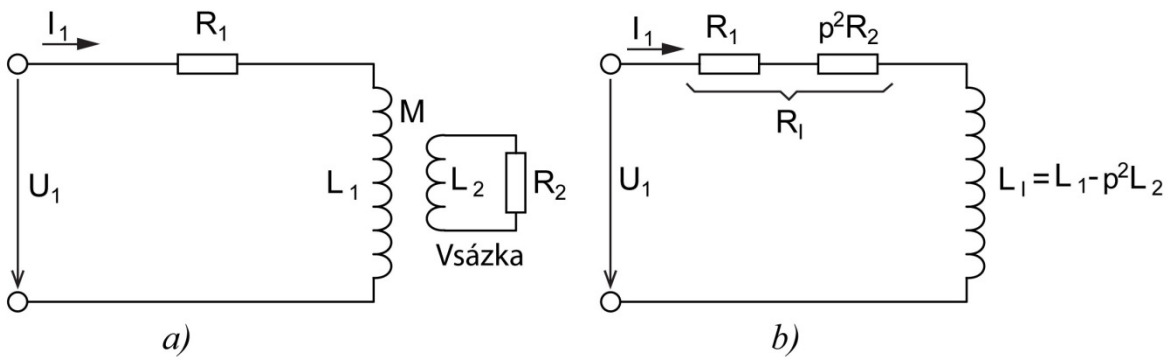
Hloubkou vniku rozumíme vzdálenost, na které se v daném materiálu amplituda veličin pole utlumí e-krát. Hloubka vniku záření závisí na kmitočtu a v tab. 4.1 jsou uvedeny orientační hodnoty a pro ocel, hliník a měď v závislosti na frekvenci od 50Hz do 1 MHz.

Tab. 4.1 *Orientační hodnoty hloubky vniku u oceli, mědi a hliníku v závislosti na frekvenci* [3]

Frekvence [Hz]	Hloubka vniku [mm]					
	Cu		Al		Ocel	
	20 °C	1100 °C	20 °C	660 °C	20 °C	800 °C
50	9,5	31,8	12,2	31,5	8,0	71,2
1 000	2,1	7,1	2,7	7,0	1,8	15,9
10 000	0,67	2,25	0,86	2,2	0,56	5,0
1 000 000	0,067	0,22	0,086	0,22	0,056	0,5

Elektrická účinnost indukčního ohřevu je závislá na poměru d/a. Tedy velikosti průměru, tloušťky vsázky ku hloubce vniku. K rovnoměrnému prohřátí celé vsázky v co nejkratší době je ekonomicky výhodné volit takové parametry, aby průměr vsázky byl asi 3,5krát větší než hloubka vniku a.

Po probrání základů vzniku tepla v indukčních zařízeních přikročíme k výpočtům indukčních zařízení. Indukční zařízení tvoří dva indukčně spřažené obvody podle obr. 4.2a. Zde ohřívací cívka tvoří primární obvod a vsázka tvoří sekundární obvod. Vsázka může být buď v dutině ohřívací cívky, nebo v její blízkosti a má s ní vzájemnou indukčnost M.



Obr. 4.2 *Indukčně vázané obvody* [2]

U_1 je napětí přiváděné na svorky ohřívací cívky
I_1 je proud ve vinutí ohřívací cívky
I_2 je proud ve vsázce
R_1 je činný odpor ohřívací cívky
L_1 je indukčnost ohřívací cívky
R_2 je činný odpor vsázky
L_2 je indukčnost vsázky
R_I je přetransformovaný činný odpor
L_I je přetransformovaná indukčnost

Výpočty je k dané vsázce (resp. soustavě vsázek určit tvar, uspořádání a elektrické parametry ohřívací cívky, aby celá soustava odebírala ze zdroje napětí U_1 potřebný výkon. Návrh velmi často vychází z možností, praktických znalostí a zkušeností, je to nejobtížnější část úlohy. Po návrhu ohřívací cívky a vsázky lze provádět vlastní výpočet a tím lze stanovit pro každý zdroj počet závitů ohřívací cívky a překontrolovat vhodnost navrženého uspořádání celé ohřívací cívky.

Pro obvod 4.2a platí

$$R_1\boldsymbol{I}_1 + j\omega L_1\boldsymbol{I}_1 + j\omega M\boldsymbol{I}_2 = \boldsymbol{U}_1 \tag{4.2}$$

$$R_2\boldsymbol{I}_2 + j\omega L_2\boldsymbol{I}_2 + j\omega M\boldsymbol{I}_1 = 0 \tag{4.3}$$

Z rovnice 4.3 si spočteme $\boldsymbol{I}_2$

$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{-j\omega M\boldsymbol{I}_1}{R_2 + j\omega L_2} \tag{4.4}$$

a tento proud dosadíme do rovnice 4.2 a po úpravě získáme rovnici pro $\boldsymbol{I}_1$

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{U}_1}{R_1 + j\omega L_1 + \dfrac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2}} \tag{4.5}$$

Výraz ve jmenovateli rovnice 4.5 je impedance na svorkách induktoru $\boldsymbol{Z}_1$, který upravíme do tvaru:

$$\boldsymbol{Z}_1 = R_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} R_2 + j\omega\left(L_1 - \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} L_2\right) \tag{4.6}$$

Z rovnice 4.4 vyjádříme poměr

$$\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{I}_2}{\boldsymbol{I}_1} = \frac{-j\omega M}{R_2 + j\omega L_2} \tag{4.7}$$

Tento výraz (rce. 4.7) vyjadřuje transformační převod mezi dvěma indukčně vázanými obvody v komplexní formě. Podle Pythagorovy věty vyjádříme poměr v absolutní hodnotě mezi proudem sekundárním $\boldsymbol{I}_2$ ve vsázce s proudem primárním $\boldsymbol{I}_1$.

$$p = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\sqrt{\omega^2 M^2}}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}} \qquad p^2 = \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \tag{4.8}$$

Rovnici impedance (rce. 4.6) můžeme přepsat do tvaru

$$\boldsymbol{Z}_1 = R_1 + p^2 R_2 + j\omega(L_1 - p^2 L_2) = R_I + j\omega L_I \tag{4.9}$$

kde

$$R_I = R_1 + p^2 R_2 \tag{4.10}$$

$$L_I = L_1 - p^2 L_2 \tag{4.11}$$

Výraz $p^2 R_2$ vyjadřuje přetransformovaný odpor ze sekundárního obvodu na primární obvod, $p^2 L_2$ vyjadřuje stejně přetransformovanou indukčnost. Tím můžeme obvod podle obr. 4.2a nahradit jednodušším obvodem podle obr. 4.2b, který odebírá při napětí U_1 naprosto stejný proud I_1 co do velikosti tak i fáze.

Budeme zprvu uvažovat, že ohřívací cívka má pouze 1 závit stejných geometrických rozměrů, jako bude mít celé vinutí s N závity. Výpočty pro cívku s jedním závitem budeme označovat indexem (1). $U_{1(1)}$ bude napětí, které bychom museli přivést na cívku pouze s jedním závitem, aby ohřívací cívka se vsázkou odebírala zadaný výkon P_1 při frekvenci f. Při napětí $U_{1(1)}$ bude skutečný počet závitů N

$$N = \frac{U_1}{U_{1(1)}} \tag{4.12}$$

Když budeme uvažovat, že ohřívací cívka má jen jeden závit, budeme mít indukčnost $L_{1(1)}$, odpor $R_{1(1)}$, vzájemnou indukčnost se vsázkou $M_{(1)}$, proud $I_{1(1)}$ a napětí $U_{1(1)}$. Vsázku již z principu uvažujeme za jednozávitovou. Pro jednozávitovou ohřívací cívku budou mít rovnice (4.9) až (4.11)

$$\boldsymbol{Z}_1 = R_{I(1)} + j\omega L_{I(1)} \tag{4.13}$$

kde

$$R_{I(1)} = R_{1(1)} + p_{(1)}^2 R_{2(1)} \tag{4.14}$$

$$L_{I(1)} = L_{1(1)} - p_{(1)}^2 L_{2(1)} \tag{4.15}$$

kde $p_{(1)}$ je transformační převod pro jednozávitovou ohřívací cívku. Poté mohu psát

$$p = N p_{(1)} \tag{4.16}$$

$$I_{1(1)} = N I_1 \tag{4.17}$$

Bude-li procházet jednozávitovou cívkou podle obr. 4.2b proud $I_{1(1)}$, bude výkon

$$P_1 = R_{I(1)} I_{1(1)}^2 \quad \text{resp.} \quad P_2 = p_{(1)}^2 R_2 I_{1(1)}^2$$

$$I_1^2 = \frac{U_{1(1)}^2}{Z_{1(1)}^2} = \frac{U_{1(1)}^2}{R_{1(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} \tag{4.18}$$

$$P_1 = R_{I(1)} \frac{U_{1(1)}^2}{R_{1(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} \quad \text{resp.} \quad P_2 = p_{(1)}^2 R_2 \frac{U_{1(1)}^2}{R_{1(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2}$$

takže napětí mohu vyjádřit jako

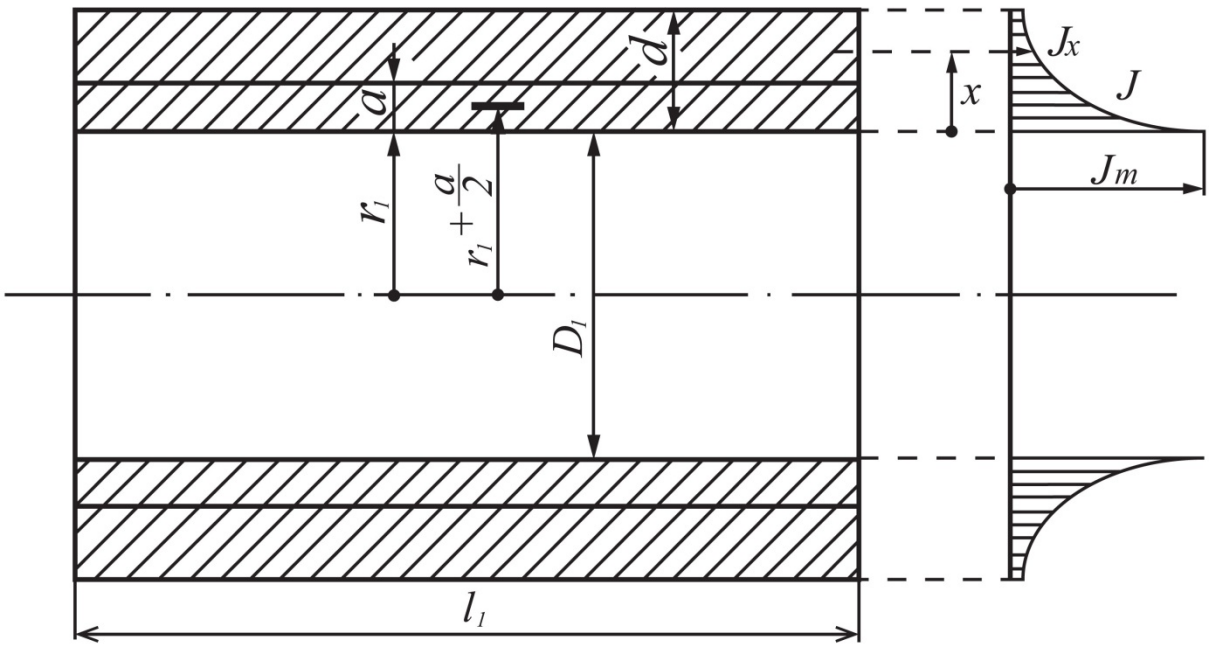
$$U_{1(1)} = \sqrt{\frac{P_1}{R_{I(1)}}}\sqrt{R_{1(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} \tag{4.19}$$

$$U_{1(1)} = \sqrt{\frac{P_1}{p_{(1)}^2 R_2}}\sqrt{R_{1(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} \tag{4.20}$$

Z rovnice 4.19 (resp. 4.20) můžeme vypočítat napětí $U_{I(1)}$, známe-li $R_{1(1)}$ a $L_{1(1)}$ resp. $p_{(1)}^2 R_2$. Nyní bude třeba na základě daných materiálových a geometrických parametrů jednozávitové cívky a vsázky vypočítat $R_{I(1)}$ a $L_{I(1)}$ Parametry $R_{1(1)}$ a $L_{1(1)}$ se vztahují k prázdné jednozávitové ohřívací cívce (bez vložené vsázky) a lze je vypočítat poměrně snadno.

4.1 Výpočet odporu $R_{1(1)}$

Uvažujeme jednozávitovou cívku kruhového průřezu podle obr. 4.3, jejíž poloměr r_1 je mnohonásobně větší než hloubka vniku a, což je většinou v praxi splněno.



Obr. 4.3 *Jednozávitová cívka kruhového průřezu a průběh hustoty proudu* [2]

V pravé části obr. 4.3 je naznačeno, že hustota proudu ubývá přibližně exponenciálně směrem ven z dutinky cívky po tloušťce d. Zjednodušeně se dá uvažovat, že v hloubce vodiče x je fázor hustoty proudu podle rovnice

$$\boldsymbol{J} = J_m \cdot e^{-\frac{x}{a}} \cdot e^{-j\frac{x}{a}} \tag{4.21}$$

Hustota proudu má tedy v každém místě jinou amplitudu, exponenciálně klesající a jiný fázový posun oproti hustě na vnitřním povrchu cívky daným úhlem $\varphi = x/a$ (rad). Odvodili

jsme, že takto prostorově a časově různě rozložená hustota proudu se dá nahradit hustotou proudu rovnoměrnou a konfázní, procházející pouze v hloubce vniku a. Činný odpor tlusté stěny je rovna

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot a \cdot l_1} \tag{4.22}$$

a je hloubka vniku
γ je konduktivita
l je délka stěny ve směru tou proudu
l_1 je šířka stěny

Potom je vlastně al_1 průřez vodiče a l je délka vodiče. Vypočítáme proto odpor $R_{1(1)}$ jako odpor jednoho závitu daných rozměrů, který je z vodiče průřezu al_1 a to ve všech případech, kdy tloušťka vodiče je $d \geq a$. Odpor $R_{1(1)}$ jednozávitového induktoru tedy je

$$R_{1(1)} = k \cdot \frac{l}{\gamma \cdot a \cdot l_1} = k \cdot \frac{\varrho \cdot l}{a \cdot l_1} \tag{4.23}$$

l je střední hodnota na poloměru $r_1 + a/2$ podle obr. 4.3
k je činitel vzrůstu odporu vinutí s N závity

Činitel k se pohybuje mezi 1,04 až 1,2 a respektuje vzrůst odporu vinutí s N závity, protože u vícezávitového vinutí budou totiž mezi závity izolační mezery. Průřez vodiče teď klesne a odpor stoupne o 4-20%.

4.2 Výpočet indukčnosti $L_{1(1)}$

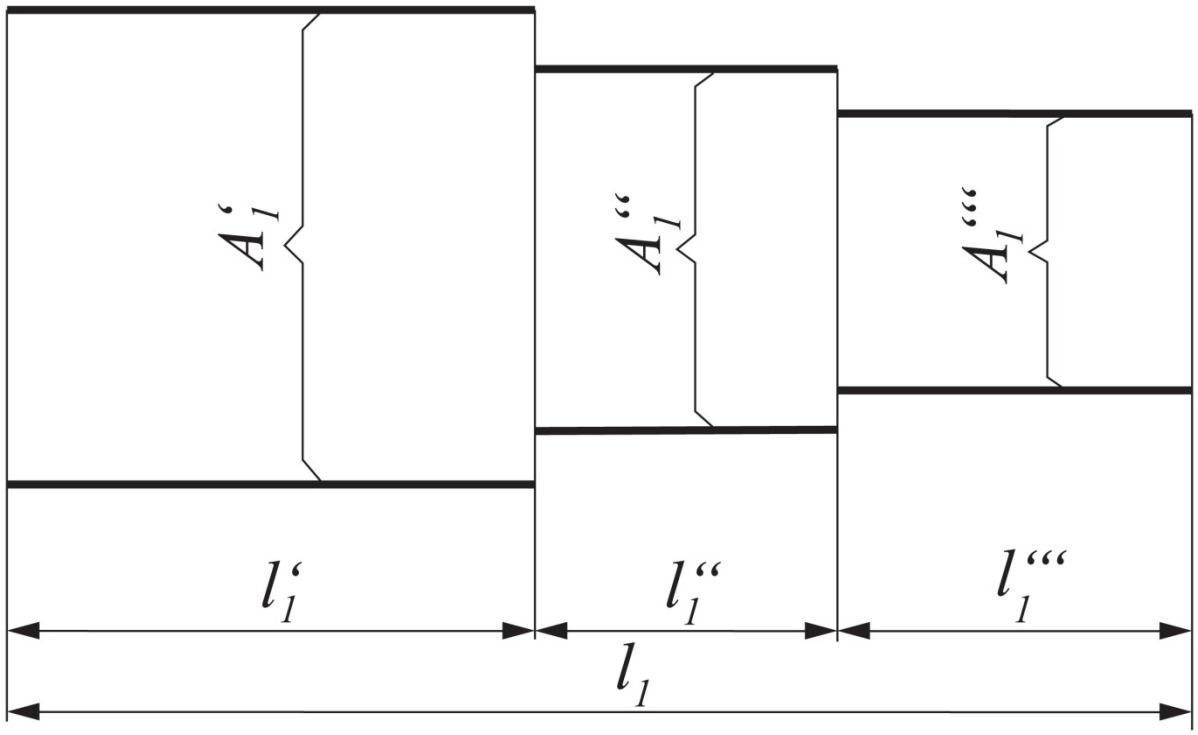
Obdobně jako u výpočtu odporu $R_{1(1)}$ můžeme i indukčnost prázdné cívky počítat tak, jako by všechen konfázní proud $I_{1(1)}$ procházel pouze v hloubce vniku a. Při výpočtu děláme ještě jeden zjednodušující předpoklad, předpokládáme, že cel proud $I_{1(1)}$ prochází středem hloubky vniku, tj. nulovým průřezem. Za těchto předpokladu je podle obr. 4.4 indukčnost

$$L_{1(1)} = \mu_0 \mu_r \frac{A_1}{l_1} \alpha_1 \tag{4.24}$$

μ_r je relativní permeabilita, obvykle rovna 1
l_1 je osová délka cívky ve směru magnetických silokřivek (podle obr. 4.3)
α_1 je koeficient zahrnující v sobě vliv tvaru průřezu cívky a rozměrových poměrů. Pro relativně velmi dlouhé vinutí ($l_1 \to \infty$) vzhledem k ostatním rozměrům je $\alpha_1 = 1$. Čím je l_1 relativně menší, tím klesá i α_1.
A_1 je plocha průřezu dutinky cívky zahrnující v sobě i plochu vymezenou jednou polovinou hloubky vniku a. Pro kruhovou cívku se spočte jako

$$A_1 = \pi \left(r_1 + \frac{a}{2}\right)^2 \tag{4.25}$$

Mění-li se u některých induktorů plocha průřezu dutinky A_1 skokově po délce induktoru (obr. 4.4), dosazujeme do rovnice (4.25) za A_1 střední hodnotu A_{1S} vyplívající z rovnice 4.26.



Obr. 4.4 *Odstupňovaný průřez dutinky cívky* [2]

$$\frac{l_1}{A_{1S}} = \frac{l_1'}{A_1'} + \frac{l_1''}{A_1''} + \frac{l_1'''}{A_1'''} + \cdots \tag{4.26}$$

Z toho plyne

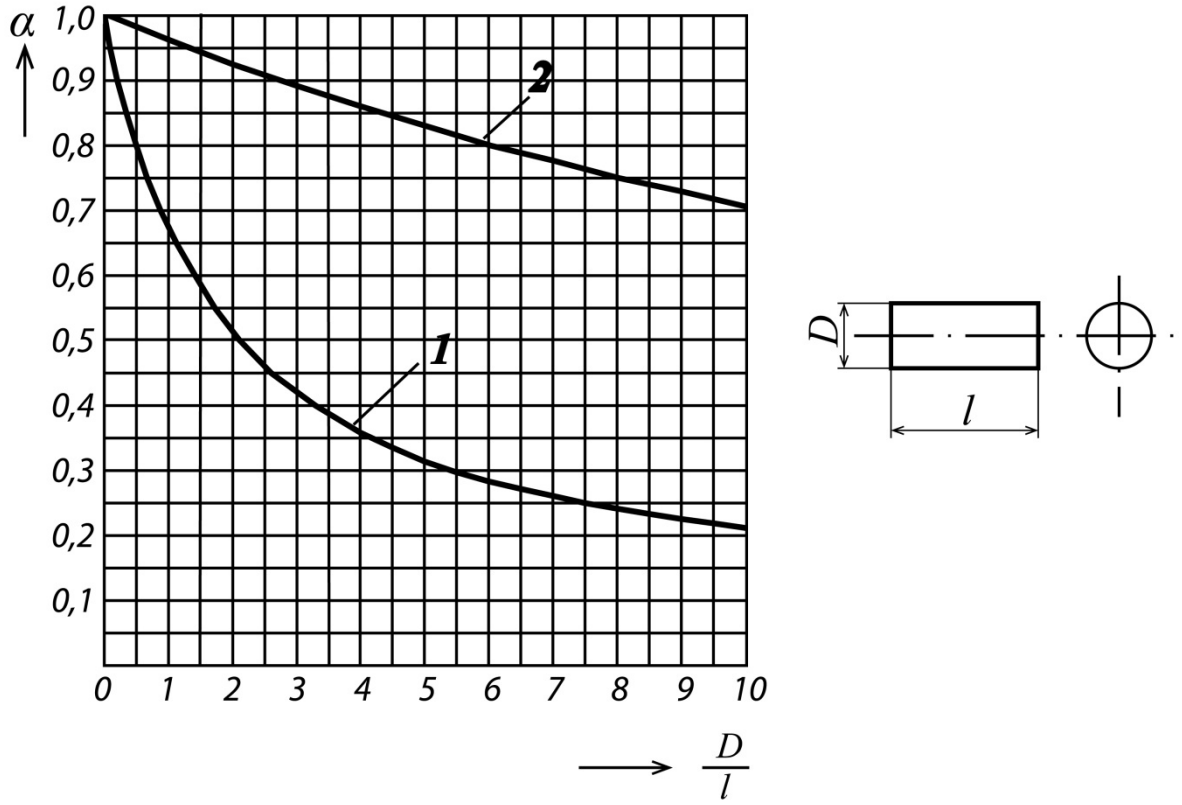
$$A_{1S} = \frac{l_1}{\frac{l_1'}{A_1'} + \frac{l_1''}{A_1''} + \frac{l_1'''}{A_1'''} + \cdots} \tag{4.27}$$

A_1', A_1'', A_1''' … jsou jednotlivé rozdílné průřezy dutinky vinutí
l_1', l_1'', l_1''' … jsou jednotlivé délky, které tyto průřezy zabírají z celkové délky l_1

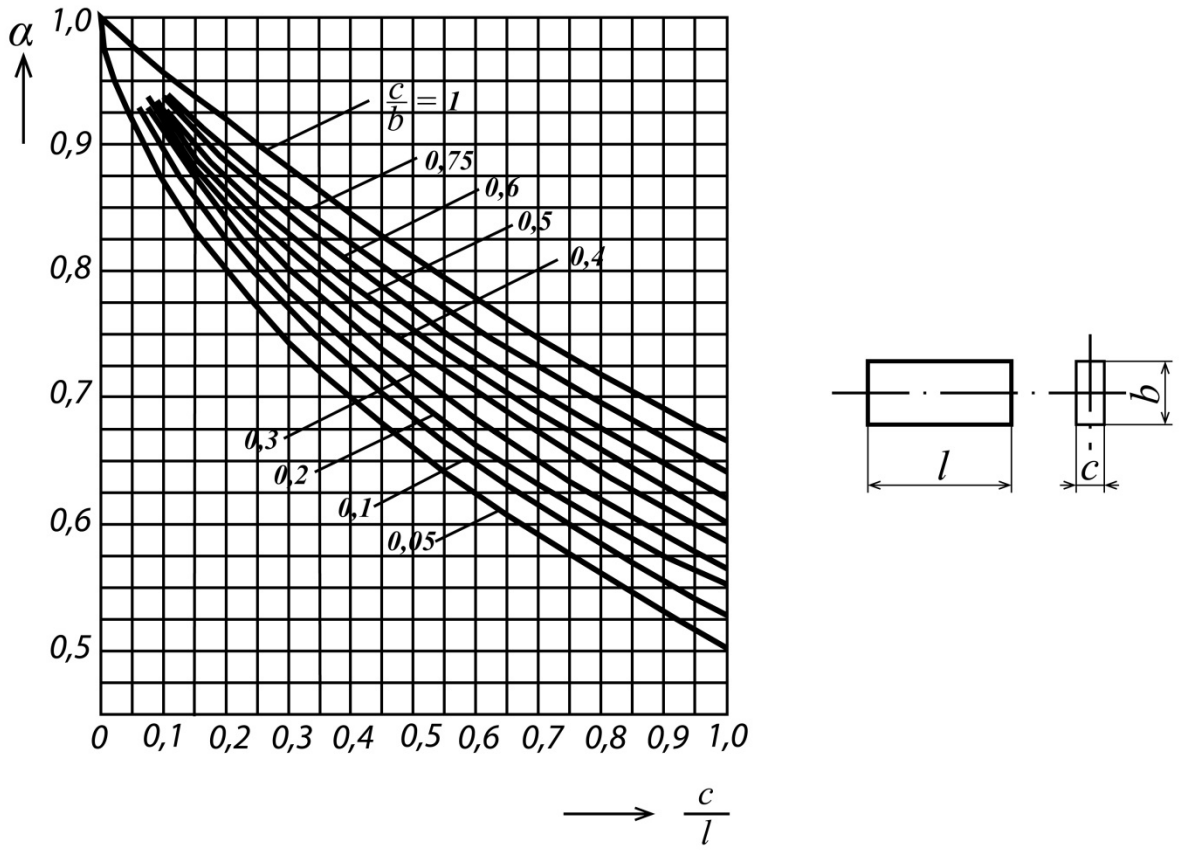
Pro cívky čtvercového nebo přibližně čtvercového průřezu lze vypočítat náhradní průřez d_1 pro určení α_1 z podmínky stejných ploch daného průřezu a kruhového průřezu

$$\frac{\pi d_1^2}{4} = (b+a)(c+a) \Rightarrow d_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{(b+a)(c+a)} \tag{4.28}$$

b, c jsou strany obdélníkového průřezu cívky
a je hloubka vniku



Obr. 4.5 *Součinitel α pro výpočet indukčnosti válcových cívek 1 – pro* D/l*, 2 – pro* $10D/l$ [2]

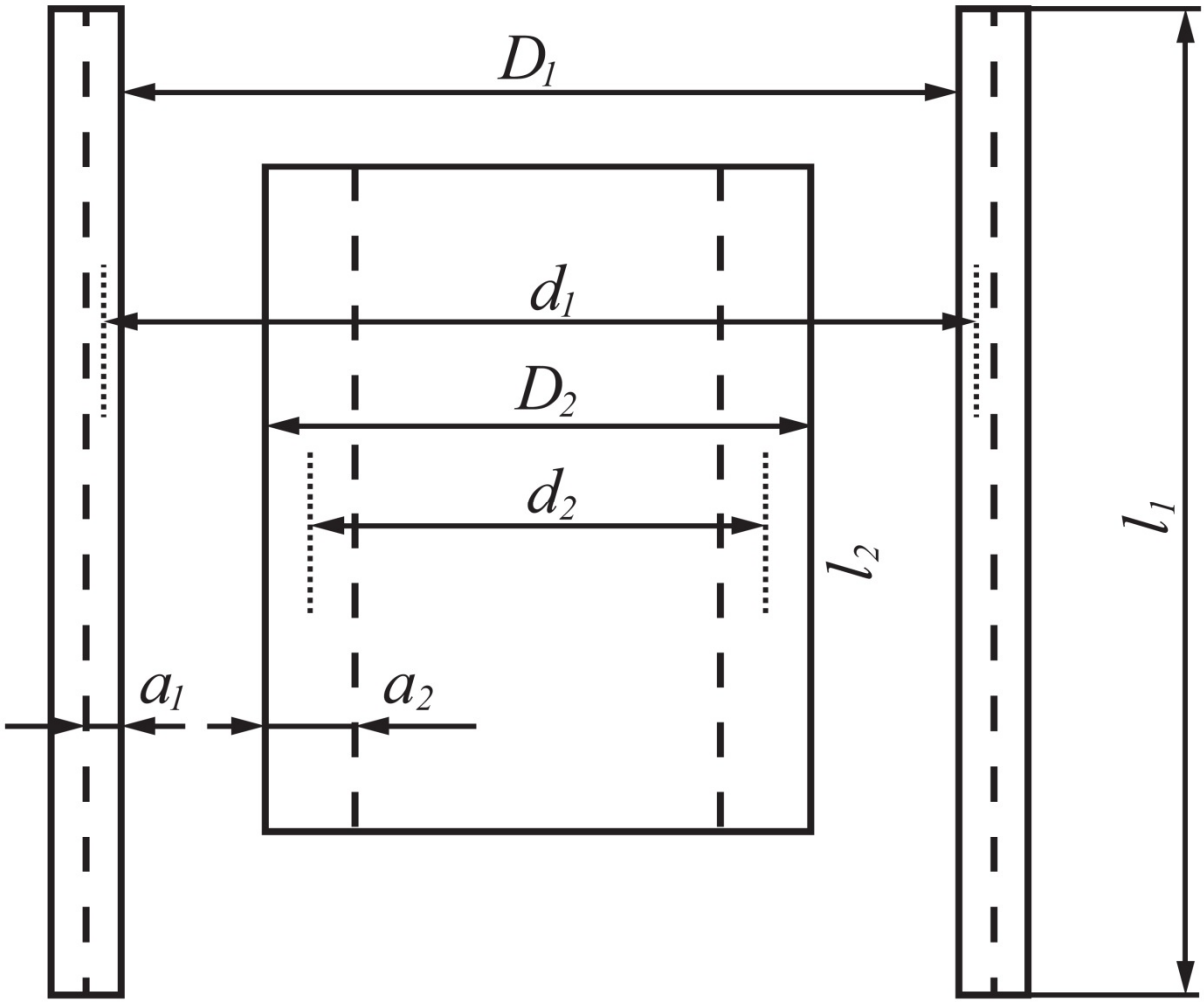


Obr. 4.6 *Součinitel α pro výpočet indukčních obdélníkových cívek* [2]

Koeficient α_1 počítáme nebo přečteme z diagramu pro poměry patřící ke střednímu průřezu A_{1S}. Hodnoty α pro cívky kruhového průřezu jsou uvedeny pro různé poměry průměrů cívek k jejich délce na obr. 4.5, hodnoty α pro cívky obdélníkového průřezu jsou na obr. 4.6.

4.3 Výpočet válcové cívky s válcovou vsázkou

Máme válcovou cívku s jednou válcovou vsázkou s homogenními elektrickými a magnetickými vlastnostmi (obr. 4.7). Hloubka vniku u válcové cívky je a_1 a u vsázky a_2.
Z výše popsaného je třeba stanovit hodnoty $R_{1(1)}$, $L_{1(1)}$ a $p_{(1)}^2 R_2$ pro základní rovnice (4.19) a (4.20).



Obr. 4.7 *Válcová cívka s válcovou vsázkou* [2]

Elektrické průměry:

$$d_1 = D_1 + a_1 \tag{4.29}$$

$$d_2 = D_2 - a_2 \tag{4.30}$$

Podle rovnic (4.14) a (4.15) určím $R_{I(1)}$ a $L_{I(1)}$. Odpor $R_{1(1)}$ počítáme podle rovnice (4.23), kde $l = \pi d_1$. Indukčnost $L_{1(1)}$ počítáme podle rovnice (4.24) kde $A_1 = \pi d_1^2/4$.

Odpor R_2 a indukčnost L_2 pro nemagnetickou vsázku je

$$R_2 = \frac{\varrho l}{a_2 l_2} \tag{4.31}$$

$$L_2 = \mu_0 \frac{A_2}{l_2} \alpha_2 \tag{4.32}$$

kde

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

$$\alpha_2 = f\left(\frac{d_2}{l_2}\right) \qquad \text{viz obr. 4.6}$$

Vzájemnou indukčnost určíme jako

$$M_{(1)} = \mu_0 \frac{\pi d_2^2}{l_2} F \tag{4.33}$$

F je činitel vzájemné indukčnosti dvou válcových cívek a lze ho určit z tab. P1 v příloze

Když známe $M_{(1)}$ můžeme pomocí rovnice (4.8) dopočítat transformační převod $p_{(1)}^2$. Tím máme pro rovnice (4.19) a (4.20) všechny potřebné hodnoty k výpočtu $U_{1(1)}$ a počet závitů N podle rovnice (4.12).

Indukce a odpor skutečné ohřívací cívky s N závity a s danou vsázkou je

$$L_I = N^2 L_{I(1)} \tag{4.34}$$

Odpor ohřívací cívky je

$$R_I = N^2 R_{I(1)} = N^2\left(R_{1(1)} + p_{(1)}^2 R_2\right) \tag{4.35}$$

Induktor ohřívací cívky bez vsázky je

$$L_1 = N^2 L_{1(1)} \tag{4.36}$$

Odpor ohřívací cívky je

$$R_1 = N^2 R_{1(1)} \tag{4.37}$$

Proud I_1 se dá vyjádřit jako

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{U_1}{\sqrt{R_I^2 + \omega^2 L_I^2}} \tag{4.38}$$

Tím si provedu kontrolu dřívějších výpočtů

Dále se spočítá úhel φ o který je proud opožděn za napětím

$$\tan\varphi = \frac{\omega L_I}{R_I} = q$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1+q^2}} \approx \frac{1}{q} \tag{4.39}$$

q je činitel jakosti cívky se vsázkou

Činný příkon, který odebírá cívka se vsázkou (kontrola)

$$P_1 = R_I I_1^2 = R_I \frac{U_1^2}{R_I^2 + \omega^2 L_I^2} \tag{4.40}$$

Činný příkon absorbovaný vsázkou (kontrola)

$$P_2 = p^2 R_2 I_1^2 = p^2 R_2 \frac{U_1^2}{R_I^2 + \omega^2 L_I^2} \approx p^2 R_2 \frac{U_1^2}{\omega^2 L_I^2} \tag{4.41}$$

Ztráty v ohřívací cívce, které musíme z cívky odvádět – nejčastěji vodou

$$P_{1Z} = P_1 - P_2 = R_1 I_1^2 = R_1 \frac{U_1^2}{R_I^2 + \omega^2 L_I^2} \approx R_1 \frac{U_1^2}{\omega^2 L_I^2} \tag{4.42}$$

Jalový příkon cívky se vsázkou

$$P_{1j} = \omega L_I I_1^2 = \omega L_I \frac{U_1^2}{R_I^2 + \omega^2 L_I^2} \approx \frac{U_1^2}{\omega L_I} \tag{4.43}$$

Kapacita C kondenzátorové baterie pro paralelní připojení k ohřívací cívce se vsázkou a pro kompenzaci na $\cos\varphi = 1$

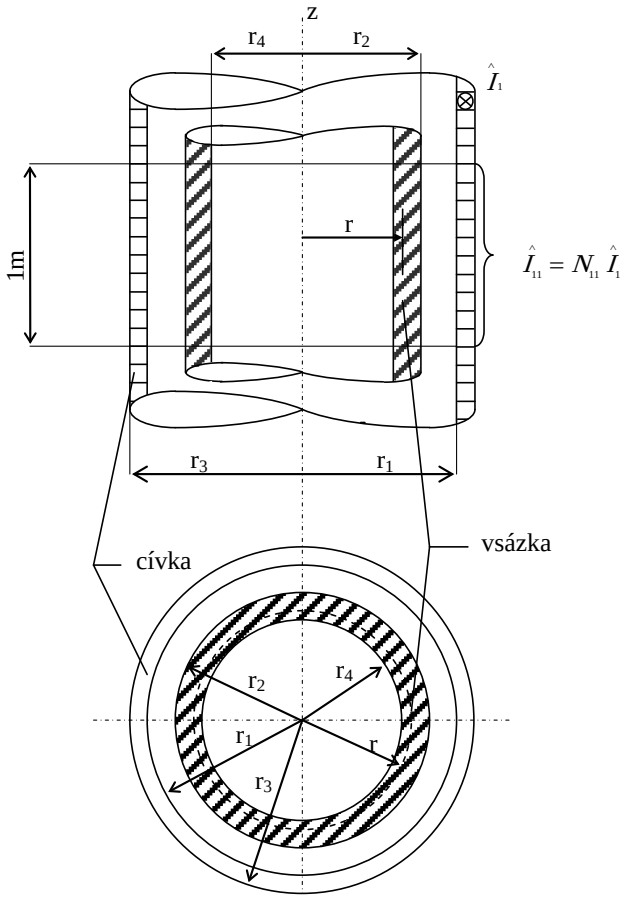
$$\begin{gathered} U_1^2 \omega C = \omega L_I \frac{U_1^2}{R_I^2 + \omega^2 I_I^2} \\ C = \frac{L_I}{R_I^2 + \omega^2 I_I^2} \approx \frac{1}{\omega^2 L_I} \end{gathered} \tag{4.44}$$

Činitel jakosti ohřívací cívky se vsázkou

$$q = \frac{\omega L_I}{R_I} \tag{4.45}$$

4.4 Dutá válcová vsázka

Uvažujme nekonečně dlouhou cívku o vnitřním poloměru r_1, vnějším r_3, se závity z vodiče obdélníkového průřezu a s izolací zanedbatelně malé tloušťky mezi závity. Na 1m délky cívky připadá N11 závitů, proud v cívce je I_1 [A]. V dutině cívky je homogenní magnetické pole. Do cívky vložíme souosý dutý válec z elektricky vodivého materiálu nekonečné délky. Na obrázku 4.8 je schematicky nakreslen řez cívkou a válcem. Vnější a vnitřní poloměr duté vsázky označme jako r_2 a r_4.



Obr. 4.8 *Válcová cívka se souosou válcovou dutou vsázkou* [7]

Proud I_1 procházející cívkou vyvolá magnetický tok v mezeře mezi cívkou a vsázkou, magnetický tok ve vsázce a magnetický tok v dutině vsázky. Časová změna součtu těchto toků vyvolá v jednou závitu cívky na poloměru r_1 úbytek napětí U_1. Po úpravách provedených podle [7] dostaneme výraz pro impedanci duté vsázky převedenou do obvodu cívky. Reálná část je činný odpor R_{21}

$$R_{21} = \frac{2\pi x_2}{\gamma} N_{11}^2 \frac{A_{x_2x_4} C_{x_2x_4} + B_{x_2x_4} D_{x_2x_4}}{C_{x_2x_4}^2 + D_{x_2x_4}^2} \tag{4.46}$$

a imaginární část je reaktance ωL_{21}

$$\omega L_{21} = \omega\mu\pi r_1^2 N_{11}^2 + \frac{2\pi x_2}{\gamma} N_{11}^2 \left[\frac{B_{x_2x_4}C_{x_2x_4} - A_{x_2x_4}D_{x_2x_4}}{C_{x_2x_4}^2 + D_{x_2x_4}^2} - \frac{x_2}{2}\right] \tag{4.47}$$

Znak x označuje zkráceně argument Besselových funkcí

$$x = \frac{r}{a}\sqrt{2} \tag{4.48}$$

Rovnice odporu a reaktance (4.46 a 4.47) jsou platné jen pro malé $x_2,\ x_4 < 8$

Význam členů $A_{x_2x_4}$ atd. budeme označovat zkráceně bez indexů a hodnoty výrazů $(AC + BD)/(C^2 + D^2)$ a $(BC - AD)/(C^2 + D^2)$ pro argumenty $x_2 = 0{,}2 - 7{,}0$, $x_4 = 0{,}0 - 7{,}0$, pro permeabilitu vsázky $\mu = 1$, jsou uvedeny v tabulce P2 v příloze. Takto lze podle Langera [7] určit hodnotu impedance duté vsázky pomocí tabulkových koeficientů. Jiný způsob výpočtu impedancí je určení magnetického pole v různých částech duté vsázky s cívkou. Tato metoda je popsána v další podkapitole.

4.5 Impedance cívky s dutou válcovou vsázkou

Z teorie elektromagnetického pole máme fázorovou rovnici elektromagnetického vlnění

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} + k^2 \boldsymbol{H} = 0 \tag{4.49}$$

Jelikož pro válcové elektromagnetické vlnění používáme válcovou soustavu souřadnic, je třeba Laplaceův operátor $\nabla^2 \boldsymbol{H}$ také převést do této soustavy. Takto získaný obecný výraz pro $\nabla^2 \boldsymbol{H}$ v soustavě válcových souřadnic dosadíme do rovnice 4.49, takže můžeme psát

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial r} + k^2 \boldsymbol{H} = 0 \tag{4.50}$$

k^2 je konstanta šíření a vyjádří se jako

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon\mu - j\omega\mu\gamma \tag{4.51}$$

Dořešení rovnice 4.50 do Besselových rovnic je v příloze **navrh_duta_vsazka.nb** a s těmito řešeními počítáme dále k výpočtu impedance cívky s dutou vsázkou. K tomuto závěru je třeba uvést další nepostradatelné rovnice.

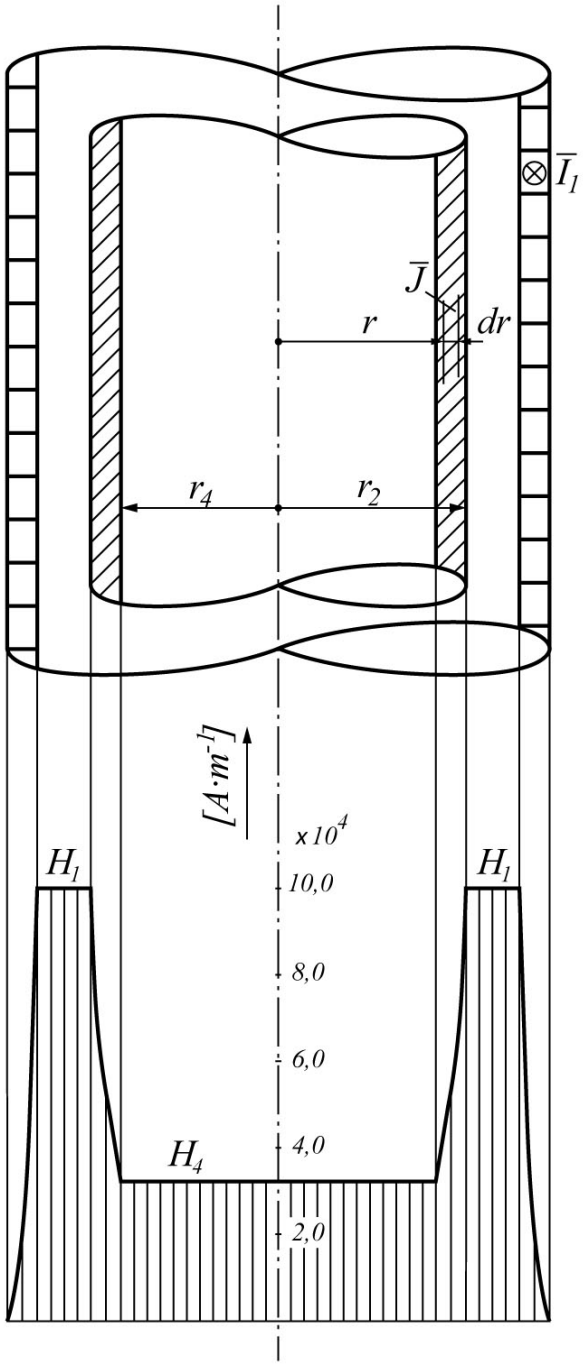
Fázor magnetické indukce

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{4.52}$$

Intenzitu elektrického pole $\boldsymbol{E}$ dostaneme z 1. Maxwellovy rovnice

$$\boldsymbol{E} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial r} = 0 \tag{4.53}$$

Průběh magnetického pole v osovém řezu cívky a duté vsázky je schematicky znázorněn na obr. 4.9.



Obr. 4.9 *Magnetické pole v cívce, v mezeře, ve stěně a dutině vsázky* [7]

Impedanci vsázky převádíme do cívky, určíme magnetické toky v dutině cívky, jsou to magnetický tok $\mathbf{\Phi_1}$ v mezeře mezi cívkou a vsázkou, magnetický tok $\mathbf{\Phi_2}$ ve vsázce a magnetický tok $\mathbf{\Phi_4}$ v dutině vsázky. Časová změna těchto toků vybudí v uzavřené části cívky určité naindukované napětí.

$$\mathbf{\Phi_1} = \pi(r_1^2 - r_2^2)\mu \boldsymbol{H}_1 \tag{4.54}$$

$$\mathbf{\Phi_2} = 2\pi\mu \int_{r4}^{r2} \boldsymbol{H} r \, \mathrm{d}r \tag{4.55}$$

$$\mathbf{\Phi_4} = \pi r_4^2 \mu \boldsymbol{H}_4 \tag{4.56}$$

$$\mathbf{\Psi} = N \cdot (\mathbf{\Phi_1} + \mathbf{\Phi_2} + \mathbf{\Phi_4}) \tag{4.57}$$

Abychom stejné uvažované toky vytvořili, musíme na uvažovanou část cívky dodávat napětí opačného smyslu.

$$\boldsymbol{U_i} = -j\omega \boldsymbol{BS} = -j\omega \mathbf{\Psi} \tag{4.58}$$

Dělíme-li toto napětí přiváděné na uvažovanou část cívky protékajícím proudem v cívce, dostaneme impedanci vsázky převedenou do cívky. Její reálná část je činný odpor a její imaginární část je reaktance, z níž jde jednoduchým dopočtením určit indukčnost.

$$Z = \frac{\boldsymbol{U_i}}{\boldsymbol{I}}$$

$$Re\{Z\} = R \tag{4.59}$$

$$Im\{Z\} = \omega L \Rightarrow L = \frac{Im\{Z\}}{\omega}$$

Pro dopočítání celkové impedance je třeba do rovnic 4.59 započítat i vliv induktoru. Odpor induktoru spočítáme z předpokladu, že vinutí cívky má menší průřez D než je hloubka vniku.

$$R_{civky} = \frac{2\pi N \left(r_1 + \frac{D}{2}\right)}{\gamma \frac{\pi D^2}{4}} \tag{4.60}$$

Napětí na odporu se učí jako

$$U_{civky} = R_{civky} \cdot I \tag{4.61}$$

Toto napětí se přičte k U_i a dosadíme do rovnic (4.59) a dopočteme celkovou impedanci cívky a duté vsázky.

Na závěr je třeba spočítat kompenzační kondenzátor pro induktor se vsázkou

$$C = \frac{Q}{\omega U^2} \tag{4.62}$$

Q je jalový výkon

4.6 Účinnost indukčního ohřevu

Účinnost indukčního ohřevu závisí zejména na vhodném tvaru induktoru. Induktor musí být co nejvíce přizpůsoben tvaru ohřívacího předmětu. Účinnost ohřevu dutých válcových těles lze určit podle vztahu

$$\eta = \frac{R_{vsazky}}{R_{vsazky} + R_{cívky}} \tag{4.63}$$

Takto lze spočítat účinnost indukčního ohřevu dutých válcových vsázek. Podle časopisu Elektro [8] lze u plných válcových vsázek spočítat účinnost jako

$$\eta = \frac{1}{+1\frac{D^2}{d^2}\left(1 + 6{,}25\frac{a^2}{d^2}\right)\sqrt{\frac{\varrho_1}{\mu\varrho_2}}} \tag{4.64}$$

D je průměr induktoru
d je průměr vsázky
a je hloubka vniku
ϱ_1 je měrný odpor materiálu induktoru
ϱ_1 je měrný odpor materiálu vsázky
μ je poměrná permeabilita

Je důležité, aby člen $(1 + 6{,}25\, a^2/d^2)$ v rovnici 4.64 byl co nejmenší. V podstatě lze dosáhnout hodnoty 1,1 z čehož vyplývá požadavek na velikost poměru a/d

$$\frac{a}{d} \leq \frac{1}{\sqrt{62{,}5}} \approx \frac{1}{8} \tag{4.65}$$

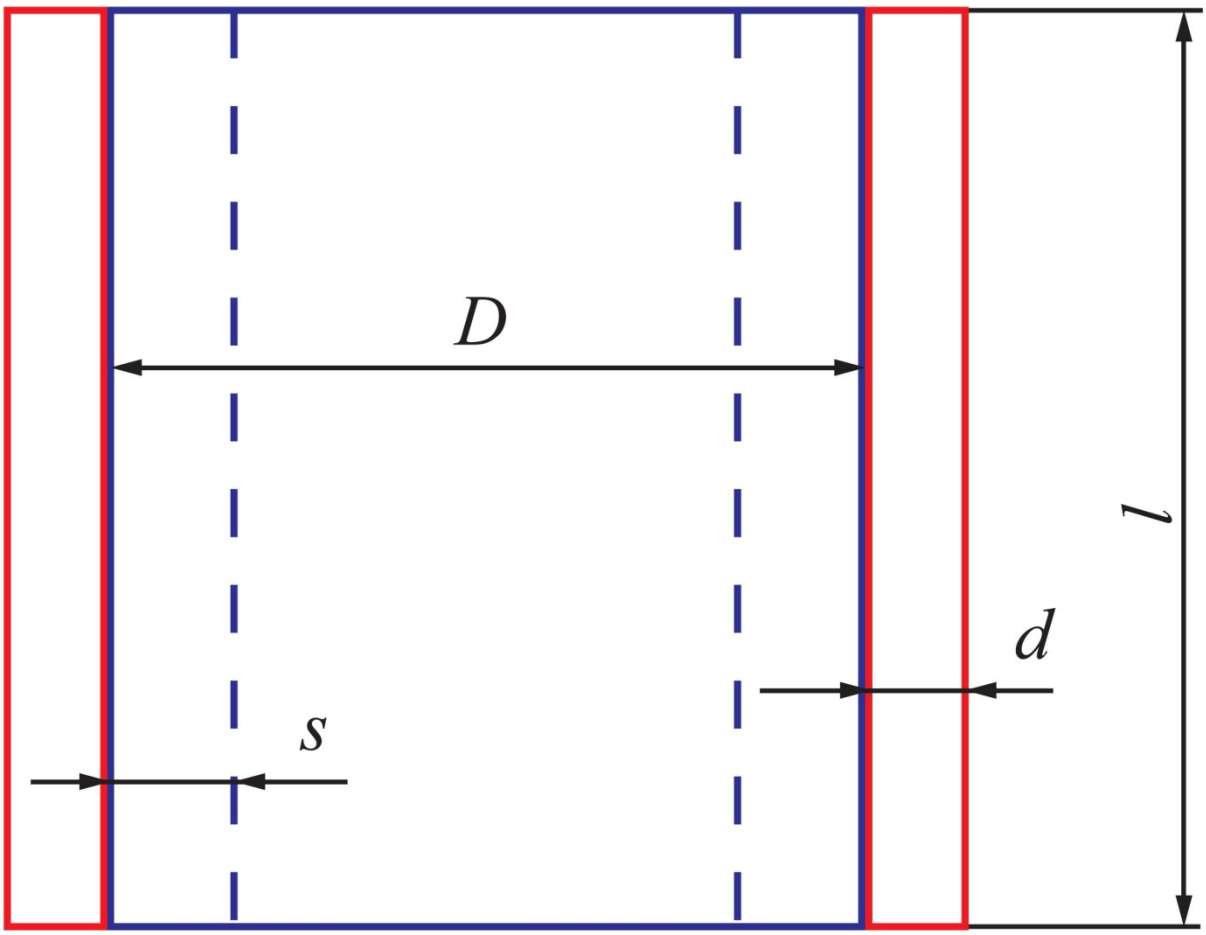
Takže pro plné válcové vsázky je třeba volit frekvenci tak, aby hloubka vniku a nebyla větší než jedna osmina průměru vsázky d_1. Řešení účinnosti pro duté válcové vsázky je v příloze **navrh_duta_vsazka.nb**.

5. Realizace elektrotepelného indukčního zdroje

V předchozích kapitolách jsme si probrali základní typy zdrojů pro indukční ohřevy, jejich následné namodelování podle obvodových rovnic a určení parametrů pro indukční zařízení. Nyní je třeba vybraný typ sestrojit a uvést do činnosti, přičemž určíme měřením jednotlivé parametry a porovnáme to s výpočty. K tomu, abychom odzkoušeli možnosti zdroje, je třeba zvolit správný typ a tvar vsázky. K našemu měření jsme zvolili válcovou dutou vsázku o průměru 76 mm, tloušťce stěny 4 mm a délkou 173 mm.

5.1 Zhotovení induktoru na duté válcové vsázce

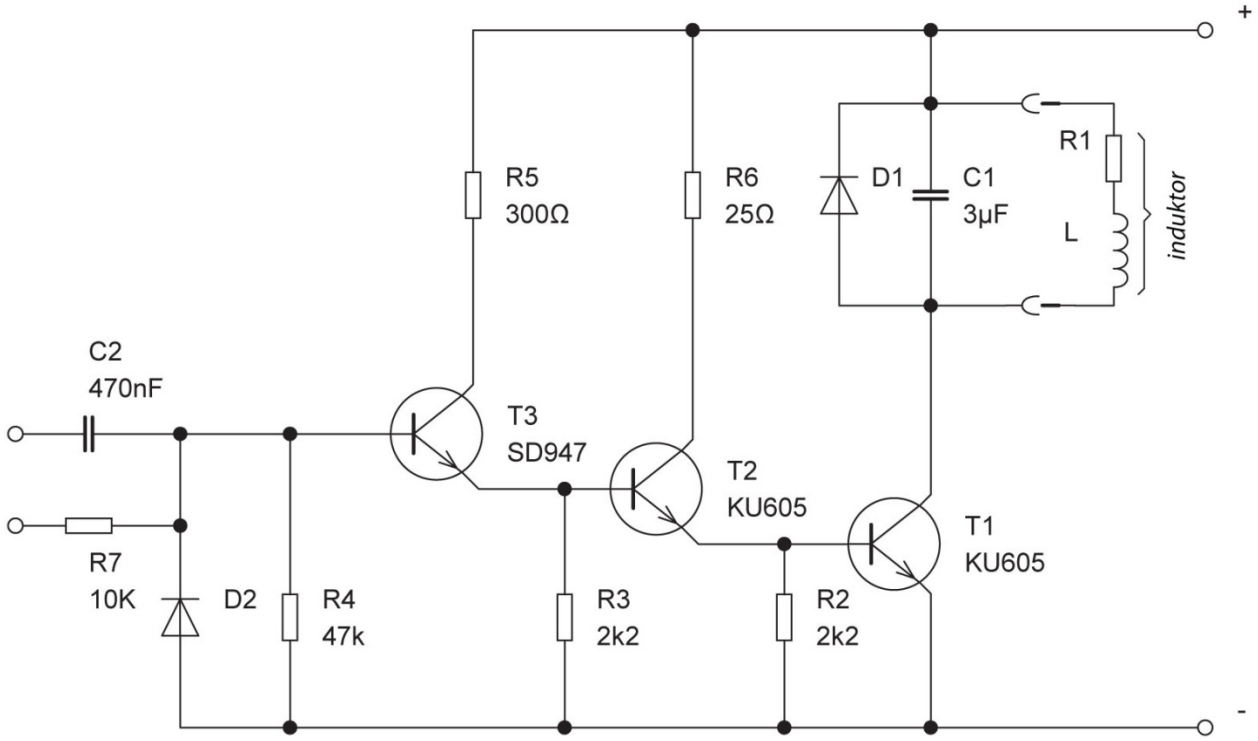
Před realizací samotného zdroje je třeba zkonstruovat induktor na zvolené duté válcové vsázce. Řešení je jednoduché, měděný vodič o průměru 1,2 mm navineme na válcovou vsázku bez žádných mezer mezi induktorem a vsázkou. Pro naše uspořádání to dělá 97 závitů na celou délku vsázky. Zhotovení vypadá podle obr. 5.1, kde D je průměr válcové vsázky, s je tloušťka stěny válcové vsázky, d je průměr vodiče cívky a l je délka induktoru se vsázkou. Modrá barva charakterizuje vsázku a červená induktor.



Obr. 5.1 *Řez induktorem a dutou vsázkou*

5.2 Zdroj indukčního ohřevu

Nyní když máme navinutý induktor na válcové duté vsázce je třeba tento induktor zhotovit zdroj, ke kterému se tato cívka připojí. Jelikož se jedná o velice rozměrnou konstrukci vsázky, a my chceme jen ověřit modelové situace zdroje, rozhodli jsme se pro malovýkonový zdroj, kterým sice vsázku neohřejeme na větší teploty, ale ověříme si správnost postupu výpočtů u modelů. Vybrali jsme zdroj podle kapitoly 3.2 s jedním spínačem reprezentovaný v reálu malovýkonovým tranzistorem, který si realizujeme a vyzkoušíme za provozu. Schéma zapojení tohoto zdroje je na obr. 5.2.

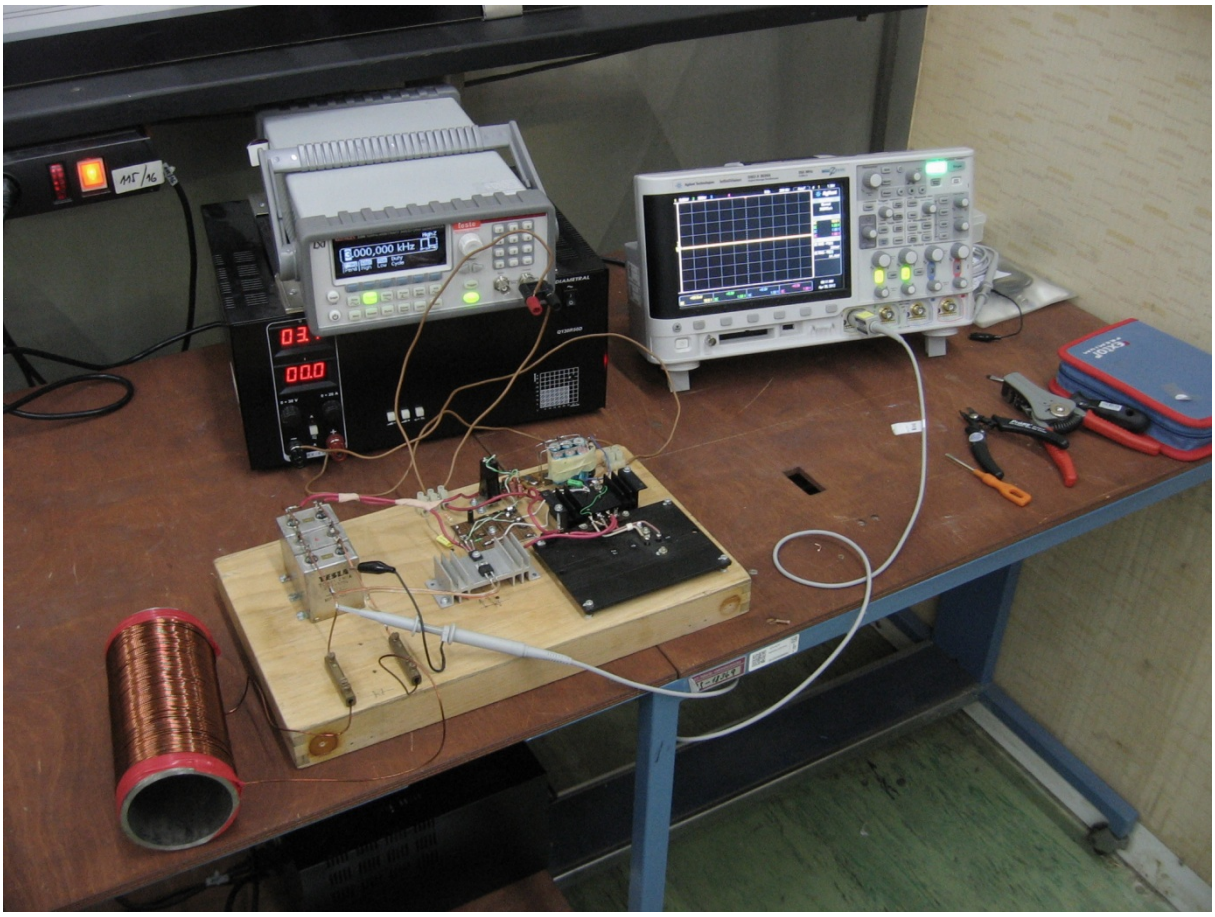


Obr. 5.2 *Realizované zapojení zdroje pro indukční ohřev*

Známe-li vlastnosti a rozměry válcové duté vsázky a parametry vodiče induktoru, můžeme za pomocí souboru **navrh_duta_vsazka.nb** v programu Mathematica spočítat indukčnost a odpor tohoto uspořádání, ty můžeme aplikovat do výpočtu zvoleného zdroje v souboru **zdroj 1a.nb**.

5.3 Měření zdroje

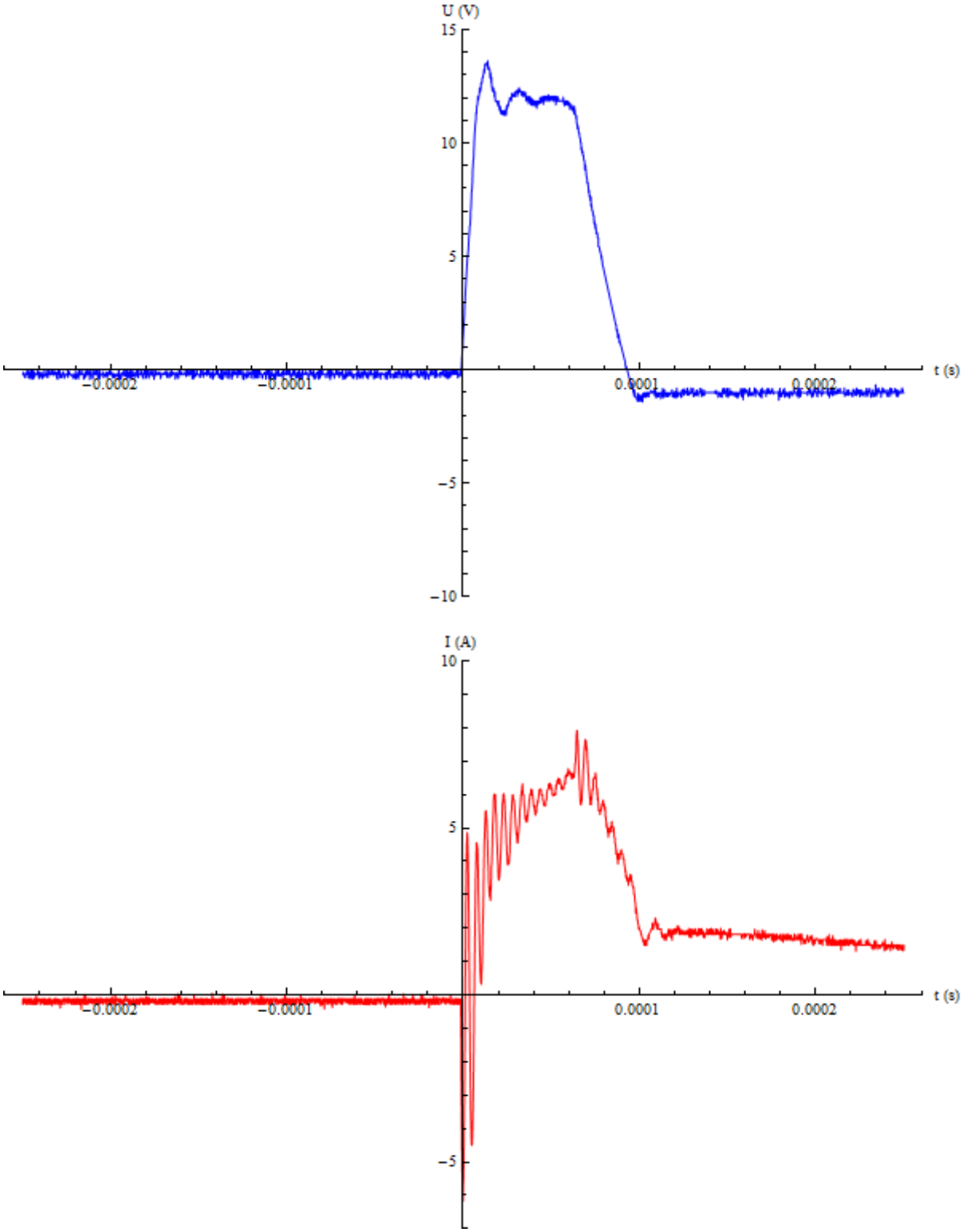
Zdroj jsme sestrojili podle schématu (obr. 5.2) a připojili k němu induktor se vsázkou podle obr. 5.1. Tento zdroj jsme v laboratoři připojili na zdroj stejnosměrného napětí a na generátor pulsů, kterým jsme řídili oscilaci obvodu. Jak měřící pracoviště vypadalo je vidět na obr. 5.3. Z osciloskopu jsme na paměťové médium ukládali průběhy napětí a proudů.



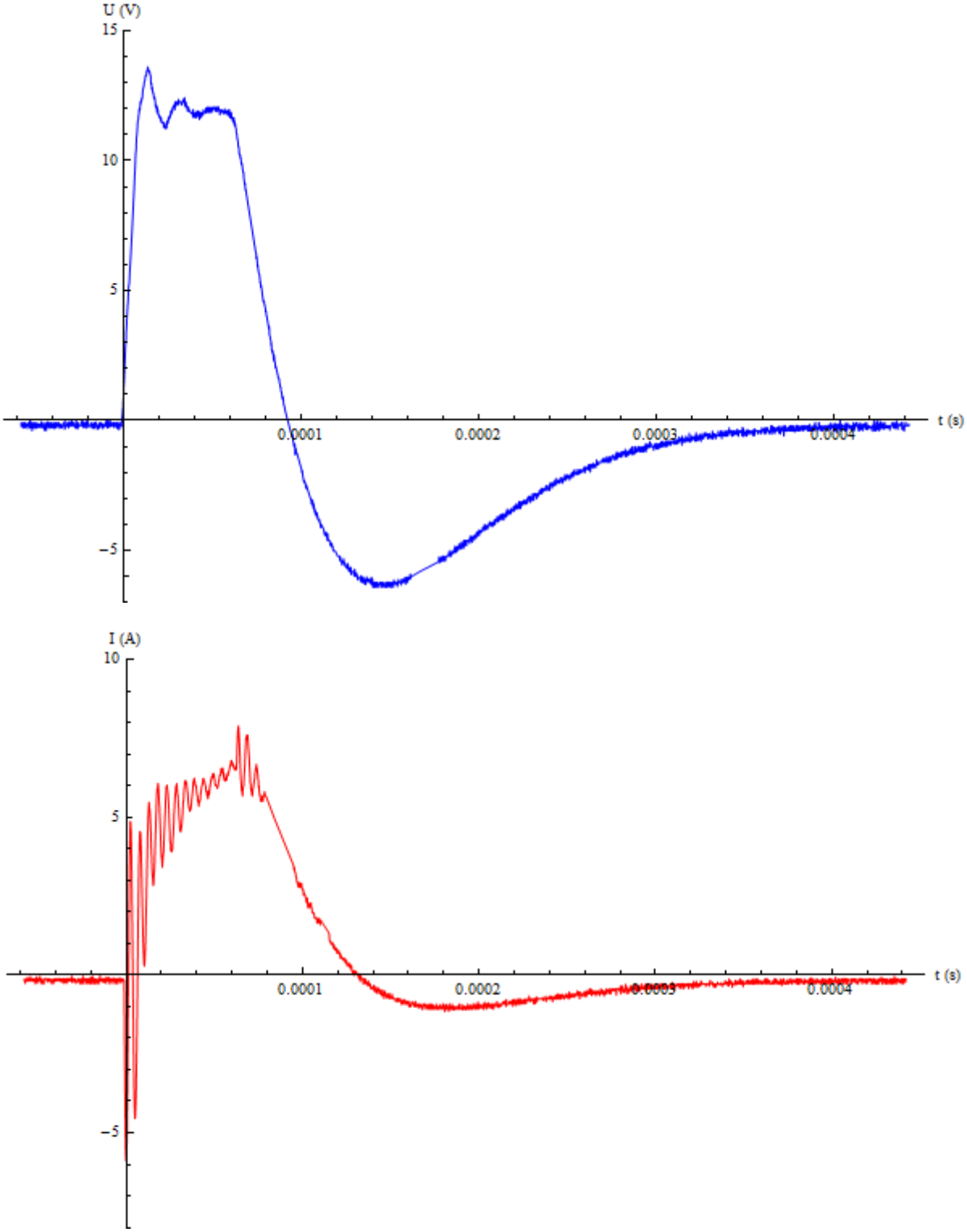
Obr. 5.3 *Měřící pracoviště se zapojeným zdrojem a cívkou induktoru na vsázce*

Napětí bylo měřeno napěťovou sondou. Pro přesné měření proudů o vysoké amplitudě ve středofrekvenční a vysokofrekvenční pásmu byl použit proudový bočník CSR 2, výrobce RAO s.r.o Bystřice, s převodní konstantou 5 V/kA (odpor 0,005 Ohmu).

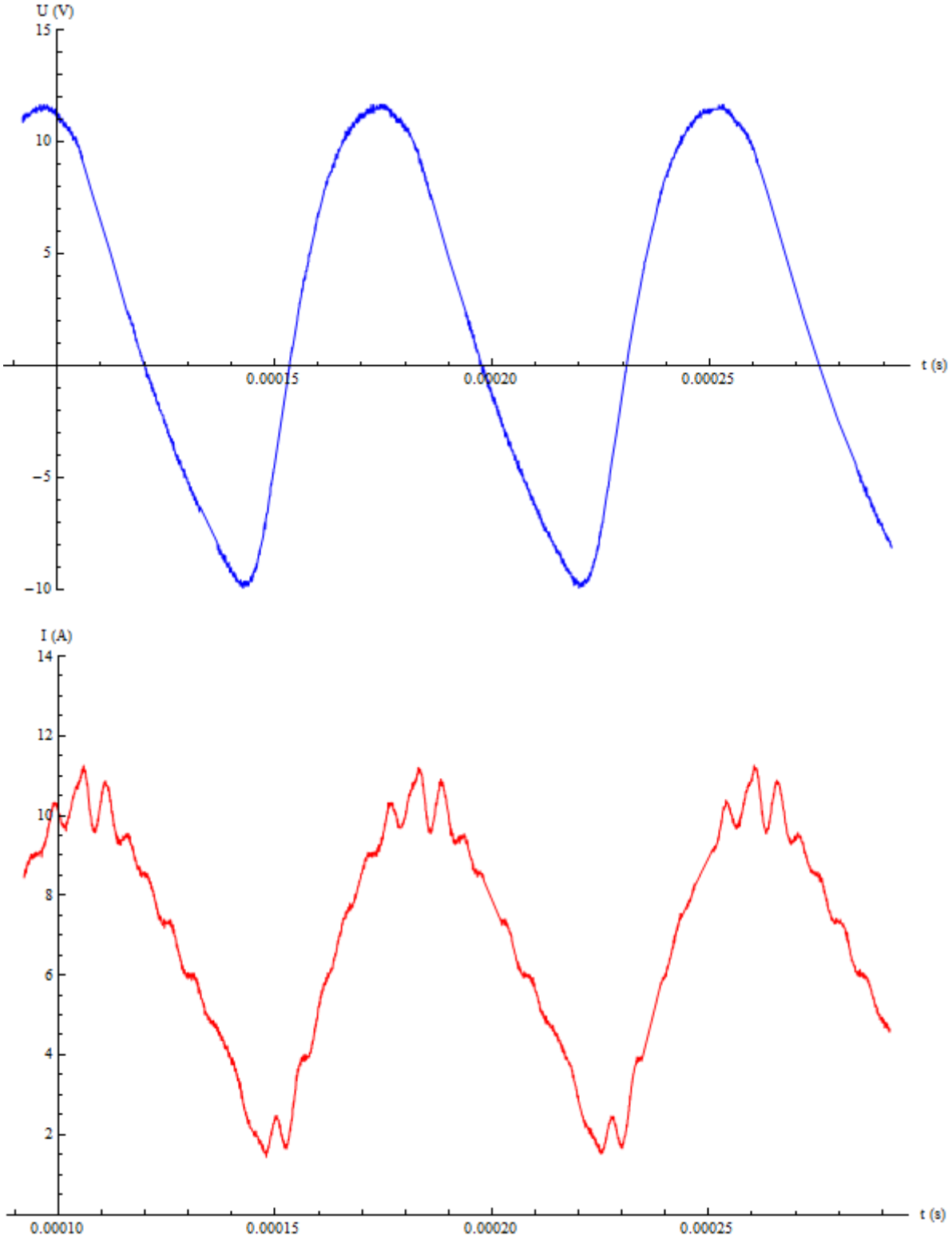
Při měření zdroje bylo poznat, že ve vsázce vzniká teplo, jelikož jsme ale dodávali nízký výkon, cívka se moc neohřívala. Z osciloskopu jsme sejmuli průběhy pro 1. pulz s diodou na zátěži (scope_4.csv) a bez diody na zátěži (scope_5.csv). Pro trojúhelníkové impulzy bez diody na zátěži (scope_6.csv) a s diodou na zátěži (scope_7.csv). Měření bylo provedeno při frekvenci 12,9 kHz. Data z měření jsem v programu Mathematica vynesl do grafů. Získané průběhy jsou na následujících obrázcích.



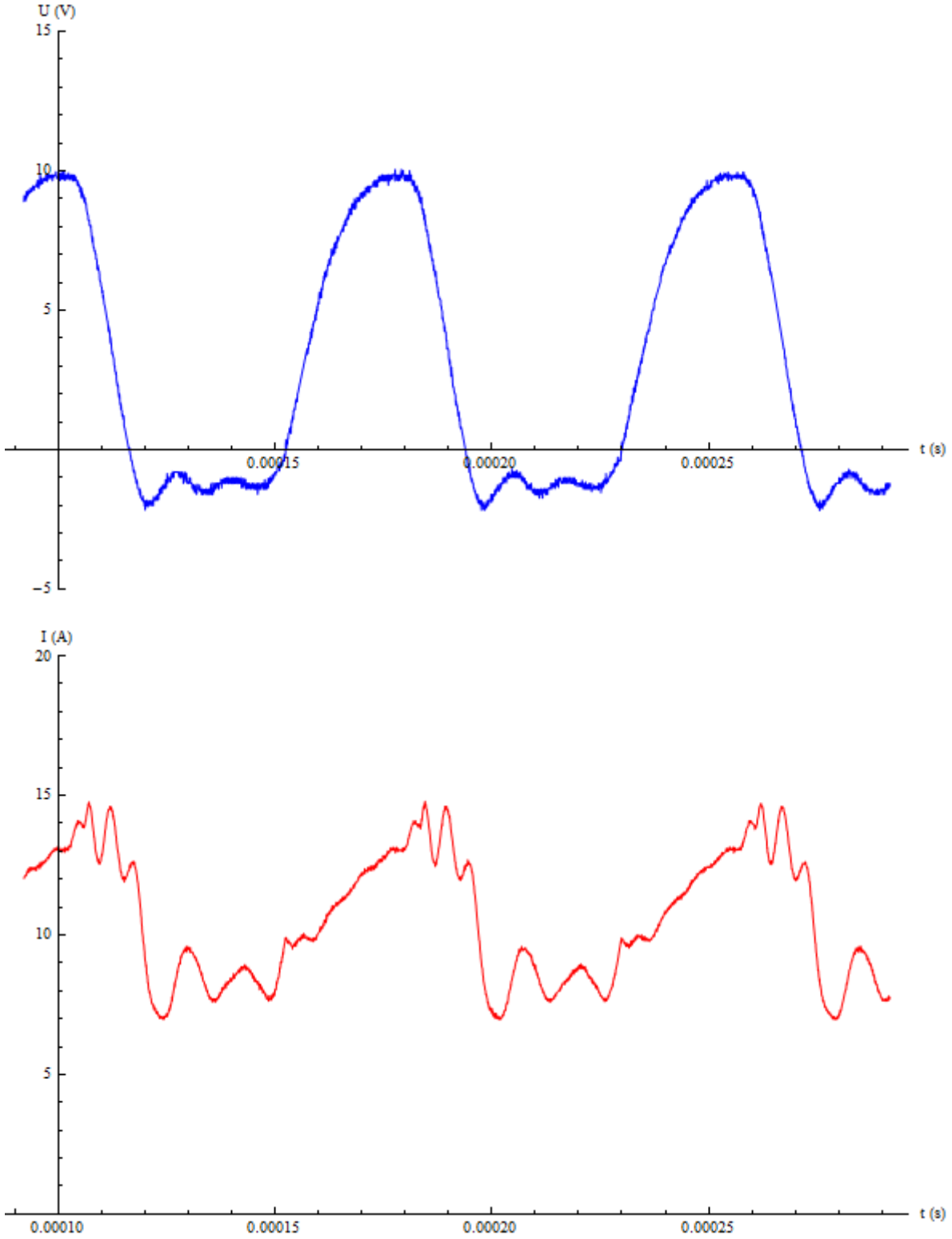
Obr. 5.4 *Průběh napětí (nahoře) a proudu (dole) na zátěži při 1. pulzu s připojenou diodou*



Obr. 5.5 *Průběh napětí (nahoře) a proudu (dole) na zátěži při 1. pulzu bez připojené diody*



Obr. 5.6 *Průběh napětí a proudu na zátěži při trojúhelníkových impulzech bez připojené diody*



Obr. 5.7 *Průběh napětí a proudu na zátěži při trojúhelníkových impulzech s připojenou diodou*

Frekvenci jsme ladili tak, aby proud měl průběh co nejvíce podobný sínusovce. K této frekvenci byly sejmuty průběhy, jak bylo již dříve napsáno, ale z těchto průběhů je patrný šum. Tento šum je nejspíše způsoben vlastní indukčností kondenzátorů v obvodu zdroje. Tato problematika zdroje by si v budoucnu zasloužila hlubší prozkoumání, my se v tuto chvíli můžeme spokojit s průběhy, které můžeme považovat po zanedbání šumu za očekávané z modelů.

6. Závěr

Tato práce popisuje druhy a zapojení středofrekvenčních a vysokofrekvenčních zdrojů pro indukční ohřevy. Poté, co byli v úvodní kapitole shrnuty základní rozdíly mezi zdroji, následovalo namodelování vybraných typů zdrojů v softwaru Mathematica. Další část práce pojednává o výpočtech elektrotepelného indukčního zařízení zvláště tak o charakteristických vlastnostech duté válcové vsázky s induktorem. Praktická závěrečná část se zabývá reálným zapojeným zdrojem k vytvořené navinuté cívce s dutou vsázkou a jeho odzkoušením a proměřením na osciloskopu.

7. Seznam použité literatury

[1] J. Lucas.: Electromagnetic Induction and Electric Conduction in Industry, Francie 1997

[2] J. Rada: Elektrotepelná technika, NTI, Praha 1985

[3] Z. Hradílek: Elektrotepelná zařízení, IN-EL, Praha 1997

[4] J. Kyncl, M. Novotný: Číslicové a analogové obvody, ČVUT, Praha 2012

[5] J. Pavelka, Z. Čeřovský, J. Lettl: Výkonová elektronika, ČVUT, Praha 2007

[6] J. Pech: Elektronické prvky a obvody, SNTL, Praha 1963

[7] E. Langer: Teorie indukčního a dielektrického tepla, Academia, Praha 1979

[8] FCC PUBLIC: Odborný časopis ELEKTRO, vydání č.10/2002 a č.11/2002

PŘÍLOHY

Anglicko-český technický slovník

Jsou uvedeny anglické výrazy a jejich české překlady objevující se v diplomové práci

Anglicky	**Česky**
3-PHASE	Třífázový
ALTERNATOR	Alternátor
ASYMMETRICAL GTO THYRISTORS	Asymetrické GTO tyristory
ASYMMETRICAL THYRISTORS	Asymetrické tyristory
ASYNCHRONOUS MOTOR	Asynchronní motor
BIPOLAR TRANSISTORS	Bipolární tranzistory
CIRCUIT-BREAKER	Jistič
CONDUCTION LOSSES	Ztráty při vedení
CONTROL	Ovládání
CONTROL CIRCUITS FOR DUAL THYRISTORS	Řídicí obvody pro duální tyristory
CORRESPONDING SWITCHES	Odpovídající spínače
CURRENT SOURCE INVERTER	Proudový měnič
CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTICS	Voltampérová charakteristika
FIELD EFFECT TRANSISTORS	Tranzistory FET
FREQUENCY CONVERTER	Frekvenční měnič
FURNACE COMPENSATION AND POWER REGULATION	Kompenzační pec s regulací výkonu
INDUCTOR	Cívka
INDUCTOR AND LOAD	Cívka se zátěží
INDUCTOR CURRENT	Proud cívkou
LINE SELF-INDUCTANCE	Vlastní indukčnost vedení
LOAD	Zátěž
MAIN CONTACTOR	Hlavní stykač
MOTOR STARTER	Spouštěč motoru
NETWORK COMPENSATOR	Kondenzátorová baterie
POWER CIRCUIT	Silový obvod
RECTIFIER	Usměrňovač
RESONANT CIRCUIT CURRENT AND VOLTAGE	Proud a napětí na rezonančním obvodu
REVERSE CONDUCTING THYRISTORS	Zpětně vodivé tyristory
SINGLE PHASE	Jednofázový
SWITCH CURRENT AND VOLTAGE	Proudu a napětí na přepínači
SYMMETRICAL GTOS	Symetrický GTO
SYMMETRICAL THYRISTORS	Symetrické tyristory
THREE-PHASE SUPPLY	Třífázové napájení
TRANSFORMER	Transformátor
TURN-OFF LOSSES	Vypínací ztráty
TURN-ON LOSSES	Zapínací ztráty
UTILITY POWER SUPPLY	Napájení ze sítě
VACUUM TUBE OSCILLATOR	Elektronkový oscilátor
VOLTAGE SOURCE INVERTER	Napěťový měnič
WITH INVERSE PARALLEL DIODE	S inverzní paralelní diodou

Tab. P1 Činitel F pro výpočet vzájemné indukčnosti dvou válcových cívek jako funkce poměrů: d_1/l_1, d_2/l_2, l_1/l_2 (obr. 4.7)[2]

$\frac{d_1}{l_1}$	$\frac{d_2}{l_2}$	l_1/l_2										
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,2	0,2	0,966	0,880	0,809	0,756	0,994	0,648	0,608	0,574	0,542	0,514	0,488
0,3	0,2	0,930	0,858	0,781	0,722	0,672	0,628	0,591	0,556	0,527	0,498	0,475
	0,3	0,931	0,858	0,781	0,722	0,672	0,628	0,591	0,556	0,527	0,498	0,475
0,4	0,2	0,885	0,808	0,746	0,692	0,645	0,605	0,568	0,535	0,507	0,482	0,458
	0,3	0,886	0,809	0,747	0,693	0,646	0,605	0,568	0,535	0,507	0,482	0,458
	0,4	0,887	0,811	0,748	0,695	0,647	0,606	0,569	0,536	0,508	0,483	0,459
0,5	0,2	0,835	0,768	0,708	0,660	0,615	0,577	0,543	0,512	0,485	0,461	0,438
	0,3	0,837	0,769	0,710	0,661	0,616	0,578	0,443	0,512	0,485	0,461	0,438
	0,4	0,839	0,771	0,712	0,663	0,617	0,579	0,444	0,513	0,486	0,462	0,439
	0,5	0,841	0,773	0,714	0,663	0,618	0,580	0,515	0,514	0,487	0,462	0,440
0,6	0,2	0,787	0,725	0,672	0,626	0,585	0,548	0,517	0,488	0,422	0,439	0,419
	0,3	0,789	0,727	0,673	0,627	0,586	0,549	0,517	0,488	0,462	0,439	0,419
	0,4	0,791	0,730	0,675	0,629	0,588	0,550	0,518	0,489	0,463	0,440	0,420
	0,5	0,794	0,733	0,677	0,631	0,588	0,551	0,519	0,490	0,464	0,441	0,421
	0,6	0,798	0,736	0,680	0,633	0,590	0,553	0,521	0,491	0,465	0,442	0,422
0,7	0,2	0,740	0,685	0,636	0,593	0,555	0,521	0,491	0,464	0,441	0,418	0,399
	0,3	0,743	0,687	0,638	0,594	0,556	0,522	0,492	0,464	0,441	0,418	0,399
	0,4	0,746	0,690	0,640	0,596	0,557	0,523	0,493	0,465	0,442	0,419	0,400
	0,5	0,750	0,693	0,642	0,598	0,559	0,524	0,494	0,466	0,443	0,420	0,401
	0,6	0,755	0,697	0,645	0,601	0,561	0,526	0,496	0,467	0,444	0,421	0,402
	0,7	0,761	0,702	0,650	0,604	0,564	0,528	0,498	0,469	0,445	0,423	0,402
0,8	0,2	0,699	0,638	0,602	0,558	0,526	0,495	0,467	0,441	0,413	0,398	0,379
	0,3	0,702	0,640	0,603	0,560	0,527	0,496	0,468	0,442	0,419	0,398	0,379
	0,4	0,705	0,643	0,605	0,563	0,529	0,497	0,469	0,443	0,420	0,399	0,380
	0,5	0,710	0,647	0,608	0,566	0,531	0,499	0,470	0,444	0,421	0,400	0,381
	0,6	0,716	0,652	0,612	0,569	0,533	0,501	0,472	0,445	0,422	0,401	0,382
	0,7	0,720	0,657	0,615	0,573	0,536	0,503	0,474	0,447	0,423	0,402	0,383
	0,8	0,728	0,663	0,624	0,577	0,539	0,506	0,476	0,449	0,425	0,404	0,384
0,9	0,2	0,660	0,613	0,570	0,533	0,500	0,470	0,443	0,419	0,398	0,378	0,360
	0,3	0,663	0,615	0,572	0,534	0,501	0,471	0,444	0,420	0,399	0,378	0,360
	0,4	0,667	0,617	0,575	0,536	0,503	0,472	0,445	0,421	0,400	0,379	0,361
	0,5	0,672	0,621	0,577	0,539	0,505	0474	0,446	0,422	0,401	0,380	0,362
	0,6	0,677	0,626	0,581	0,542	0,507	0,476	0,448	0,423	0,402	0,381	0,363
	0,7	0,685	0,631	0,585	0,546	0,510	0478	0,450	0,425	0,403	0,382	0,364
	0,8	0,694	0,638	0,591	0,550	0,513	0,481	0,452	0,427	0,405	0,384	0,365
	0,9	0,704	0,646	0,596	0,554	0,517	0,484	0,455	0,429	0,407	0,386	0,366

$\frac{d_1}{l_1}$	$\frac{d_2}{l_2}$	l_1/l_2										
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
1,0	0,2	0,626	0,582	0,542	0,506	0,475	0,447	0,421	0,399	0,378	0,360	0,342
	0,3	0,628	0,584	0,543	0,507	0,476	0,448	0,422	0,400	0,379	0,360	0,342
	0,4	0,632	0,587	0,545	0,509	0,478	0,449	0,423	0,401	0,379	0,361	0,343
	0,5	0,637	0,591	0,545	0,512	0,480	0,450	0,424	0,402	0,381	0,362	0,344
	0,6	0,643	0,596	0,552	0,515	0,482	0,452	0,426	0,403	0,382	0,363	0,345
	0,7	0,650	0,601	0,557	0,519	0,485	0,454	0,428	0,405	0,383	0,364	0,346
	0,8	0,659	0,608	0,562	0,523	0,488	0,456	0,430	0,407	0,385	0,365	0,347
	0,9	0,668	0,615	0,568	0,528	0,492	0,458	0,433	0,409	0,387	0,367	0,348
	1,0	0,680	0,624	0,575	0,532	0,496	0,460	0,436	0,411	0,389	0,369	0,349

Tab. P2 *Tabulka pro výpočet činného a jalového odporu duté vsázky pro* $\mu_v = 1$ [7]

x_2	x_4	$\frac{AC+BD}{C^2+D^2}$	$\frac{BC-AD}{C^2+D^2}$	x_2	x_4	$\frac{AC+BD}{C^2+D^2}$	$\frac{BC-AD}{C^2+D^2}$
0,2	0	0,0005	0,1000	2,0	0	0,3449	0,7738
	0,1	0,0005	0,1000		0,4	0,3450	0,7743
	0,2	0,0005	0,1000		0,8	0,3454	0,7824
					1,2	0,3364	0,8193
0,3	0	0,0017	0,1500		1,6	0,2655	0,9115
	0,1	0,0017	0,1500		1,8	0,1663	0,6695
	0,2	0,0014	0,1500		2,0	0,0000	1,0000
	0,3	0,0000	0,1500				
				2,5	0	0,4718	0,7770
0,5	0	0,0078	0,2497		0,5	0,4723	0,7771
	0,2	0,0076	0,2497		1,0	0,4794	0,7849
	0,4	0,0047	0,2499		1,4	0,4933	0,8090
	0,5	0,0000	0,2500		1,8	0,4910	0,9207
					2,0	0,4531	1,0140
1,0	0	0,0608	0,4899		2,2	0,3509	1,1310
	0,4	0,0594	0,4905		2,4	0,1346	1,1888
	0,6	0,0535	0,4928		2,5	0,0000	1,2500
	0,8	0,0367	0,4969				
	0,9	0,0215	0,4990	3,0	0	0,5400	0,7486
	1,0	0,0000	0,5000		0,5	0,5403	0,7485
					1,0	0,5456	0,7490
1,5	0	0,1844	0,6812		1,4	0,5620	0,7560
	0,4	0,1839	0,6819		1,8	0,5901	0,8040
	0,8	0,1748	0,6928		2,2	0,6399	0,9051
	1,2	0,1037	0,7332		2,6	0,5722	1,1947
	1,4	0,0508	0,7463		2,8	0,3818	1,3934
	1,5	0,0000	0,7500		3,0	0,0000	1,5000

x_2	x_4	$\frac{AC+BD}{C^2+D^2}$	$\frac{BC-AD}{C^2+D^2}$	x_2	x_4	$\frac{AC+BD}{C^2+D^2}$	$\frac{BC-AD}{C^2+D^2}$
3,5	0	0,5699	0,7251	5,5	0	0,6130	0,7102
	0,5	0,5700	0,7250		1,0	0,6128	0,7103
	1,0	0,5721	0,7234		2,0	0,6100	0,7091
	1,5	0,5842	0,7200		3,0	0,6080	0,6881
	2,0	0,6248	0,7280		3,4	0,6225	0,6663
	2,4	0,6971	0,7782		3,8	0,6666	0,6416
	2,8	0,7742	0,9617		4,2	0,7644	0,6347
	3,2	0,6525	1,4322		4,6	0,9638	0,7217
	3,4	0,2849	1,7015		4,8	1,1048	0,8574
	3,5	0,0000	1,7498		5,0	1,2610	1,1501
					5,2	1,2893	1,7337
4,0	0	0,5843	0,7143		5,4	0,6850	2,5637
	1,0	0,5845	0,7129		5,5	0,0000	2,7500
	2,0	0,6052	0,6973				
	2,4	0,6443	0,6954	6,0	0	0,6211	0,7101
	2,8	0,7221	0,7272		1,0	0,6300	0,7274
	3,2	0,8509	0,8720		2,0	0,6196	0,7107
	3,6	0,8945	1,3444		3,0	0,6122	0,7034
	3,8	0,6473	1,7513		4,0	0,6336	0,6526
	4,0	0,0000	2,0051		4,4	0,6912	0,6242
					4,8	0,8143	0,6232
4,5	0	0,5945	0,7107		5,0	0,9219	0,6569
	1,0	0,5942	0,7101		5,2	1,0484	0,7704
	2,0	0,5972	0,6980		5,4	1,2483	0,9451
	2,6	0,6256	0,6780		5,6	1,4440	1,3848
	3,2	0,7299	0,6834		5,8	1,2764	2,2529
	3,6	0,8775	0,7835		6,0	0,0000	2,9991
	4,0	1,0479	1,1820				
	4,2	0,9741	1,6730	6,5	0	0,6280	0,7097
	4,4	0,4658	2,1477		1,0	0,6280	0,7175
	4,5	0,0000	2,2502		2,0	0,6276	0,7104
					3,0	0,6225	0,7101
5,0	0	0,6040	0,7101		4,0	0,6081	0,6814
	1,0	0,6036	0,7100		4,4	0,6312	0,6485
	2,0	0,6008	0,7045		4,8	0,6761	0,6218
	3,0	0,6249	0,6691		5,2	0,8038	0,6022
	3,4	0,6842	0,6591		5,6	1,1216	0,7949
	3,8	0,7855	0,6680		5,8	1,1903	0,7938
	4,2	0,9824	0,8079		6,0	1,4222	1,0985
	4,6	1,1841	1,3953		6,2	1,5729	1,7696
	4,8	0,9544	2,0382		6,4	0,8861	2,8683
	5,0	0,0000	2,5003		6,5	0,0000	3,2500

x_2	x_4	$\frac{AC+BD}{C^2+D^2}$	$\frac{BC-AD}{C^2+D^2}$	x_2	x_4	$\frac{AC+BD}{C^2+D^2}$	$\frac{BC-AD}{C^2+D^2}$
7,0	0	0,6340	0,7095	7,0	5,8	0,8363	0,5906
	1,0	0,6331	0,7070		6,0	0,9526	0,6141
	2,0	0,6339	0,7098		6,2	1,1169	0,6907
	3,0	0,6309	0,7105		6,4	1,3441	0,8820
	4,0	0,6200	0,7048		6,6	1,6166	1,3451
	5,0	0,6384	0,6429		6,8	1,5941	2,4082
	5,4	0,6990	0,6050		6,9	1,0637	3,1232
	5,6	0,7549	0,5916		7,0	0,0000	3,5001