

Průmyslová energetika X15PEN

přednáška č. 4

Jan Špetlík

spetlij@fel.cvut.cz - v předmětu emailu „PEN“

Katedra elektroenergetiky, Fakulta elektrotechniky ČVUT, Technická 2, 166 27 Praha 6

Modelování statických zař.

Statická zařízení.

Transformátory, tlumivky, venkovní vedení, kabely

Osnova:

- **Dualita elektrických a magnetických obvodů.**
- **Model ∂ -vinut'ového trafa v abc.**
- **Parametry ∂ -vinut'ového trafa**
- **Model větve s komplexním převodem.**
- **Transformátor s Δ .**
- **Shift -transformátor**
- **Nulové složkové soustavy traf.**

Dualita el-mg obvodů

Dualita elektrických a magnetických obvodů.

➤ Dva obvody jsou duální, jsou-li popsány formálně stejnými rovnicemi splňující podmínky duality:

1. Topologické
2. fyzikální

Duální dvojice elektrické:

napětí	proud
zdroj napětí	zdroj proudu
odpor	vodivost
kapacita	indukčnost
nezávislá smyčka	nezávislý uzlový pár
seriové spojení	paralelní spojení
impedance	admitance
Theveninův teorém	Nortonův teorém

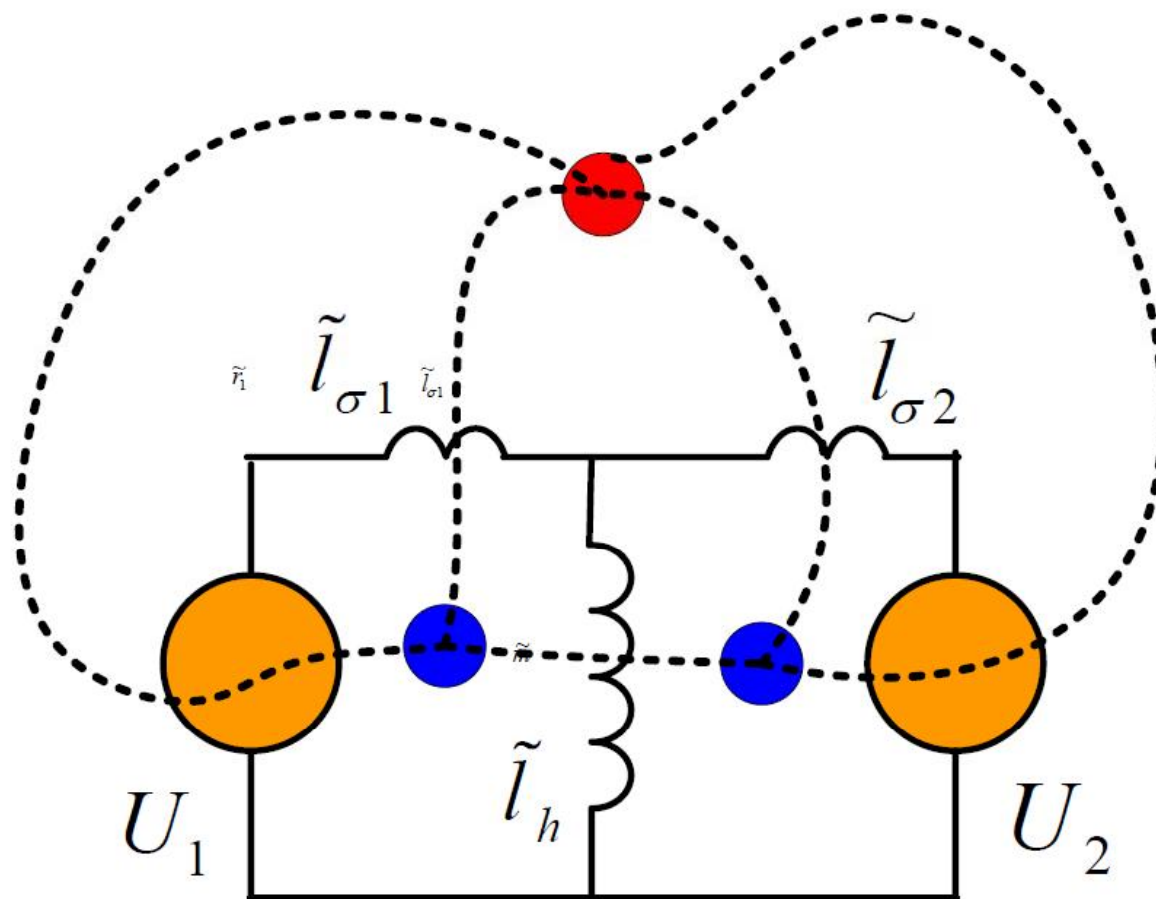
Postup tvorby duálního obvodu Γ_d :

předpoklad: primární graf Γ_p leží v rovině a jeho větve se nekříží ,
tím je rovina rozdělena na Ω oblastí (smyček).

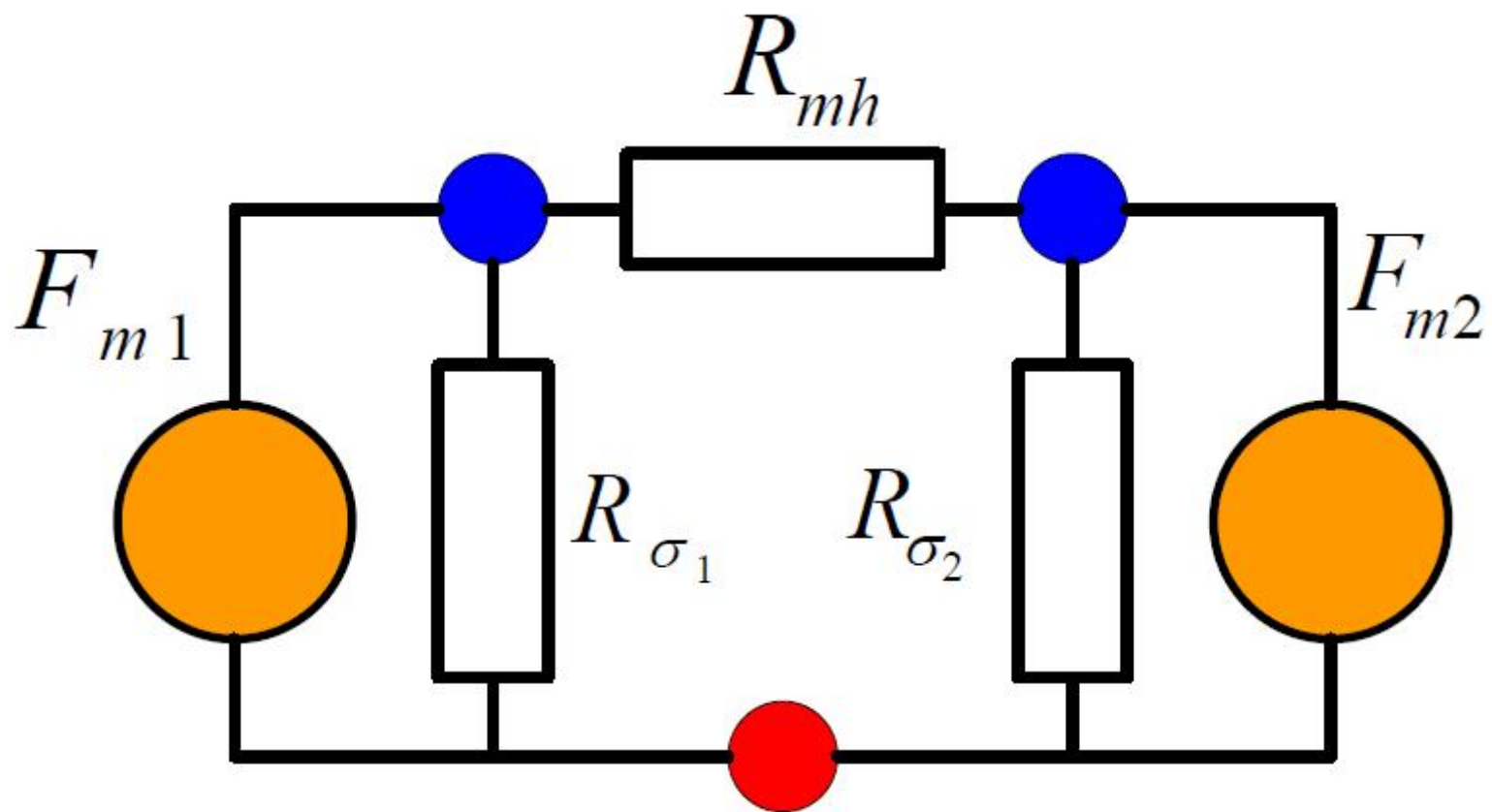
Dualita el-mg obvodů

1.	Do každé oblasti se umístí bod (uzel grafu Γ_d).
2.	Vně grafu se umístí vztažený uzel
3.	Uzly grafu Γ_d se propojí větvemi: ke každé větvi $v_j^{(p)}$ společné sousedícím oblastem se přiřadí větev $v_j^{(d)}$ tak že větev $v_j^{(p)}$ protíná a spojuje uzly sousedících oblastí a je obsazena duálním prvkem k prvku $v_j^{(p)}$.

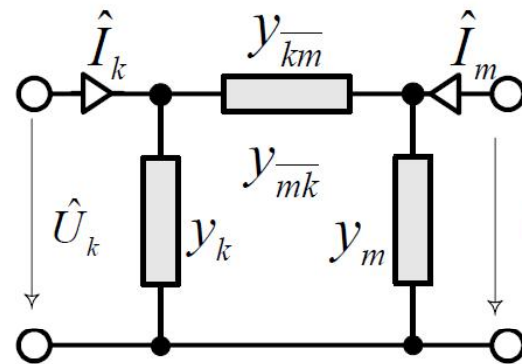
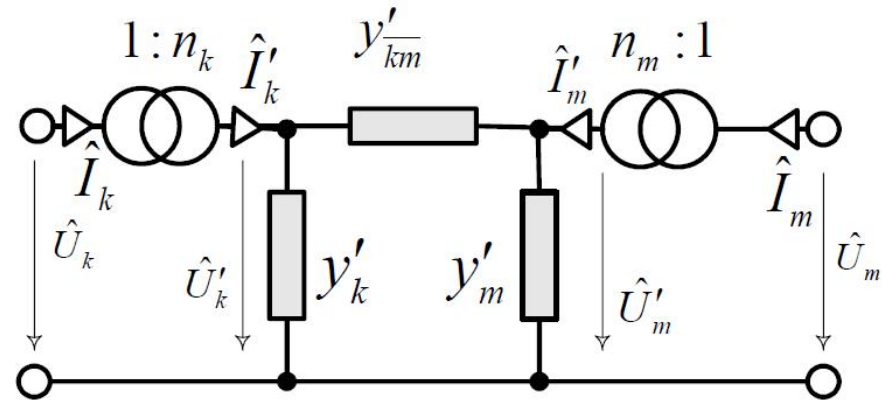
Dualita el-mg obvodů



Dualita el-mg obvodů



Model transformátoru



$$n_k = \frac{\hat{U}'_k}{\hat{U}_k} = \frac{\hat{I}_k^*}{\hat{I}'_k^*},$$

$$n_m = \frac{\hat{U}'_m}{\hat{U}_m} = \frac{\hat{I}_m^*}{\hat{I}'_m^*},$$

$$\hat{U}_k \cdot \hat{I}_k^* = \hat{U}'_k \cdot \hat{I}'_k^*, \quad \frac{\hat{U}_k}{1} = \frac{\hat{U}'_k}{n_k} \Rightarrow \hat{I}_k^* = n_k \cdot \hat{I}'_k^*$$

Model transformátoru

$$\begin{bmatrix} \frac{\hat{I}_k}{n_k^*} \\ \frac{\hat{I}_m}{n_m^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}'_k \\ \hat{I}'_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_k + y'_{km} & -y'_{km} \\ -y'_{km} & y'_m + y'_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overbrace{\hat{U}_k \cdot n_k}^{\hat{U}'_k} \\ \underbrace{\hat{U}_m \cdot n_m}_{\hat{U}'_m} \end{bmatrix}$$

Model transformátoru

$$\left(y'_k + y'_{km}\right) \cdot n_k^2 = y_k + \underbrace{y'_{km} \cdot n_m \cdot n_k^*}_{y_{km}} \Rightarrow$$

$$y_k = \left(y'_k + y'_{km}\right) \cdot n_k^2 - y'_{km} \cdot n_m \cdot n_k^*$$

$$y_k = y'_k \cdot n_k^2 + y'_{km} \cdot n_k^* \left(n_k - n_m\right)$$

$$\left(y'_m + y'_{km}\right) \cdot n_m^2 = y_m + \underbrace{y'_{km} \cdot n_k \cdot n_m^*}_{y_{mk}} \Rightarrow$$

$$y_m = \left(y'_m + y'_{km}\right) \cdot n_m^2 - y'_{km} \cdot n_k \cdot n_m^*$$

$$y_m = y'_m \cdot n_m^2 + y'_{km} \cdot n_m^* \left(n_m - n_k\right)$$

Model 3-f transformátoru

- Model ∂ vinut'ového transformátoru v abc

$$\partial \geq 2$$

$$[Z]_{\langle 3\partial, 3\partial \rangle} = \begin{bmatrix} [Z]_{\langle 3,3 \rangle}^{vw} & \bullet & [Z]_{\langle 3,3 \rangle}^{v\partial} \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ [Z]_{\langle 3,3 \rangle}^{\partial v} & \bullet & [Z]_{\langle 3,3 \rangle}^{\partial\partial} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} [Z] \text{ matice} \\ \text{transformátoru} \\ \text{v systému abc} \end{array}$$

$$\bar{f}_{\langle 3\partial \rangle} = \begin{bmatrix} \bar{f}^v \\ \bullet \\ \bar{f}^\partial \end{bmatrix}, \quad \bar{f}^v = \begin{bmatrix} \hat{f}_a^v \\ \hat{f}_b^v \\ \hat{f}_c^v \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{uspořádnání fázorů} \\ \text{modelu} \end{array}$$

f-index pro fáz. hodnotu, **N-pro** veličiny v uzlu
v,w, ∂ ..indexy pro vinutí
h,m....indexy pro vlastní a vzájemné prvky

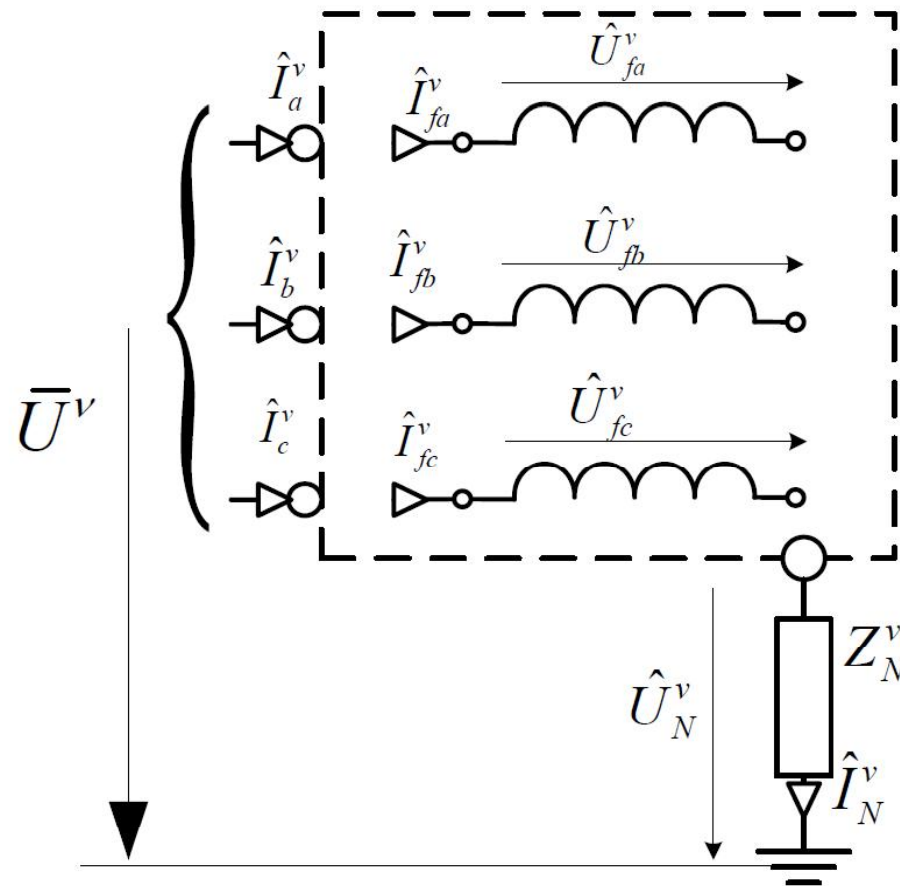
Model 3-f transformátoru

$$\begin{bmatrix} Z^{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{h}^{vv} & Z_{m}^{vv} & Z_{m}^{vv} \\ Z_{m}^{vv} & Z_{h}^{vv} & Z_{m}^{vv} \\ Z_{m}^{vv} & Z_{m}^{vv} & Z_{h}^{vv} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Vlastní} \\ \text{impedance} \\ \text{vinutí v} \end{array}$$

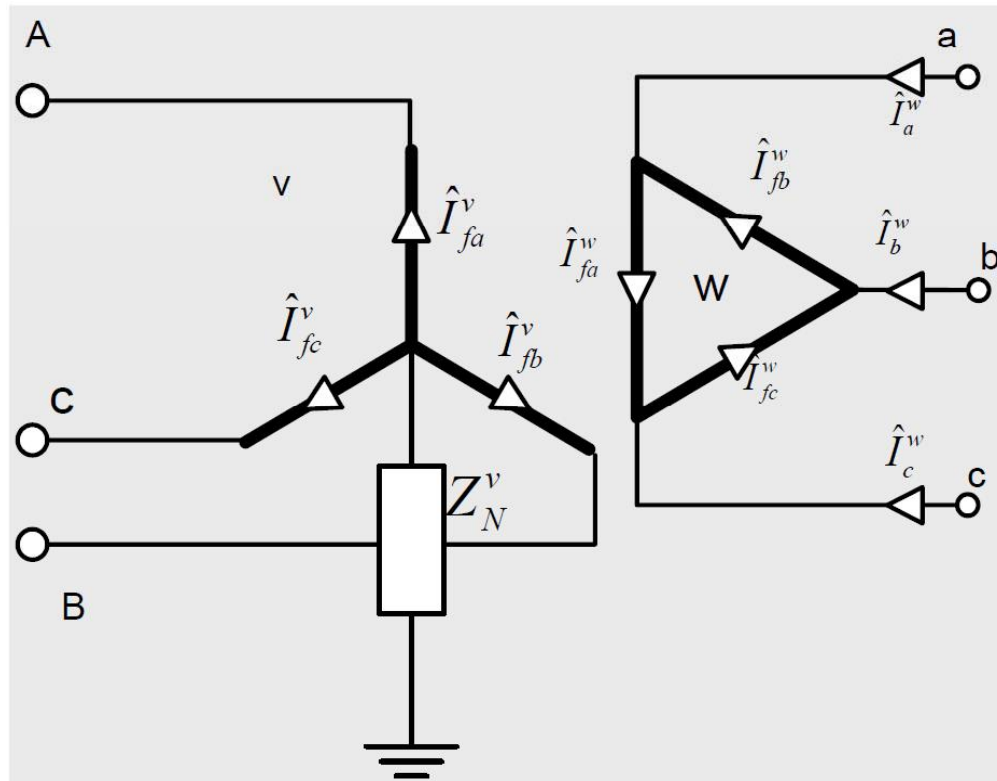
$$\begin{bmatrix} Z^{vw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{h}^{vw} & Z_{m}^{vw} & Z_{m}^{vw} \\ Z_{m}^{vw} & Z_{h}^{vw} & Z_{m}^{vw} \\ Z_{m}^{vw} & Z_{m}^{vw} & Z_{h}^{vw} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Vzájemná} \\ \text{impedance} \\ \text{vinutí v-w} \end{array}$$

Model 3-f transformátoru

Impedanční model:



Model transformátoru YΔ



$$\underbrace{[T] \cdot \bar{U}_f + \bar{U}_N}_{\bar{U}} = \underbrace{\left\{ [T][Z_f][C] + [Z_N] \right\}}_{[Z]} \cdot \bar{I}$$

Model transformátoru YΔ

Matice převodů:

$$\begin{array}{c} \overline{I}^v \\ \hat{I}_a^v \\ \hat{I}_b^v \\ \hat{I}_c^v \end{array} = \begin{array}{c} [C_Y] \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \overline{I}_f^v \\ \hat{I}_{fa}^v \\ \hat{I}_{fb}^v \\ \hat{I}_{fc}^v \end{array}$$

$$\det C_Y = 1 !$$

$$\begin{array}{c} \overline{I}^w \\ \hat{I}_a^w \\ \hat{I}_b^w \\ \hat{I}_c^w \end{array} = \begin{array}{c} [C_\Delta] \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \overline{I}_f^w \\ \hat{I}_{fa}^w \\ \hat{I}_{fb}^w \\ \hat{I}_{fc}^w \end{array}$$

$$\det C_\Delta = 0 !$$

Model transformátoru YΔ

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_a^w \\ \hat{I}_b^w \\ \hat{I}_c^w \end{bmatrix} = [C_\Delta] \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{I}_{f1}^w + \hat{I}_{f2}^w \\ a^2 \cdot \hat{I}_{f1}^w + a \cdot \hat{I}_{f2}^w \\ a \cdot \hat{I}_{f1}^w + a^2 \cdot \hat{I}_{f2}^w \end{bmatrix}}_{\bar{I}_{f12}^w} + [C_\Delta] \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{I}_{f0}^w \\ \hat{I}_{f0}^w \\ \hat{I}_{f0}^w \end{bmatrix}}_{\bar{0}}$$

$$[C_\Delta^T] \begin{bmatrix} \hat{I}_a^w \\ \hat{I}_b^w \\ \hat{I}_c^w \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} C_\Delta^T \\ C_\Delta \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \hat{I}_{fa12}^w \\ \hat{I}_{fb12}^w \\ \hat{I}_{fc12}^w \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} \hat{I}_{fa12}^w \\ \hat{I}_{fb12}^w \\ \hat{I}_{fc12}^w \end{bmatrix}$$

$$\bar{I}_f^w = \underbrace{\frac{1}{3} [C_\Delta^T]}_{[I_{f12}^w]} \cdot \bar{I}^w + \hat{I}_{f0}^w \cdot \bar{1} \Rightarrow \bar{I}^w \text{ neobsahuje nul. složku}$$

Model transformátoru YΔ

$$\bar{\mathbf{1}}^T \cdot \overbrace{\left\{ \left[\mathbf{Z}_f^{wv} \right] \cdot \bar{\mathbf{I}}_f^v + \left[\mathbf{Z}_f^{ww} \right] \cdot \left(\bar{\mathbf{I}}_{f12}^w + \hat{\mathbf{I}}_{f0}^w \cdot \bar{\mathbf{1}} \right) \right\}}^{\bar{U}_f^w} = 0$$

$$\bar{\mathbf{1}}^T \cdot \left[\mathbf{Z}_f^{wv} \right] \cdot \bar{\mathbf{I}}_f^v = \left(\mathbf{Z}_h^{wv} + 2 \cdot \mathbf{Z}_m^{wv} \right) \cdot \bar{\mathbf{1}}^T \cdot \bar{\mathbf{I}}_f^v$$

$$\bar{\mathbf{1}}^T \cdot \left[\mathbf{Z}_f^{ww} \right] \cdot \bar{\mathbf{I}}_{f12}^w = \left(\mathbf{Z}_h^{ww} + 2 \cdot \mathbf{Z}_m^{ww} \right) \cdot \bar{\mathbf{1}}^T \cdot \bar{\mathbf{I}}_{f12}^w = 0$$

$$\bar{\mathbf{1}}^T \cdot \left[\mathbf{Z}_f^{ww} \right] \cdot \hat{\mathbf{I}}_{f0}^w \cdot \bar{\mathbf{1}} = \left(\mathbf{Z}_h^{ww} + 2 \cdot \mathbf{Z}_m^{ww} \right) \cdot \underbrace{\bar{\mathbf{1}}^T \cdot \bar{\mathbf{1}}}_3 \cdot \hat{\mathbf{I}}_{f0}^w$$

Model transformátoru YΔ

nulové proudy vinutí závisí na součtu proudů vinutí v

výsledná závislost mezi proudy:

$$\bar{I}_f^w = \begin{bmatrix} b^{vw} [1] & \frac{1}{3} [C_{\Delta}^T] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^v \\ \bar{I}^w \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}_{f0}^w = \underbrace{-\frac{1}{3} \frac{(Z_h^{wv} + 2 \cdot Z_m^{wv})}{(Z_h^{ww} + 2 \cdot Z_m^{ww})}}_{b^{vw}} \bar{I}^T \cdot \bar{I}_f^v, \bar{I}_{f0}^w = b^{vw} \cdot [1] [I_f^v]$$

Model transformátoru YΔ

$$[G].\bar{I} = \begin{bmatrix} Z_N^v [1] & [0] \\ [0] & \infty [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^v \\ \bar{I}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_N^v \cdot \bar{1} \\ \hat{U}_N^w \cdot \bar{1} \end{bmatrix}$$

$$\infty [1] \bar{I}^w = \infty \cdot \overbrace{\bar{1} \cdot \bar{1}^T \bar{I}^w}^{\bar{0}} = \hat{U}_N^w \cdot \bar{1}$$

$$\bar{U}_f^w = [C_\Delta^T] \underbrace{\left\{ \bar{U}_{12}^w + \hat{U}_N^w \cdot \bar{1} \right\}}_{\bar{U}^w}$$

$$\bar{1}^T \bar{U}_{12}^w = \bar{1}^T \cdot \bar{U}_f^w = 0$$

$$\bar{U}^w = \underbrace{\frac{1}{3} [C_\Delta] \cdot \bar{U}_f^w}_{\bar{U}_{12}^w} + \bar{1} \cdot \hat{U}_N^w$$

Model transformátoru YΔ

$$[T_{Y\Delta}] = \begin{bmatrix} \bar{1}_{0\%} & [0] \\ [0] & \frac{1}{3}[C_{\Delta}] \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \bar{1}_{0\%} & [0] \\ b^{vw} [1] & \frac{1}{3}[C_{\Delta}^T] \end{bmatrix}$$

$$[n_d] = \begin{bmatrix} n_v \bar{1}_{0\%} & [0] \\ [0] & n_w \bar{1}_{0\%} \end{bmatrix}$$

$$[G] = \begin{bmatrix} Z_N^v [1] & [0] \\ [0] & \infty [1] \end{bmatrix}$$

Model transformátoru YΔ

$$[Z'_1] = \begin{bmatrix} n_v n_v^* (Z_h^{vv} - Z_m^{vv}) & \frac{n_v n_w^* e^{-j30} (Z_h^{vw} - Z_m^{vw})}{\sqrt{3}} \\ \frac{n_v^* n_w e^{j30} (Z_h^{vw} - Z_m^{vw})}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3} n_w n_w^* (Z_h^{ww} - Z_m^{ww}) \end{bmatrix}$$

$$[Z'_2] = \begin{bmatrix} n_v n_v^* (Z_h^{vv} - Z_m^{vv}) & \frac{n_v n_w^* e^{j30} (Z_h^{vw} - Z_m^{vw})}{\sqrt{3}} \\ \frac{n_v^* n_w e^{-j30} (Z_h^{vw} - Z_m^{vw})}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3} n_w n_w^* (Z_h^{ww} - Z_m^{ww}) \end{bmatrix}$$

$$[Z'_0] = \begin{bmatrix} n_v n_v^* (Z_h^{vv} - 2.Z_m^{vv}) - \frac{(Z_h^{vw} + 2.Z_m^{vw})^2}{Z_h^{ww} + 2.Z_m^{ww}} + 3.Z_N^v & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix}$$

Model transformátoru YΔ

přenosy složek 1,2 , $\bar{A} = [1 \ a^* \ a]^T$

$$N_Y \cdot \left\{ \overbrace{\bar{I}_{f12}^v + \hat{I}_{f0}^v}^{\bar{I}_f^v} \right\} = N_\Delta \cdot \left\{ \overbrace{\bar{I}_{f12}^w + \hat{I}_{f0}^w \cdot \bar{1}}^{\bar{I}_f^w} \right\}$$

$$\left\{ \underbrace{\hat{I}_1^v \cdot \bar{A} + \hat{I}_2^v \cdot \bar{A}^*}_{\bar{I}_{12}^v} \right\} = \frac{1}{3} \frac{N_\Delta}{N_Y} \cdot [C_\Delta^T] \left\{ \underbrace{\hat{I}_1^w \cdot \bar{A} + \hat{I}_2^w \cdot \bar{A}^*}_{\bar{I}_{12}^w} \right\}$$

$$\hat{I}_1^v \cdot \bar{A} = \frac{1}{3} \frac{N_\Delta}{N_Y} \cdot [C_\Delta^T] \cdot \bar{A} \cdot \hat{I}_1^w = \frac{1}{3} \frac{N_\Delta}{N_Y} \overbrace{(\sqrt{3}e^{j30^\circ})}_{(1-a^2)} \cdot \bar{A} \cdot \hat{I}_1^w$$

$$\hat{I}_2^v \cdot \bar{A}^* = \frac{1}{3} \frac{N_\Delta}{N_Y} \cdot [C_\Delta^T] \bar{A}^* \hat{I}_2^w = \frac{1}{3} \frac{N_\Delta}{N_Y} \overbrace{(\sqrt{3}e^{-j30^\circ})}_{(1-a)} \bar{A}^* \hat{I}_2^w$$

Model transformátoru YΔ

$$\hat{I}_1^v = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_{\Delta}}{N_Y} e^{j30^\circ} \hat{I}_1^w$$

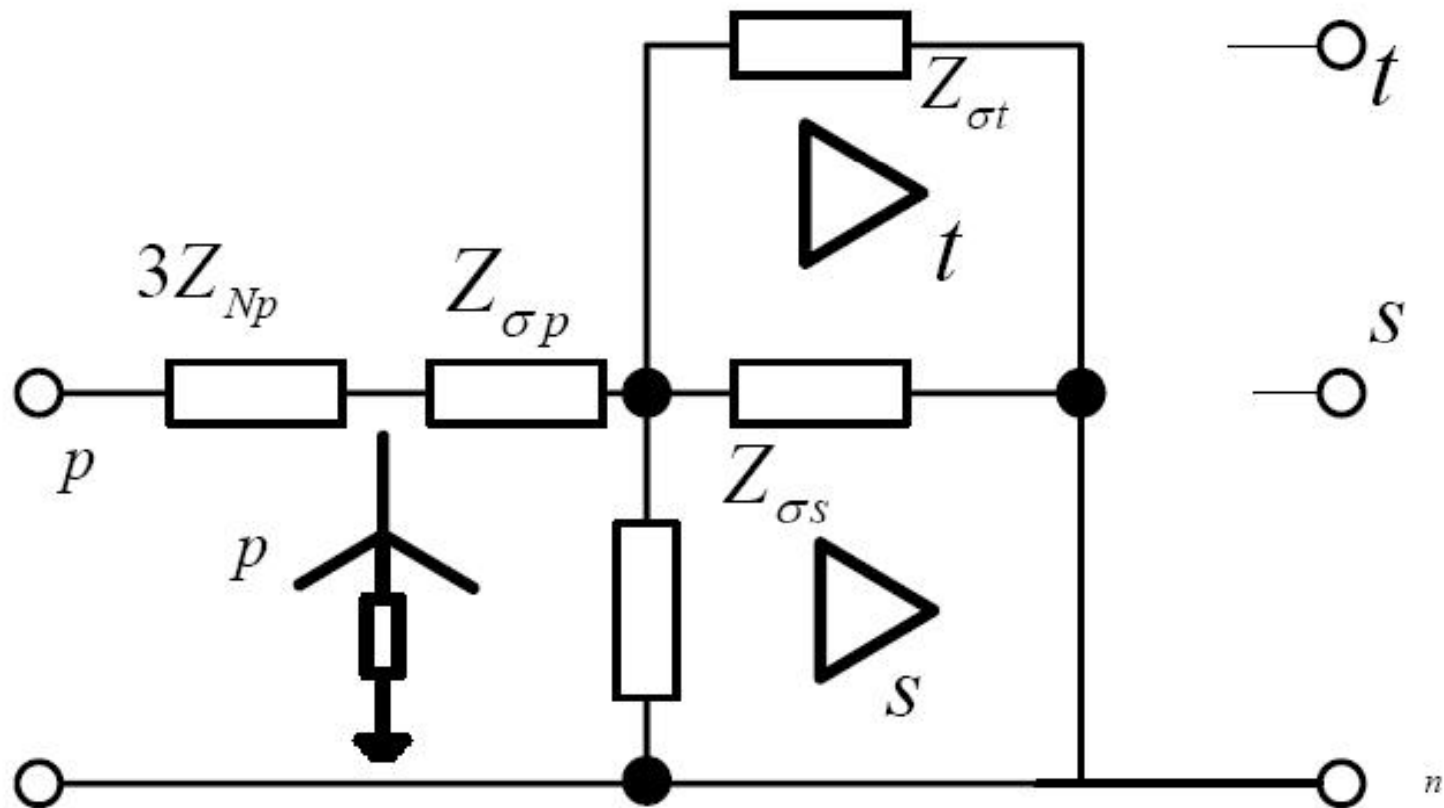
sousledná soustava

$$\hat{I}_2^v = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_{\Delta}}{N_Y} e^{-j30^\circ} \hat{I}_2^w$$

zpětná soustava

Převod ve zpětné soustavě je komplexně sdružený k převodu v sousledné soustavě !

Model transformátoru YΔ



Model transformátoru YΔ

